

Разбор заданий школьного этапа ВсОШ по математике для 5
класса (группа № 4)

2021/22 учебный год

Максимальное количество баллов — 8.

25 октября 2021 г.

5 класс

1. **Вариант 1.** На кондитерскую фабрику для упаковки тортов привезли 5 мотков ленты по 60 м в каждом. Сколько разрезов нужно сделать, чтобы получить из них куски ленты, каждый из которых имеет длину 1 м 50 см?

Ответ. 195.

Решение. Из одного мотка получается 40 кусков ленты по 1 м 50 см. Для этого нужно сделать 39 разрезов. Значит, всего нужно сделать $5 \cdot 39 = 195$ разрезов.

- Вариант 2.** На кондитерскую фабрику для упаковки тортов привезли 7 мотков ленты по 60 м в каждом. Сколько разрезов нужно сделать, чтобы получить из них куски ленты, каждый из которых имеет длину 1 м 50 см?

Ответ. 273.

- Вариант 3.** На кондитерскую фабрику для упаковки тортов привезли 5 мотков ленты по 80 м в каждом. Сколько разрезов нужно сделать, чтобы получить из них куски ленты, каждый из которых имеет длину 2 м 50 см?

Ответ. 155.

- Вариант 4.** На кондитерскую фабрику для упаковки тортов привезли 6 мотков ленты по 80 м в каждом. Сколько разрезов нужно сделать, чтобы получить из них куски ленты, каждый из которых имеет длину 2 м 50 см?

Ответ. 186.

- Вариант 5.** На кондитерскую фабрику для упаковки тортов привезли 7 мотков ленты по 70 м в каждом. Сколько разрезов нужно сделать, чтобы получить из них куски ленты, каждый из которых имеет длину 3 м 50 см?

Ответ. 133.

2. **Вариант 1**

Дан клетчатый прямоугольник. Назовем соседними две клетки, имеющие общую сторону. Посчитаем количество клеток, у которых ровно четыре соседних по стороне клетки. Их оказалось 23. Сколько клеток с тремя соседними клетками?

Ответ: 48.

Решение. Пусть a и b – стороны прямоугольника. Всего клеток, у которых ровно 4 соседа по стороне $(a - 2)(b - 2)$, с другой стороны их 23. Поскольку 23 – простое число, имеем, что числа $a - 2$ и $b - 2$ равны числам 1 и 23 в некотором порядке. Количество клеток, у которых есть ровно три соседа $2(a - 2 + b - 2)$. Итого: $2(1 + 23) = 48$.

Вариант 2

Дан клетчатый прямоугольник. Назовем соседними две клетки, имеющие общую сторону. Посчитаем количество клеток, у которых ровно четыре соседних по стороне клетки. Их оказалось 29. Сколько клеток с тремя соседними клетками?

Ответ: 60.

Вариант 3

Дан клетчатый прямоугольник. Назовем соседними две клетки, имеющие общую сторону. Посчитаем количество клеток, у которых ровно четыре соседних по стороне клетки. Их оказалось 31. Сколько клеток с тремя соседними клетками?

Ответ: 64.

Вариант 4

Дан клетчатый прямоугольник. Назовем соседними две клетки, имеющие общую сторону. Посчитаем количество клеток, у которых ровно четыре соседних по стороне клетки. Их оказалось 53. Сколько клеток с тремя соседними клетками?

Ответ: 108.

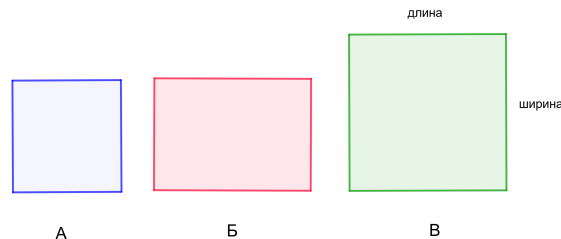
Вариант 5

Дан клетчатый прямоугольник. Назовем соседними две клетки, имеющие общую сторону. Посчитаем количество клеток, у которых ровно четыре соседних по стороне клетки. Их оказалось 59. Сколько клеток с тремя соседними клетками?

Ответ: 120.

3. Вариант 1

На листе нарисованы три прямоугольника А, Б и В (см. рисунок).



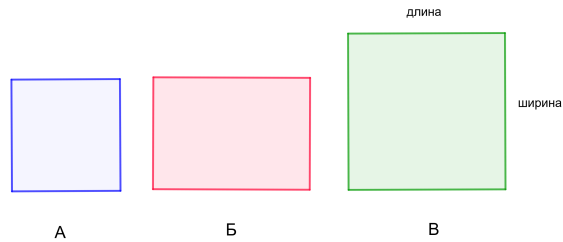
У прямоугольников А и Б одинаковая ширина, а у прямоугольников Б и В – одинаковая длина (ширина – сверху вниз, длина – слева направо). Длина прямоугольника В больше длины прямоугольника А на 3 см, и площадь В больше площади А на 12 см^2 . Ширина прямоугольника В больше ширины прямоугольника Б на 3 см, и площадь В больше площади Б на 24 см^2 . Найдите площадь прямоугольника А в квадратных сантиметрах.

Ответ: 20.

Решение: Пусть прямоугольник А имеет длину a см и ширину b см. Если длину увеличить на 3 см, площадь увеличится на $3b$. Значит, $3b = 12$, $b = 4$. Площадь прямоугольника В больше площади Б на 24 см^2 , значит, длина прямоугольника В равна $24 : 3 = 8$ см. Поэтому у прямоугольника А длина равна $a = 8 - 3 = 5$ см. А площадь равна $ab = 20 \text{ см}^2$.

Вариант 2

На листе нарисованы три прямоугольника А, Б и В (см. рисунок).

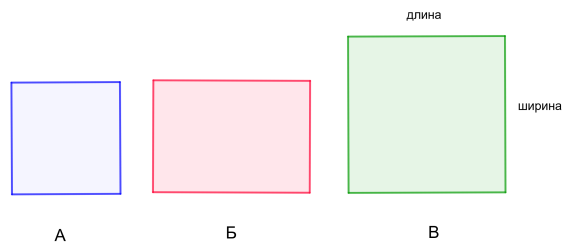


У прямоугольников А и Б одинаковая ширина, а у прямоугольников Б и В – одинаковая длина (ширина – сверху вниз, длина – слева направо). Длина прямоугольника Б больше длины прямоугольника А на 2 см, и площадь Б больше площади А на 10 см^2 . Ширина прямоугольника В больше ширины прямоугольника Б на 2 см, и площадь В больше площади Б на 16 см^2 . Найдите площадь прямоугольника А в квадратных сантиметрах.

Ответ: 30.

Вариант 3

На листе нарисованы три прямоугольника А, Б и В (см. рисунок).

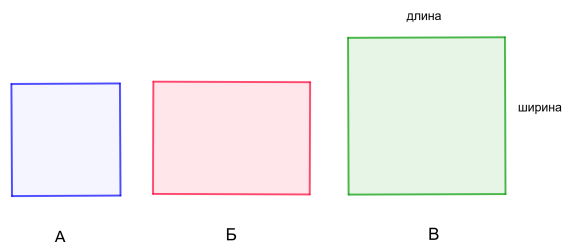


У прямоугольников А и Б одинаковая ширина, а у прямоугольников Б и В – одинаковая длина (ширина – сверху вниз, длина – слева направо). Длина прямоугольника Б больше длины прямоугольника А на 3 см, и площадь Б больше площади А на 15 см^2 . Ширина прямоугольника В больше ширины прямоугольника Б на 2 см, и площадь В больше площади Б на 26 см^2 . Найдите площадь прямоугольника А в квадратных сантиметрах.

Ответ: 50.

Вариант 4

На листе нарисованы три прямоугольника А, Б и В (см. рисунок).



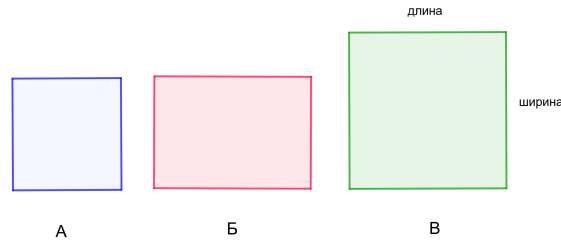
У прямоугольников А и Б одинаковая ширина, а у прямоугольников Б и В – одинаковая длина (ширина – сверху вниз, длина – слева направо). Длина прямоугольника Б больше длины прямоугольника А на 4 см, и площадь Б больше площади А на 28 см^2 . Ширина прямоугольника В больше ширины прямоугольника Б на 2 см, и площадь В больше площади Б на 26 см^2 . Найдите площадь прямоугольника А в квадратных сантиметрах.

больше ширины прямоугольника Б на 3 см, и площадь В больше площади Б на 39 см^2 . Найдите площадь прямоугольника А в квадратных сантиметрах.

Ответ: 63.

Вариант 5

На листе нарисованы три прямоугольника А, Б и В (см. рисунок).



У прямоугольников А и Б одинаковая ширина, а у прямоугольников Б и В – одинаковая длина (ширина – сверху вниз, длина – слева направо). Длина прямоугольника Б больше длины прямоугольника А на 2 см, и площадь Б больше площади А на 16 см^2 . Ширина прямоугольника В больше ширины прямоугольника Б на 4 см, и площадь В больше площади Б на 56 см^2 . Найдите площадь прямоугольника А в квадратных сантиметрах.

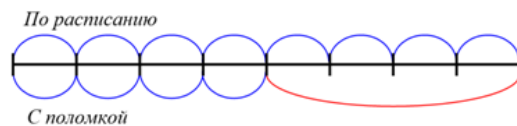
Ответ: 96.

4. Вариант 1

Поезд двигался из пункта А в пункт Б с постоянной скоростью. На середине пути произошла поломка, и поезд остановился на 15 минут. После этого машинисту пришлось увеличить скорость поезда в 4 раза, чтобы прибыть в пункт Б по расписанию. Сколько минут идет поезд от пункта А до пункта Б по расписанию?

Ответ: 40.

Решение. Изобразим путь поезда в виде отрезка, разделенного на 8 частей. Обозначим дугами промежутки, которые он проходит за одинаковое время.



Так как поезд остановился на 15 минут, то его время движения с поломкой на 15 минут меньше, чем время по расписанию. Эта разница во времени соответствует $4 - 1 = 3$ промежуткам. Значит, один промежуток составляет $15 : 3 = 5$ мин, а весь путь занимает $5 \cdot 8 = 40$ мин.

Вариант 2

Поезд двигался из пункта А в пункт Б с постоянной скоростью. На середине пути произошла поломка, и поезд остановился на 12 минут. После этого машинисту пришлось увеличить скорость поезда в 5 раз, чтобы прибыть в пункт Б по расписанию. Сколько минут идет поезд от пункта А до пункта Б по расписанию?

Ответ: 30.

Вариант 3

Поезд двигался из пункта А в пункт Б с постоянной скоростью. На середине пути произошла поломка, и поезд остановился на 14 минут. После этого машинисту пришлось увеличить скорость

поезда в 3 раза, чтобы прибыть в пункт Б по расписанию. Сколько минут идет поезд от пункта А до пункта Б по расписанию?

Ответ. 42.

Вариант 4

Поезд двигался из пункта А в пункт Б с постоянной скоростью. На середине пути произошла поломка, и поезд остановился на 20 минут. После этого машинисту пришлось увеличить скорость поезда в 6 раз, чтобы прибыть в пункт Б по расписанию. Сколько минут идет поезд от пункта А до пункта Б по расписанию?

Ответ. 48.

Вариант 5

Поезд двигался из пункта А в пункт Б с постоянной скоростью. На середине пути произошла поломка, и поезд остановился на 21 минуту. После этого машинисту пришлось увеличить скорость поезда в 4 раза, чтобы прибыть в пункт Б по расписанию. Сколько минут идет поезд от пункта А до пункта Б по расписанию?

Ответ. 56.

5. Вариант 1.

Яблоко, три груши и два банана вместе весят 920 г; два яблока, четыре банана и пять груш вместе весят 1 кг 710 г. Сколько грамм весит груша?

Ответ. 130

Решение. Из первого условия следует, что два яблока, четыре банана и шесть груш вместе весят 1 кг 840 г. Значит, груша весит $1840 - 1710 = 130$ г.

Вариант 2.

Яблоко, четыре груши и два банана вместе весят 1 кг 90 г; два яблока, четыре банана и семь груш вместе весят 2 кг 40 г. Сколько грамм весит груша?

Ответ. 140

Вариант 3.

Яблоко, три груши и три банана вместе весят 1 кг 140 г; два яблока, шесть бананов и пять груш вместе весят 2 кг 150 г. Сколько грамм весит груша?

Ответ. 130

Вариант 4.

Яблоко, пять груш и два банана вместе весят 1 кг 290 г; два яблока, четыре банана и девять груш вместе весят 2 кг 430 г. Сколько грамм весит груша?

Ответ. 150

Вариант 5.

Яблоко, две груши и три банана вместе весят 1 кг 30 г; два яблока, шесть бананов и три груши вместе весят 1 кг 920 г. Сколько грамм весит груша?

Ответ. 140

6. Вариант 1

Кукольный мастер изготавливает одну куклу за 1 час 45 минут. После каждых трех изготовленных кукол мастер вынужден отдыхать полчаса. Для подарков нужно изготовить десять кукол. В какое время следующего дня (укажите часы и минуты) будет выполнен заказ, если мастер начал изготавливать куклу в 10 часов утра и при этом работал и в ночное время?

Ответ. 5:00.

Решение. Одну куклу мастер изготавливает за 105 минут. Тогда десять кукол изготавливаются за 1050 минут. При этом мастер вынужден будет отдохнуть 3 раза по 30 минут, то есть 90 минут. Итого на весь заказ уйдет 1140 минут. Это составляет ровно 19 часов.

Вариант 2

Кукольный мастер изготавливает одну куклу за 1 час 45 минут. После каждого трех изготовленных кукол мастер вынужден отдыхать полчаса. Для подарков нужно изготовить десять кукол. В какое время следующего дня (укажите часы и минуты) будет выполнен заказ, если мастер начал изготавливать кукол в 8 часов утра и при этом работал и в ночное время?

Ответ: 3:00.

Вариант 3

Кукольный мастер изготавливает одну куклу за 1 час 15 минут. После каждого трех изготовленных кукол мастер вынужден отдыхать 40 минут. Для подарков нужно изготовить десять кукол. В какое время следующего дня (укажите часы и минуты) будет выполнен заказ, если мастер начал изготавливать кукол в 13 часов 30 минут и при этом работал и в ночное время?

Ответ: 4:00.

Вариант 4

Кукольный мастер изготавливает одну куклу за 1 час 15 минут. После каждого трех изготовленных кукол мастер вынужден отдыхать 40 минут. Для подарков нужно изготовить десять кукол. В какое время следующего дня (укажите часы и минуты) будет выполнен заказ, если мастер начал изготавливать кукол в 15 часов 30 минут и при этом работал и в ночное время?

Ответ: 6:00.

Вариант 5

Кукольный мастер изготавливает одну куклу за 1 час 15 минут. После каждого трех изготовленных кукол мастер вынужден отдыхать 40 минут. Для подарков нужно изготовить десять кукол. В какое время следующего дня (укажите часы и минуты) будет выполнен заказ, если мастер начал изготавливать кукол в 14 часов 30 минут, и при этом работал и в ночное время?

Ответ: 5:00.

7. Вариант 1

Старательная Маша выписала в ряд все натуральные числа от 372 до 506 включительно. Затем она вычислила две суммы: сначала всех нечётных чисел в этом ряду, а затем – всех чётных чисел. После этого она из большей суммы вычла меньшую. Какой результат она получила?

Ответ: 439.

Решение. Разобьем все числа от 372 до 506, кроме 506, на пары таким образом, что каждому чётному числу соответствовало следующее за ним нечётное (это возможно, потому что последнее число - 505). В каждой паре нечётное число будет на 1 больше чётного. Всего в диапазоне от 372 до 505 будет $(505 - 371) : 2 = 67$ пар, значит, среди чисел от 372 до 505 включительно сумма нечётных чисел на 67 больше. Но осталось еще число 506, оно чётное. Значит, сумма чётных чисел на $506 - 67 = 439$ больше.

Вариант 2

Старательная Маша выписала в ряд все натуральные числа от 126 до 432 включительно. Затем она вычислила две суммы: сначала всех нечётных чисел в этом ряду, а затем – всех чётных чисел. После этого она из большей суммы вычла меньшую. Какой результат она получила?

Ответ: 279.

Вариант 3

Старательная Маша выписала в ряд все натуральные числа от 245 до 683 включительно. Затем она вычислила две суммы: сначала всех нечётных чисел в этом ряду, а затем – всех чётных чисел. После этого она из большей суммы вычла меньшую. Какой результат она получила?

Ответ: 464.

Вариант 4

Старательная Маша выписала в ряд все натуральные числа от 579 до 833 включительно. Затем она вычислила две суммы: сначала всех нечётных чисел в этом ряду, а затем – всех чётных чисел. После этого она из большей суммы вычла меньшую. Какой результат она получила?

Ответ: 706.

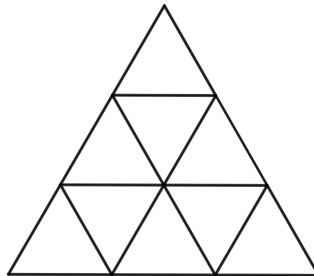
Вариант 5

Старательная Маша выписала в ряд все натуральные числа от 286 до 978 включительно. Затем она вычислила две суммы: сначала всех нечётных чисел в этом ряду, а затем – всех чётных чисел. После этого она из большей суммы вычла меньшую. Какой результат она получила?

Ответ: 632.

8. Вариант 1

У Тани был набор одинаковых палочек. Она сложила из них большой треугольник, каждая сторона которого состоит из 11 палочек, и выложила внутри треугольника узор так, что треугольник оказался разбит на треугольнички со стороной 1 палочка (на рисунке – пример такого узора для треугольника со стороной 3 палочки). Сколько всего палочек использовала Таня?



Ответ: 198.

Решение (1-й способ). Все палочки можно разделить на те, которые идут горизонтально, с наклоном вправо и с наклоном влево:



В первом таком ряду – 1 палочка, во втором – 2 палочки, в третьем – 3 палочки, и так далее. Всего получится 11 рядов, то есть всего $3 \cdot (1 + 2 + \dots + 11) = 3 \cdot 66 = 198$ палочек.

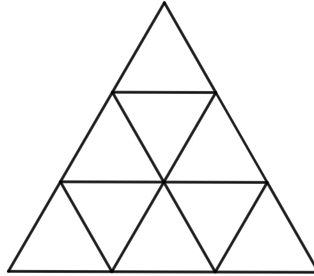
Решение (2-й способ). Заметим, что все палочки можно разбить на группы по 3, образующие треугольник со стороной 1 палочка:



Тогда на первом уровне сверху будет один такой треугольник, на втором уровне – 2 треугольника, и так далее. На нижнем уровне будет 11 треугольников (потому что в основании треугольника будут лежать 11 палочек). Итого получается: $3 \cdot (1 + 2 + \dots + 11) = 3 \cdot 66 = 198$ палочек.

Вариант 2

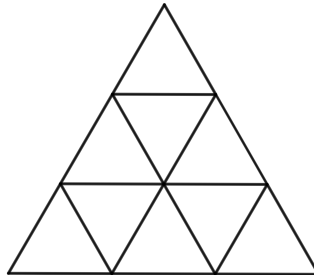
У Тани был набор одинаковых палочек. Она сложила из них большой треугольник, каждая сторона которого состоит из 17 палочек, и выложила внутри треугольника узор так, что треугольник оказался разбит на треугольнички со стороной 1 палочка (на рисунке – пример такого узора для треугольника со стороной 3 палочки). Сколько всего палочек использовала Таня?



Ответ: 459.

Вариант 3

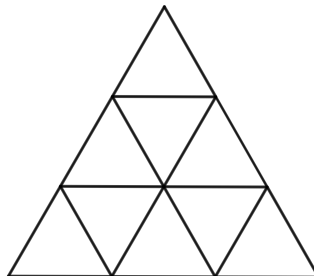
У Тани был набор одинаковых палочек. Она сложила из них большой треугольник, каждая сторона которого состоит из 15 палочек, и выложила внутри треугольника узор так, что треугольник оказался разбит на треугольнички со стороной 1 палочка (на рисунке – пример такого узора для треугольника со стороной 3 палочки). Сколько всего палочек использовала Таня?



Ответ: 360.

Вариант 4

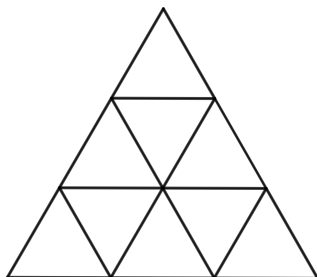
У Тани был набор одинаковых палочек. Она сложила из них большой треугольник, каждая сторона которого состоит из 19 палочек, и выложила внутри треугольника узор так, что треугольник оказался разбит на треугольнички со стороной 1 палочка (на рисунке – пример такого узора для треугольника со стороной 3 палочки). Сколько всего палочек использовала Таня?



Ответ: 570.

Вариант 5

У Тани был набор одинаковых палочек. Она сложила из них большой треугольник, каждая сторона которого состоит из 14 палочек, и выложила внутри треугольника узор так, что треугольник оказался разбит на треугольнички со стороной 1 палочка (на рисунке – пример такого узора для треугольника со стороной 3 палочки). Сколько всего палочек использовала Таня?



Ответ: 315.