11 класс

Задача 11.1.1. Маша живёт в квартире №290, которая находится в 4-м подъезде 17-этажного дома. На каком этаже живёт Маша? (Количество квартир одинаково во всех подъездах дома на всех 17 этажах; номера квартир начинаются с 1.)

Ответ: 7.

Задача 11.1.2. Маша живёт в квартире №285, которая находится в 4-м подъезде 17-этажного дома. На каком этаже живёт Маша? (Количество квартир одинаково во всех подъездах дома на всех 17 этажах; номера квартир начинаются с 1.)

Ответ: 6.

Задача 11.1.3. Маша живёт в квартире №295, которая находится в 4-м подъезде 17-этажного дома. На каком этаже живёт Маша? (Количество квартир одинаково во всех подъездах дома на всех 17 этажах; номера квартир начинаются с 1.)

Ответ: 8.

Задача 11.1.4. Маша живёт в квартире №280, которая находится в 4-м подъезде 17-этажного дома. На каком этаже живёт Маша? (Количество квартир одинаково во всех подъездах дома на всех 17 этажах; номера квартир начинаются с 1.)

Ответ: 5.

Задача 11.2.1. На столе лежат 30 монет: 23 десятирублёвых и 7 пятирублёвых, причём 20 из этих монет лежат вверх орлом, а остальные 10 — решкой. При каком наименьшем k среди произвольно выбранных k монет обязательно найдётся десятирублёвая монета, лежащая орлом вверх?

Ответ: 18.

Задача 11.2.2. На столе лежат 30 монет: 24 десятирублёвых и 6 пятирублёвых, причём 20 из этих монет лежат вверх орлом, а остальные 10 — решкой. При каком наименьшем k среди произвольно выбранных k монет обязательно найдётся десятирублёвая монета, лежащая орлом вверх?

Ответ: 17.

Задача 11.2.3. На столе лежат 30 монет: 24 десятирублёвых и 6 пятирублёвых, причём 21 из этих монет лежат вверх орлом, а остальные 9 — решкой. При каком наименьшем k среди произвольно выбранных k монет обязательно найдётся десятирублёвая монета, лежащая орлом вверх?

Ответ: 16.

Задача 11.2.4. На столе лежат 30 монет: 22 десятирублёвых и 8 пятирублёвых, причём 20 из этих монет лежат вверх орлом, а остальные 10 — решкой. При каком наименьшем k среди произвольно выбранных k монет обязательно найдётся десятирублёвая монета, лежащая орлом вверх?

Ответ: 19.

Задача 11.3.1. Произведение положительных чисел a и b равно 1. Известно, что

$$(3a + 2b)(3b + 2a) = 295.$$

Найдите $a + b$.

Ответ: 7.

Задача 11.3.2. Произведение положительных чисел a и b равно 1. Известно, что

$$(3a + 2b)(3b + 2a) = 217.$$

Найдите $a + b$.

Ответ: 6.

Задача 11.3.3. Произведение положительных чисел a и b равно 1. Известно, что

$$(3a + 2b)(3b + 2a) = 385.$$

Найдите $a + b$.

Ответ: 8.

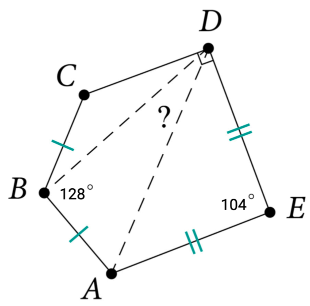
Задача 11.3.4. Произведение положительных чисел a и b равно 1. Известно, что

$$(3a + 2b)(3b + 2a) = 487.$$

Найдите $a + b$.

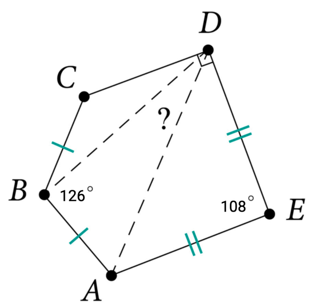
Ответ: 9.

Задача 11.4.1. Выпуклый пятиугольник $ABCDE$ таков, что $\angle ABC = 128°$, $\angle CDE = 90°$, $\angle AED = 104°$, $AB = BC$, $AE = ED$. Сколько градусов составляет угол ADB?



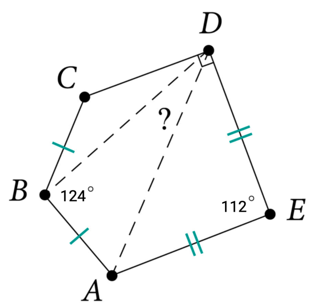
Ответ: 26.

Задача 11.4.2. Выпуклый пятиугольник $ABCDE$ таков, что $\angle ABC = 126°$, $\angle CDE = 90°$, $\angle AED = 108°$, $AB = BC$, $AE = ED$. Сколько градусов составляет угол ADB?



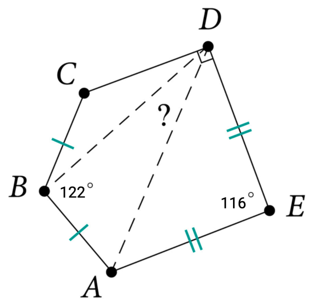
Ответ: 27.

Задача 11.4.3. Выпуклый пятиугольник $ABCDE$ таков, что $\angle ABC = 124°$, $\angle CDE = 90°$, $\angle AED = 112°$, $AB = BC$, $AE = ED$. Сколько градусов составляет угол ADB?



Ответ: 28.

Задача 11.4.4. Выпуклый пятиугольник $ABCDE$ таков, что $\angle ABC = 122°$, $\angle CDE = 90°$, $\angle AED = 116°$, $AB = BC$, $AE = ED$. Сколько градусов составляет угол ADB?



Ответ: 29.

Задача 11.5.1. При каком наименьшем натуральном n можно расставить числа от 1 до n по кругу так, чтобы каждое число было либо больше всех 40 следующих за ним по часовой стрелке, либо меньше всех 30 следующих за ним по часовой стрелке?

Ответ: 70.

Задача 11.5.2. При каком наименьшем натуральном n можно расставить числа от 1 до n по кругу так, чтобы каждое число было либо больше всех 40 следующих за ним по часовой стрелке, либо меньше всех 20 следующих за ним по часовой стрелке?

Ответ: 60.

Задача 11.5.3. При каком наименьшем натуральном n можно расставить числа от 1 до n по кругу так, чтобы каждое число было либо больше всех 50 следующих за ним по часовой стрелке, либо меньше всех 30 следующих за ним по часовой стрелке?

Ответ: 80.

Задача 11.5.4. При каком наименьшем натуральном n можно расставить числа от 1 до n по кругу так, чтобы каждое число было либо больше всех 50 следующих за ним по часовой стрелке, либо меньше всех 40 следующих за ним по часовой стрелке?

Ответ: 90.

Задача 11.6.1. У многочлена $P(x)$ все коэффициенты — целые неотрицательные числа. Известно, что $P(1) = 4$ и $P(5) = 152$. Чему равно $P(11)$?

Ответ: 1454.

Задача 11.6.2. У многочлена $P(x)$ все коэффициенты — целые неотрицательные числа. Известно, что $P(1) = 4$ и $P(5) = 152$. Чему равно $P(12)$?

Ответ: 1874.

Задача 11.6.3. У многочлена $P(x)$ все коэффициенты — целые неотрицательные числа. Известно, что $P(1) = 4$ и $P(5) = 152$. Чему равно $P(9)$?

Ответ: 812.

Задача 11.6.4. У многочлена $P(x)$ все коэффициенты — целые неотрицательные числа. Известно, что $P(1) = 4$ и $P(5) = 152$. Чему равно $P(8)$?

Ответ: 578.

Задача 11.7.1. Центры шести сфер радиуса 1 расположены в вершинах правильного шестиугольника со стороной 2. Эти сферы внутренним образом касаются большой сферы S с центром в центре шестиугольника. Сфера P касается шести сфер внешним образом и сферы S внутренним образом. Чему равен радиус сферы P?

Ответ: 1,5.

Задача 11.7.2. Центры шести сфер радиуса 3 расположены в вершинах правильного шестиугольника со стороной 6. Эти сферы внутренним образом касаются большой сферы S с центром в центре шестиугольника. Сфера P касается шести сфер внешним образом и сферы S внутренним образом. Чему равен радиус сферы P?

Ответ: 4,5.

Задача 11.8.1. В таблице 28×35 некоторые k клеток покрашены в красный цвет, ещё r — в розовый, а оставшиеся s — в синий. Известно, что

- $k \geqslant r \geqslant s$;
- у каждой граничной клетки есть хотя бы 2 соседа такого же цвета;
- у каждой неграничной клетки есть хотя бы 3 соседа такого же цвета.

Какое наименьшее значение может принимать величина $k - s$?

(Клетка называется граничной, если она примыкает к границе таблицы.)

Ответ: 28.

Задача 11.8.2. В таблице 29×35 некоторые k клеток покрашены в красный цвет, ещё r — в розовый, а оставшиеся s — в синий. Известно, что

- $k \geqslant r \geqslant s$;
- у каждой граничной клетки есть хотя бы 2 соседа такого же цвета;
- у каждой неграничной клетки есть хотя бы 3 соседа такого же цвета.

Какое наименьшее значение может принимать величина $k - s$?

(Клетка называется граничной, если она примыкает к границе таблицы.)

Ответ: 29.

Задача 11.8.3. В таблице 25×35 некоторые k клеток покрашены в красный цвет, ещё r — в розовый, а оставшиеся s — в синий. Известно, что

- $k \geqslant r \geqslant s$;
- у каждой граничной клетки есть хотя бы 2 соседа такого же цвета;
- у каждой неграничной клетки есть хотя бы 3 соседа такого же цвета.

Какое наименьшее значение может принимать величина $k - s$?

(Клетка называется граничной, если она примыкает к границе таблицы.)

Ответ: 25.

Задача 11.8.4. В таблице 26×35 некоторые k клеток покрашены в красный цвет, ещё r — в розовый, а оставшиеся s — в синий. Известно, что

- $k \geqslant r \geqslant s$;
- у каждой граничной клетки есть хотя бы 2 соседа такого же цвета;
- у каждой неграничной клетки есть хотя бы 3 соседа такого же цвета.

Какое наименьшее значение может принимать величина $k - s$?

(Клетка называется граничной, если она примыкает к границе таблицы.)

Ответ: 26.