

## Разбор заданий пригласительного этапа ВсОШ по математике для 3 класса

2021/22 учебный год

Максимальное количество баллов — 8

*Критерии оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл за каждое задание*

### Задача № 1.

---

#### 1.1. Условие:

Клава поменяла местами две соседние цифры в числе 682479 и получила меньшее число. Какое?

**Ответ:** 628479

*Решение.*

Чтобы после такой операции число стало меньше, первая из двух меняющихся цифр должна быть больше второй. Это верно только для цифр 8 и 2.

#### 1.2. Условие:

Клава поменяла местами две соседние цифры в числе 135768 и получила меньшее число. Какое?

**Ответ:** 135678

#### 1.3. Условие:

Клава поменяла местами две соседние цифры в числе 579146 и получила меньшее число. Какое?

**Ответ:** 571946

#### 1.4. Условие:

Клава поменяла местами две соседние цифры в числе 713679 и получила меньшее число. Какое?

**Ответ:** 173679

## Задача № 2

### 2.1. Условие:

На складе перемешались ботинки, все одинакового фасона и цвета, но разных размеров. Продавец хочет составить из них пары, в каждой из которых по одному левому и правому ботинку одинакового размера. Сколько ботинок останется тогда, когда продавец не сможет составить больше ни одной пары?



**Ответ:** 7

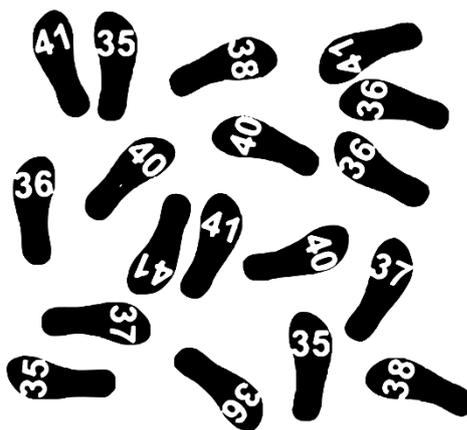
*Решение.* Составим таблицу, показывающую, сколько ботинок каждого размера имеется на складе.

	33	35	36	37	38	40	41
Л	0	1	1	2	0	1	3
П	1	2	1	1	2	1	1

Отсюда видно, что останется 1 правый ботинок 33-го размера, 1 правый ботинок 35-го размера, 1 левый 37-го, 2 правых 38-го и 2 левых 41-го – всего 7 ботинок.

### 2.2. Условие:

На складе перемешались ботинки, все одинакового фасона и цвета, но разных размеров. Продавец хочет составить из них пары, в каждой из которых по одному левому и правому ботинку одинакового размера. Сколько ботинок останется тогда, когда продавец не сможет составить больше ни одной пары?



**Ответ: 4**

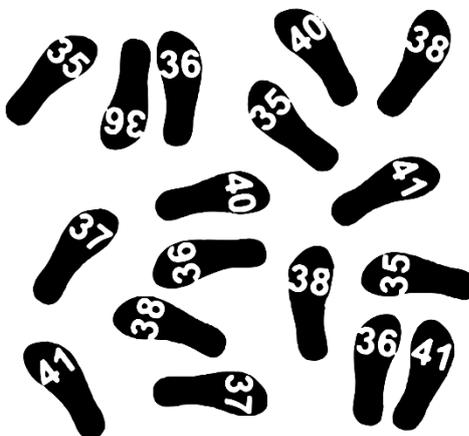
*Решение.* Составим таблицу, показывающую, сколько ботинок каждого размера имеется на складе.

	35	36	37	38	40	41
Л	1	3	1	1	1	2
П	2	1	1	1	2	2

Отсюда видно, что останется  $1 + 2 + 1 = 4$  ботинка.

### 2.3. Условие:

На складе перемешались ботинки, все одинакового фасона и цвета, но разных размеров. Продавец хочет составить из них пары, в каждой из которых по одному левому и правому ботинку одинакового размера. Сколько ботинок останется тогда, когда продавец не сможет составить больше ни одной пары?



**Ответ: 5**

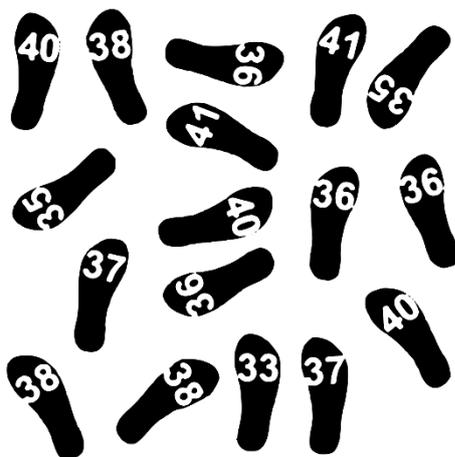
*Решение.* Составим таблицу, показывающую, сколько ботинок каждого размера имеется на складе.

	35	36	37	38	40	41
Л	2	2	2	1	1	1
П	1	2	0	2	1	2

Отсюда видно, что останется  $1 + 2 + 1 + 1 = 5$  ботинок.

#### 2.4. Условие:

На складе перемешались ботинки, все одинакового фасона и цвета, но разных размеров. Продавец хочет составить из них пары, в каждой из которых по одному левому и правому ботинку одинакового размера. Сколько ботинок останется тогда, когда продавец не сможет составить больше ни одной пары?



**Ответ:** 7

*Решение.* Составим таблицу, показывающую, сколько ботинок каждого размера имеется на складе.

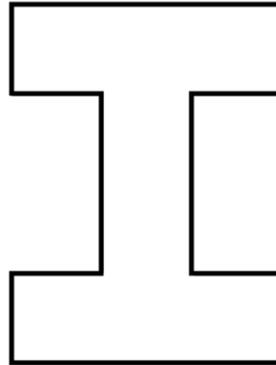
	33	35	36	37	38	40	41
Л	0	1	3	1	2	0	1
П	1	1	1	1	1	3	1

Отсюда видно, что останется  $1 + 2 + 1 + 3 = 7$  ботинок.

### Задача № 3

#### 3.1. Условие:

Кондитер испёк торт сложной формы (см. рисунок), а потом разрезал его на несколько кусков одним разрезом ножа по прямой линии.

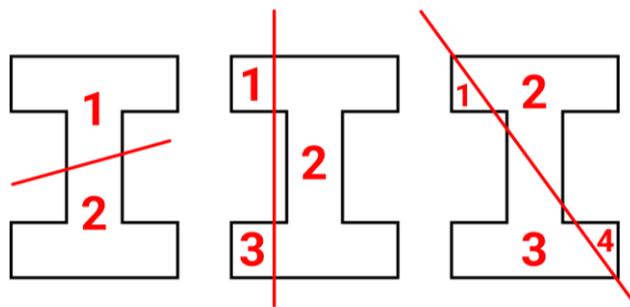


Сколько кусочков у него могло получиться? Выберите все возможные варианты:

#### Варианты ответов:

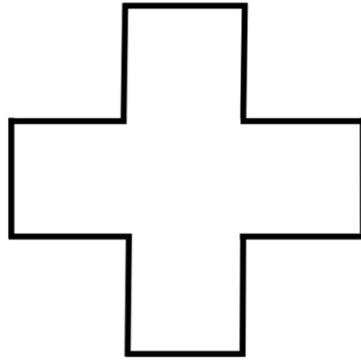
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7

*Решение.*



#### 3.2. Условие:

Кондитер испёк торт сложной формы (см. рисунок), а потом разрезал его на несколько кусков одним разрезом ножа по прямой линии.

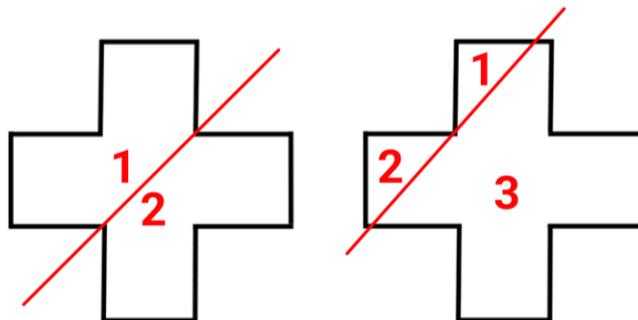


Сколько кусочков у него могло получиться? Выберите все возможные варианты:

**Варианты ответов:**

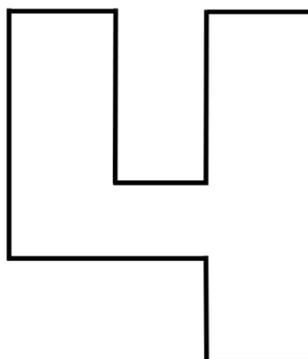
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7

*Решение.*



**3.3. Условие:**

Кондитер испёк торт сложной формы (см. рисунок), а потом разрезал его на несколько кусков одним разрезом ножа по прямой линии.

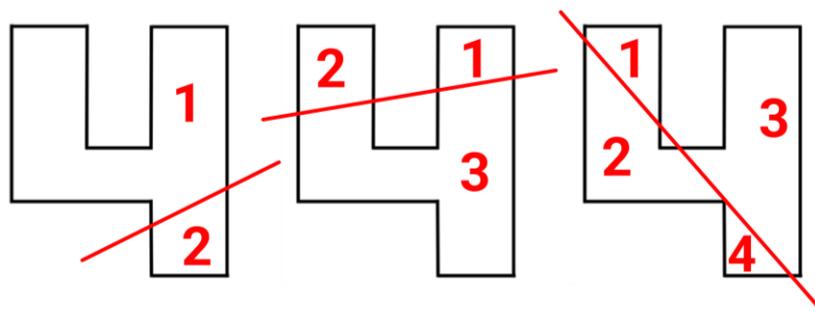


Сколько кусочков у него могло получиться? Выберите все возможные варианты:

**Варианты ответов:**

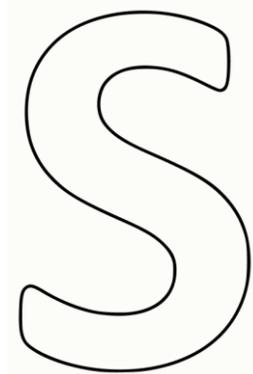
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7

*Решение.*



**3.4. Условие:**

Кондитер испёк торт сложной формы (см. рисунок), а потом разрезал его на несколько кусочков одним разрезом ножа по прямой линии.

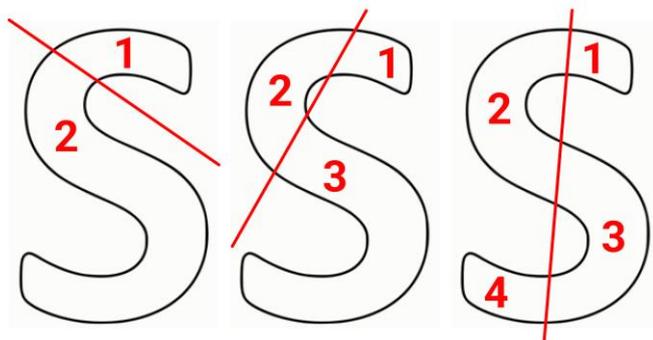


Сколько кусочков у него могло получиться? Выберите все возможные варианты:

**Варианты ответов:**

- 2
- 3
- 4
- 5
- 6
- 7

Решение.



## Задача № 4

---

### 4.1. Условие:

В примере  $1 + 4 \times 8 - 4 : 2$  можно расставить скобки так, чтобы выражение не противоречило правилам математики. Какой наибольший результат может получиться после этого?

**Ответ:** 38

*Решение.*  $(1 + 4) \times 8 - (4 : 2) = 38$

Слева от знака умножения стоят две цифры, причём между ними находится знак сложения, значит, поставив там скобки, мы увеличим результат произведения. В правой же части стоят знаки вычитания и деления: ни одна из этих операций не увеличит результат. Заметим, что если поставить скобки вокруг знака деления, то вычитаемое уменьшится.

### 4.2. Условие:

В примере  $2 + 5 \times 4 - 9 : 3$  можно расставить скобки так, чтобы выражение не противоречило правилам математики. Какой наибольший результат может получиться после этого?

**Ответ:** 25

*Решение.*  $(2 + 5) \times 4 - (9 : 3) = 25$

### 4.3. Условие:

В примере  $2 + 3 \times 7 - 6 : 3$  можно расставить скобки так, чтобы выражение не противоречило правилам математики. Какой наибольший результат может получиться после этого?

**Ответ:** 33

*Решение.*  $(2 + 3) \times 7 - (6 : 3) = 33$

**4.4. Условие:**

В примере  $5 + 2 \times 6 - 8 : 4$  можно расставить скобки так, чтобы выражение не противоречило правилам математики. Какой наибольший результат может получиться после этого?

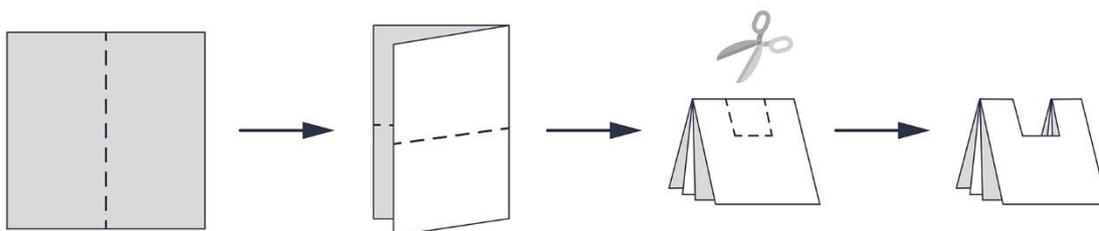
**Ответ:** 40

*Решение.*  $(5 + 2) \times 6 - (8 : 4) = 40$

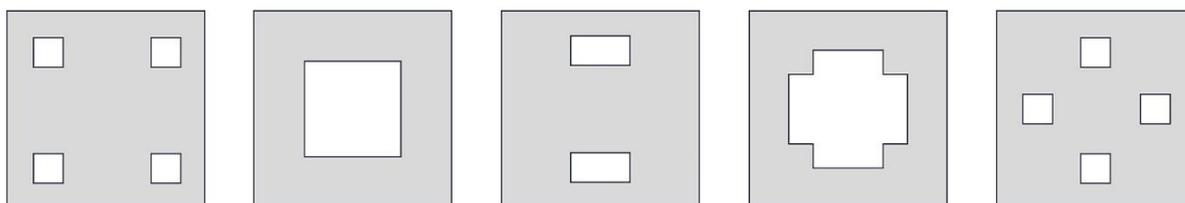
## Задача № 5

### 5.1. Условие:

Ваня взял квадратный лист бумаги, сложил его вдвое, потом ещё раз вдвое, а потом вырезал из него кусочек, как показано на рисунке.

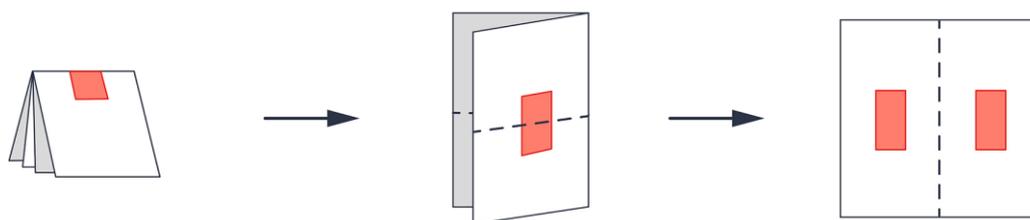


Какой вариант у него получился?



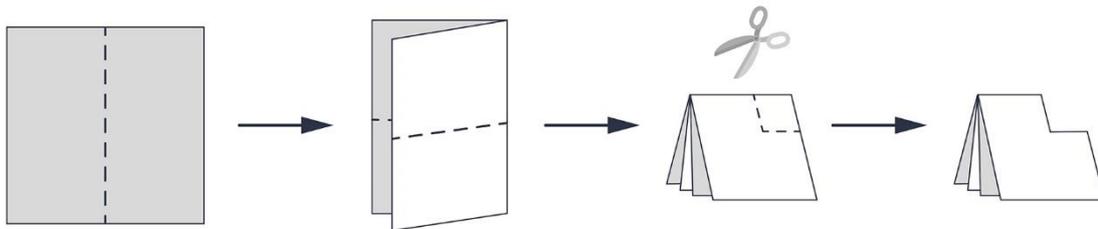
**Ответ: 3**

*Решение.* После сгибания лист бумаги разделится на четыре части. Сделав разрез, можно в одной из частей нарисовать квадратик, вырезать его, а затем отразить относительно обоих сгибов и получить нужный рисунок.

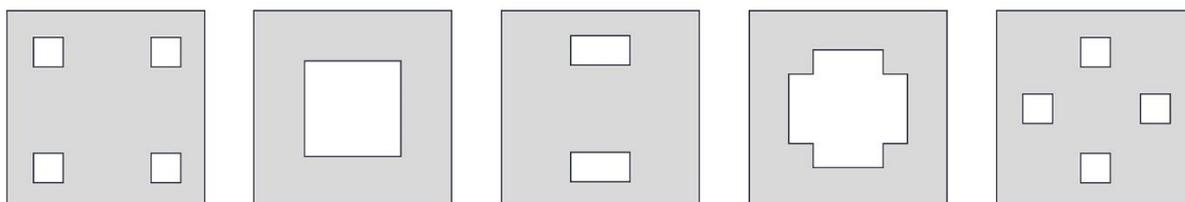


### 5.2. Условие:

Ваня взял квадратный лист бумаги, сложил его вдвое, потом ещё раз вдвое, а потом вырезал из него кусочек, как показано на рисунке.

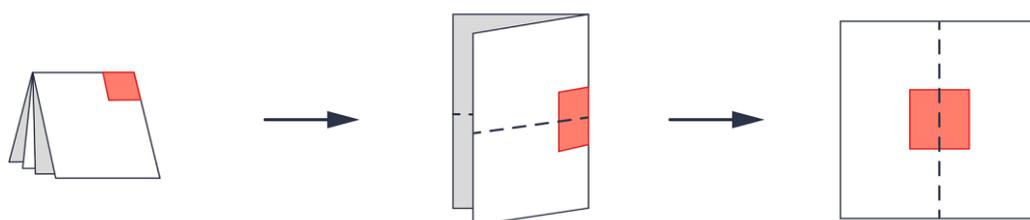


Какой вариант у него получился?



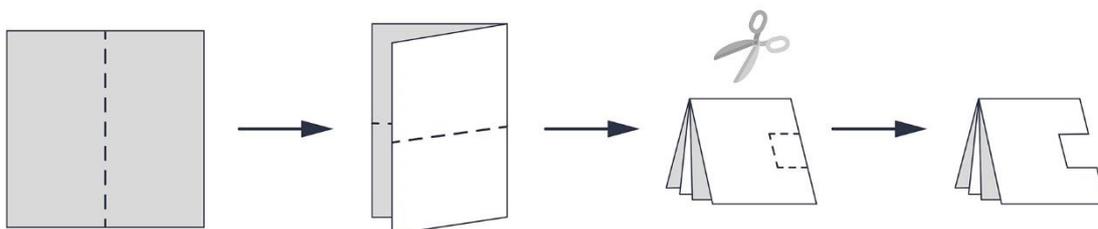
**Ответ: 2**

*Решение.*

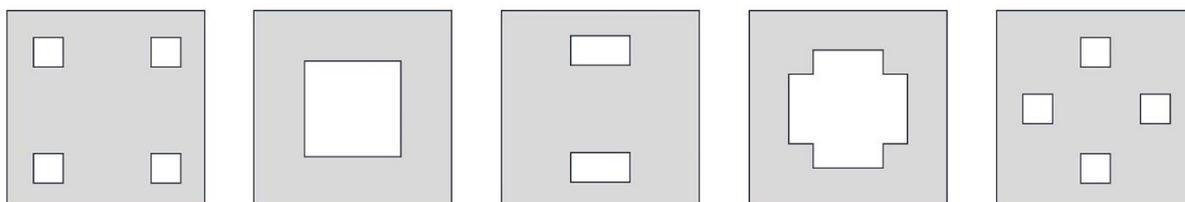


**5.3. Условие:**

Ваня взял квадратный лист бумаги, сложил его вдвое, потом ещё раз вдвое, а потом вырезал из него кусочек, как показано на рисунке.

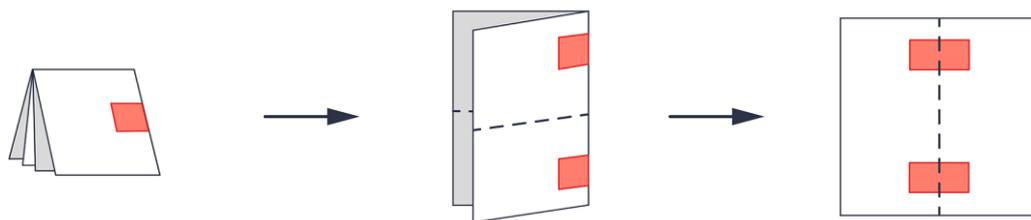


Какой вариант у него получился?



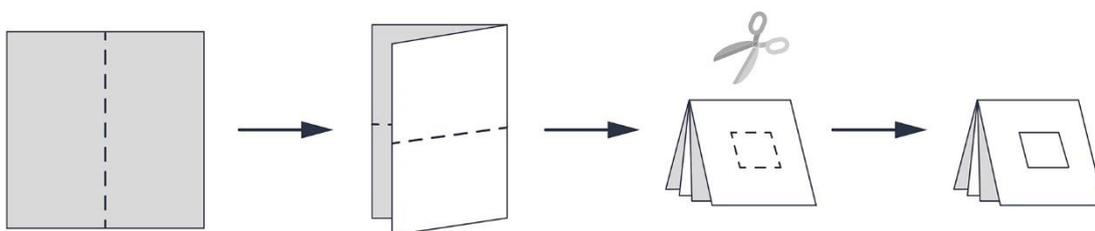
**Ответ: 3**

Решение.

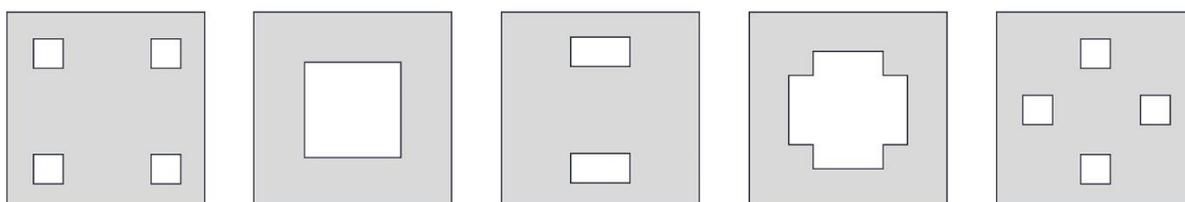


#### 5.4. Условие:

Ваня взял квадратный лист бумаги, сложил его вдвое, потом ещё раз вдвое, а потом вырезал из него кусочек, как показано на рисунке.

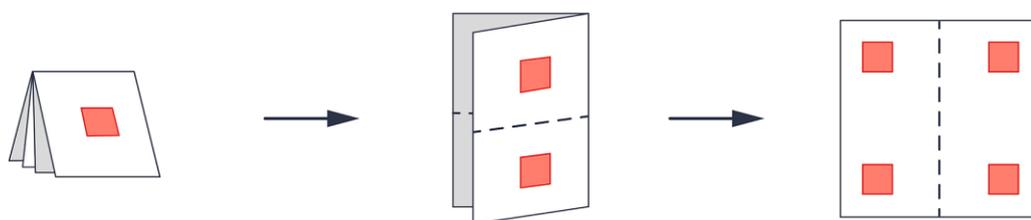


Какой вариант у него получился?



Ответ: 1

Решение.



## Задача № 6

---

### 6.1. Условие:

На острове обитают два племени: рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Четверо островитян выстроились в шеренгу на расстоянии 1 м друг от друга.

- Самый левый в ряду сказал: «Мой соплеменник в этой шеренге стоит на расстоянии 3 м от меня».
- Самый правый в ряду сказал: «Мой соплеменник в этой шеренге стоит на расстоянии 2 м от меня».

Известно, что всего в шеренге два рыцаря и два лжеца. Какие расстояния назвали рыцари?

Какого из рыцарей считать первым, а какого — вторым, значения не имеет.

### Варианты для сопоставления:

Первый рыцарь	1 м
	2 м
Второй рыцарь	3 м
	4 м

### Ответ:

Первый рыцарь — 2 м; Второй рыцарь — 2 м.

### Решение.

Пронумеруем островитян слева направо. Предположим, что первый – рыцарь. Тогда из его утверждения следует, что четвёртый тоже должен быть рыцарем. Четвёртый сказал, что его соплеменник стоит на расстоянии 2 м, и если его соплеменник – первый, стоящий на расстоянии трёх метров, возникнет противоречие. Отсюда следует, что первый – лжец.

Тогда четвёртый должен быть рыцарем, поскольку иначе первый бы сказал правду, а он, как мы уже выяснили, лжец. Из утверждения четвёртого следует, что второй должен быть рыцарем; по остаточному принципу находим, что третий – лжец.

Из вышеуказанного следует, что оба рыцаря ответят «два метра».

## 6.2. Условие:

На острове обитают два племени: рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Четверо островитян выстроились в шеренгу на расстоянии 1 м друг от друга.

- Самый левый в ряду сказал: «Мой соплеменник в этой шеренге стоит на расстоянии 2 м от меня».
- Самый правый в ряду сказал: «Мой соплеменник в этой шеренге стоит на расстоянии 2 м от меня».

Известно, что всего в шеренге два рыцаря и два лжеца. Какие расстояния назвали рыцари?

Какого из рыцарей считать первым, а какого — вторым, значения не имеет.

### Варианты для сопоставления:

Первый рыцарь	1 м
	2 м
Второй рыцарь	3 м
	4 м

### Ответ:

Первый рыцарь — 1 м; Второй рыцарь — 1 м.

### *Решение.*

Пронумеруем островитян слева направо. Предположим, что первый – рыцарь. Тогда из его утверждения следует, что третий тоже рыцарь; по остаточному принципу второй и четвёртый должны быть лжецами. Четвёртый сказал, что его соплеменник стоит на расстоянии двух метров. Это правда, но четвёртый — лжец, возникает противоречие. Отсюда следует, что первый должен быть лжецом.

Заметим, что для четвёртого и первого создаётся сходная ситуация: если мы посмотрим на шеренгу справа налево, то четвёртый будет в ней первым, и для него будут верны те же самые рассуждения. То есть четвёртый тоже должен быть лжецом. Получается, что второй и третий являются рыцарями, так как лжецы – первый и четвёртый.

Из вышеуказанного следует, что рыцари должны сказать «один метр».

### 6.3. Условие:

На острове обитают два племени: рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Четверо островитян выстроились в шеренгу на расстоянии 1 м друг от друга.

- Самый левый в ряду сказал: «Мой соплеменник в этой шеренге стоит на расстоянии 1 м от меня».
- Второй слева сказал: «Мой соплеменник в этой шеренге стоит на расстоянии 2 м от меня».

Известно, что всего в шеренге два рыцаря и два лжеца. Какие расстояния назвали рыцари?

Какого из рыцарей считать первым, а какого — вторым, значения не имеет.

### Варианты для сопоставления:

Первый рыцарь	1 м
	2 м
Второй рыцарь	3 м
	4 м

### Ответ:

Первый рыцарь — 2 м; Второй рыцарь — 2 м.

### *Решение.*

Пронумеруем островитян справа налево. Предположим, что первый — рыцарь. Тогда из его утверждения следует, что второй тоже рыцарь. При этом второй сказал, что его соплеменник находится на расстоянии двух метров от него, что является ложью, так как первый, который должен быть соплеменником второго, стоит рядом с ним. Отсюда вывод: первый — лжец.

Теперь из слов первого следует, что второй должен быть рыцарем, иначе бы он был лжецом, и первый сказал бы правду. Если второй — рыцарь, то из его утверждения следует, что и четвёртый тоже рыцарь. Получается, что третьему остаётся быть только лжецом.

Из вышеуказанного следует, что оба рыцаря ответят «два метра».

#### 6.4. Условие:

На острове обитают два племени: рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Четверо островитян выстроились в шеренгу на расстоянии 1 м друг от друга.

- Самый левый в ряду сказал: «Мой соплеменник в этой шеренге стоит на расстоянии 1 м от меня».
- Самый правый в ряду сказал: «Мой соплеменник в этой шеренге стоит на расстоянии 1 м от меня».

Известно, что всего в шеренге два рыцаря и два лжеца. Какие расстояния назвали рыцари?

Какого из рыцарей считать первым, а какого — вторым, значения не имеет.

#### Варианты для сопоставления:

Первый рыцарь	1 м
	2 м
Второй рыцарь	3 м
	4 м

#### Ответ:

Первый рыцарь — 1 м; Второй рыцарь — 1 м.

#### *Решение.*

Пронумеруем островитян справа налево. Предположим, что второй – лжец. Тогда из его утверждения следует, что и первый, и третий должны быть рыцарями, так как если кто-то из них двоих солгал, то второй сказал правду. Но если третий является рыцарем, то из его слов следует, что рядом с ним стоит его соплеменник-рыцарь. Возникает противоречие, поскольку второй рыцарь – первый слева. Значит, второй островитянин в ряду – рыцарь.

Заметим, что для третьего и второго создаётся сходная ситуация: если посмотреть на шеренгу справа налево, то третий будет в ней вторым, и для него будут верны те же самые рассуждения. То есть третий тоже должен быть рыцарем.

Из вышеуказанного следует, что оба рыцаря должны ответить «один метр».

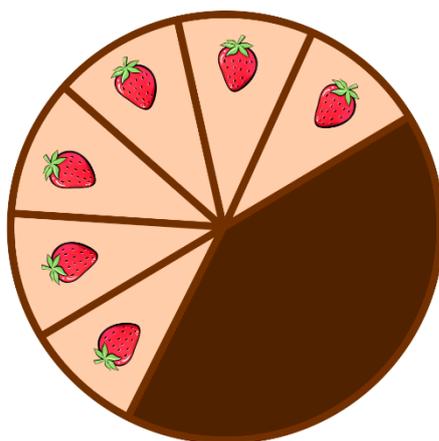
## Задача № 7

---

### 7.1. Условие:

Бабушка приготовила пирог и разрезала его на одинаковые части, после чего каждый внук взял по одному кусочку. На рисунке вы видите то, что осталось от пирога.

Сколько внуков у бабушки?



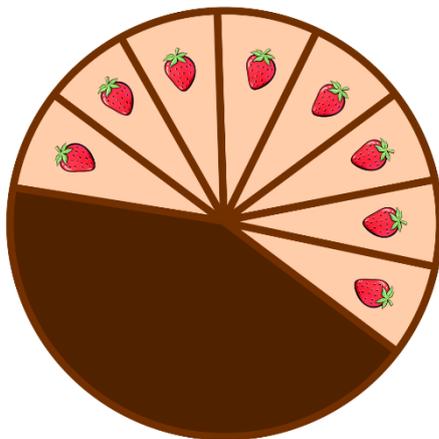
**Ответ:** 4

*Решение.* Без одного из кусочков мы получаем ровно половину торта, значит, целый торт состоял из  $(6 - 1) \cdot 2 = 10$  кусочков. Так как осталось шесть кусочков, выходит, что у бабушки  $10 - 6 = 4$  внука.

### 7.2. Условие:

Бабушка приготовила пирог и разрезала его на одинаковые части, после чего каждый внук взял по одному кусочку. На рисунке вы видите то, что осталось от пирога.

Сколько внуков у бабушки?

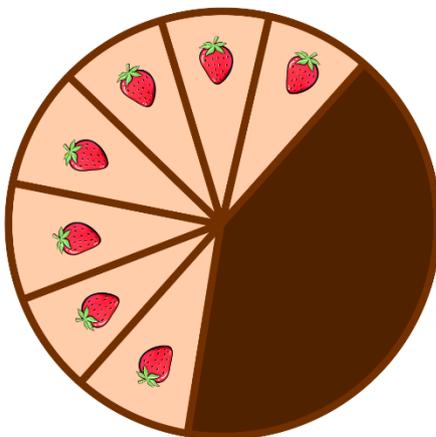


**Ответ:** 6

**7.3. Условие:**

Бабушка приготовила пирог и разрезала его на одинаковые части, после чего каждый внук взял по одному кусочку. На рисунке вы видите то, что осталось от пирога.

Сколько внуков у бабушки?

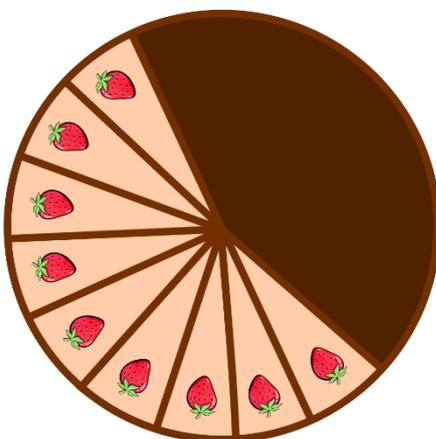


**Ответ: 5**

**7.4. Условие:**

Бабушка приготовила пирог и разрезала его на одинаковые части, после чего каждый внук взял по одному кусочку. На рисунке вы видите то, что осталось от пирога.

Сколько внуков у бабушки?



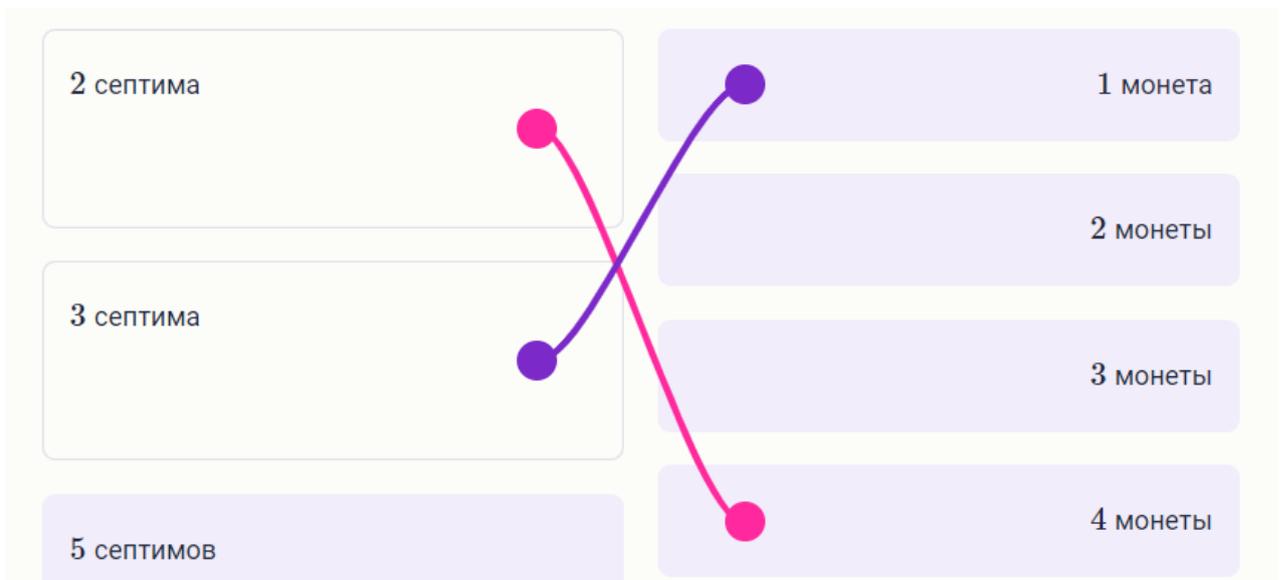
**Ответ: 7**

## Задача № 8

### 8.1. Условие:

В далёкой стране ходят монеты достоинством в 2, 3, 5, 7 и 20 септимов. Мальчик купил игрушку за 9 септимов, отдав монету в 20 септимов. Каким наименьшим количеством монет могут ему дать сдачу? Сопоставьте монеты каждого номинала и их количество.

*Пример:* так бы выглядел ответ, если бы мальчик получил 1 монету достоинством в 3 септима и 4 монеты достоинством в 2 септима.



### Варианты для сопоставления:

2 септима	1 монета
3 септима	2 монеты
5 септимов	3 монеты
7 септимов	4 монеты
20 септимов	5 монет
	6 монет
	7 монет
	8 монет

**Ответ 1:** 3 септима — 2 монеты; 5 септимов — 1 монета.

**Ответ 2:** 2 септима — 2 монеты; 7 септимов — 1 монета.

*Решение.* Сдача с такой покупки составит 11 септимов. Заметим, что никакие две монеты, тем более одна, не дают нам в сумме 11. Значит, нужно выдать сдачу хотя бы тремя монетами. Пример:  $3 + 3 + 5$  или  $2 + 2 + 7$ .

Докажем, что других вариантов нет. Сразу уберём монеты в 20 септимов, так как их в сдаче быть не может. Переберём все возможные варианты, но будем действовать по оптимальному алгоритму, следя за монетой наименьшего номинала. Если это монета в 2 септима, то оставшимися нужно набрать 9 септимов, что позволяют сделать монеты в 2 и 7 денежных единиц. Если наименьший номинал равен 3, то оставшимися двумя потребуется набрать 8 септимов, при этом монеты достоинством в 2 септима использовать уже нельзя, так как  $2 < 3$ . Набрать 8 септимов двумя монетами можно, только взяв по одной монете в 3 и 5 септимов. Если минимальный номинал равен 5, то необходимо набрать сдачу в 6 септимов двумя монетами достоинством в 5 или 7 септимов, так как 2- и 3-септимовые монеты мы уже не можем использовать. Это сделать нельзя, поэтому нового примера мы не получим. Аналогично для монеты достоинством в 7 септимов – снова не получаем нового примера. Итак, мы перебрали все возможные варианты и получили только 2 примера.

## 8.2. Условие:

В далёкой стране ходят монеты достоинством в 2, 3, 5, 7 и 30 септимов. Мальчик купил игрушку за 17 септимов, отдав монету в 30 септимов. Каким наименьшим количеством монет могут ему дать сдачу? Сопоставьте монеты каждого номинала и их количество.

### Варианты для сопоставления:

2 септима	1 монета
3 септима	2 монеты
5 септимов	3 монеты
7 септимов	4 монеты
20 септимов	5 монет
	6 монет
	7 монет
	8 монет

**Ответ 1:** 3 септима — 1 монета; 5 септимов — 2 монеты.

**Ответ 2:** 3 септима — 2 монеты; 7 септимов — 1 монета.

### 8.3. Условие:

В далёкой стране ходят монеты достоинством в 2, 3, 5, 7 и 30 септимов. Мальчик купил игрушку за 15 септимов, отдав монету в 30 септимов. Каким наименьшим количеством монет могут ему дать сдачу? Сопоставьте монеты каждого номинала и их количество.

#### Варианты для сопоставления:

2 септима	1 монета
3 септима	2 монеты
5 септимов	3 монеты
7 септимов	4 монеты
20 септимов	5 монет
	6 монет
	7 монет
	8 монет

**Ответ 1:** 5 септимов — 3 монеты.

**Ответ 2:** 3 септима; 5 септимов; 7 септимов — 1 монета.

### 8.4. Условие:

В далёкой стране ходят монеты достоинством в 2, 3, 5, 7 и 30 септимов. Мальчик купил игрушку за 14 септимов, отдав монету в 30 септимов. Каким наименьшим количеством монет могут ему дать сдачу? Сопоставьте монеты каждого номинала и их количество.

#### Варианты для сопоставления:

2 септима	1 монета
3 септима	2 монеты
5 септимов	3 монеты
7 септимов	4 монеты
20 септимов	5 монет
	6 монет
	7 монет
	8 монет

**Ответ 1:** 2 септима — 1 монета; 7 септимов — 2 монеты.