

Разбор заданий пригласительного этапа ВсОШ по математике для 4 класса

2021/22 учебный год

Максимальное количество баллов — 8

Критерии оценивания: точное совпадение ответа — 1 балл за каждое задание

Задача № 1.

1.1. Условие:

На международной космической станции стояли электронные часы, показывающие время в формате ЧЧ : ММ. Из-за электромагнитной бури устройство стало барахлить, и каждая цифра на табло либо увеличилась на 1, либо уменьшилась на 1. В какое время случилась буря на самом деле, если сразу после неё часы показывали 20:09?

Ответ: в 11 час. 18 мин.

Решение.

Первая цифра до поломки могла быть единицей или тройкой, но поскольку электронное устройство не выводит на табло значения выше 24 часов, условию отвечает только единица. Вторая и третья по счёту цифры – нули, поэтому до поломки они также могли принимать только значение, равное 1. Последняя цифра – 9, а значит, до поломки это могла быть только 8. Отсюда и получаем ответ: 11:18.

1.2. Условие:

На международной космической станции стояли электронные часы, показывающие время в формате ЧЧ : ММ. Из-за электромагнитной бури устройство стало барахлить, и каждая цифра на табло либо увеличилась на 1, либо уменьшилась на 1. В какое время случилась буря на самом деле, если сразу после неё часы показывали 00:59?

Ответ: в 11 час. 48 мин.

1.3. Условие:

На международной космической станции стояли электронные часы, показывающие время в формате ЧЧ : ММ. Из-за электромагнитной бури устройство стало барахлить, и каждая цифра на табло либо увеличилась на 1, либо уменьшилась на 1. В какое время случилась буря на самом деле, если сразу после неё часы показывали 09:09?

Ответ: в 18 час. 18 мин.

1.4. Условие:

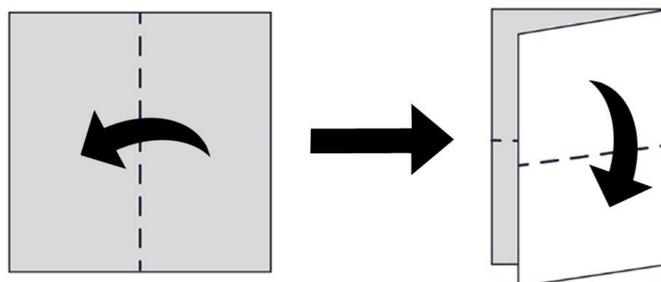
На международной космической станции стояли электронные часы, показывающие время в формате ЧЧ:ММ. Из-за электромагнитной бури устройство стало барахлить, и каждая цифра на табло либо увеличилась на 1, либо уменьшилась на 1. В какое время случилась буря на самом деле, если сразу после неё часы показывали 20:50?

Ответ: в 11 час. 41 мин.

Задача № 2

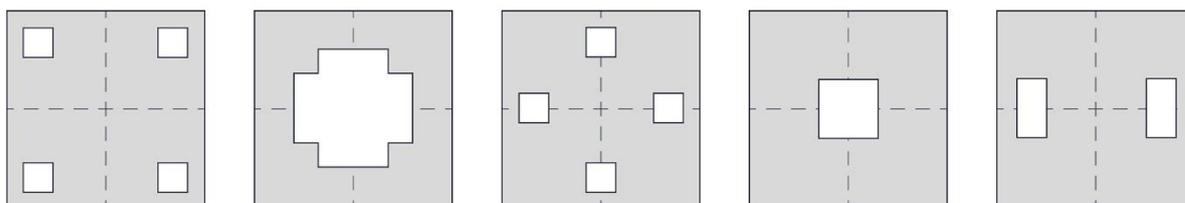
2.1. Условие:

Ваня взял квадратный лист бумаги, сложил его вдвое, потом ещё раз вдвое, как показано на рисунке.



После этого Ваня вырезал один кусочек.

Какой вариант у него НЕ мог получиться?



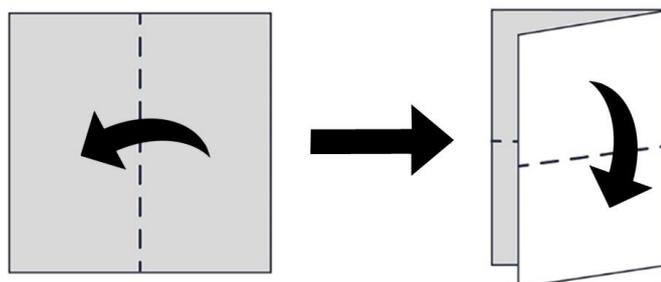
Ответ: 3

Решение.

Не могли получиться фигурки, которые пересекают обе линии сгиба и при этом не содержат центр листа. Для них нужно вырезать как минимум два кусочка.

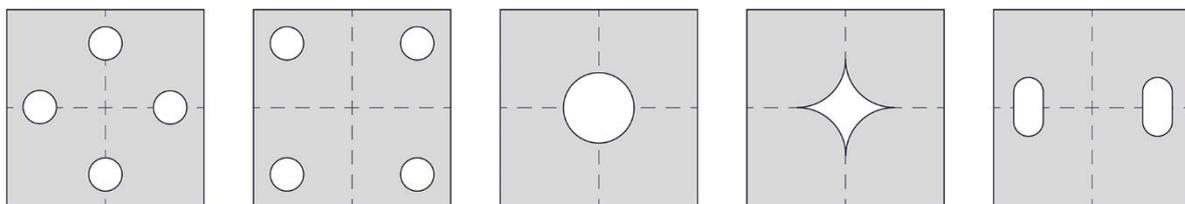
2.2. Условие:

Ваня взял квадратный лист бумаги, сложил его вдвое, потом ещё раз вдвое, как показано на рисунке.



После этого Ваня вырезал один кусочек.

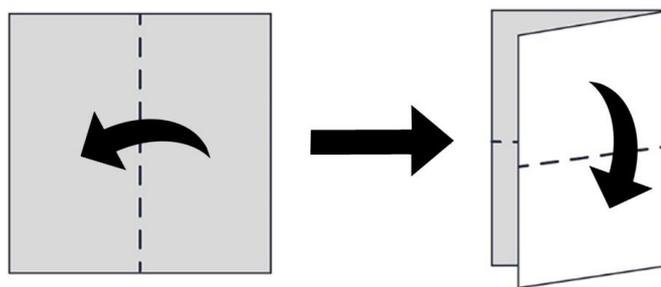
Какой вариант у него НЕ мог получиться?



Ответ: 1

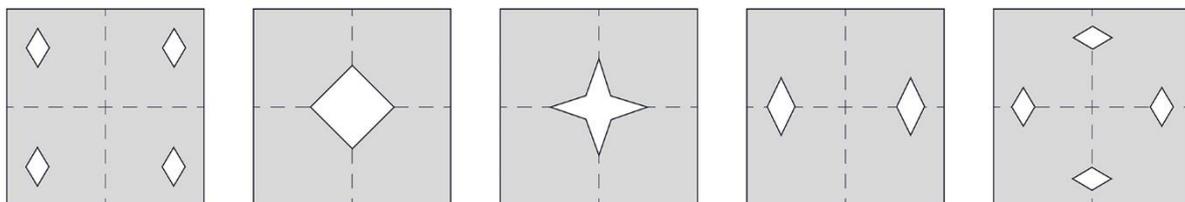
2.3. Условие:

Ваня взял квадратный лист бумаги, сложил его вдвое, потом ещё раз вдвое, как показано на рисунке.



После этого Ваня вырезал один кусочек.

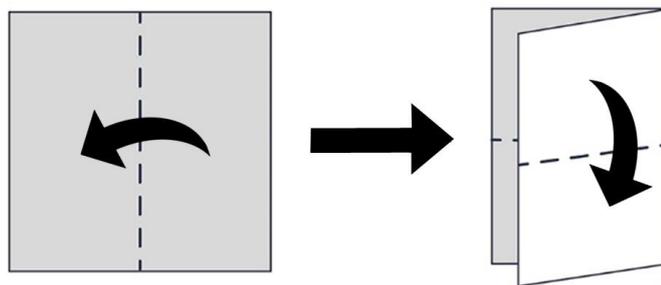
Какой вариант у него НЕ мог получиться?



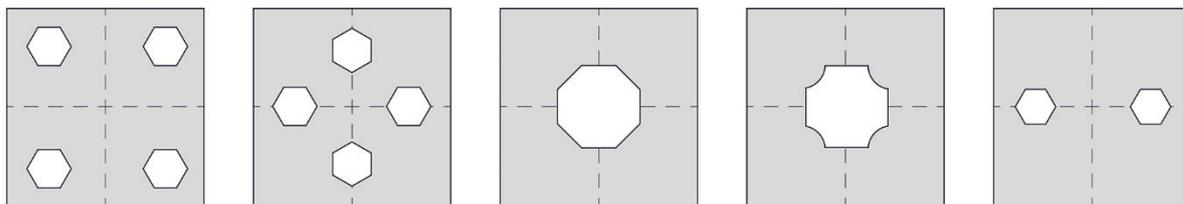
Ответ: 5

2.4. Условие:

Ваня взял квадратный лист бумаги, сложил его вдвое, потом ещё раз вдвое, как показано на рисунке.



После этого Ваня вырезал один кусочек.
Какой вариант у него НЕ мог получиться?



Ответ: 2

Задача № 3

3.1. Условие:

На экран компьютера выведено число 4597. За один ход разрешается поменять местами любые две соседние цифры, но после этого из полученного числа вычитается 100. Какое наибольшее число можно получить, сделав не более двух ходов?

Ответ: 8357

Решение.

Первая цифра не может превышать 8, поскольку для получения других цифр нужно передвинуть девятку на 2 разряда вперед и вычесть из неё единицу. Заметим, что в любом другом примере первая цифра будет меньше 8, так как восьмёрку мы можем получить только из девятки, а все остальные цифры меньше 9. Единственный способ получить цифру 8 на первой позиции – передвинуть 9 вперёд два раза.

3.2. Условие:

На экран компьютера выведено число 2175. За один ход разрешается поменять местами любые две соседние цифры, но после этого из полученного числа вычитается 100. Какое наибольшее число можно получить, сделав не более двух ходов?

Ответ: 6115

3.3. Условие:

На экран компьютера выведено число 3184. За один ход разрешается поменять местами любые две соседние цифры, но после этого из полученного числа вычитается 100. Какое наибольшее число можно получить, сделав не более двух ходов?

Ответ: 7214

3.4. Условие:

На экран компьютера выведено число 2360. За один ход разрешается поменять местами любые две соседние цифры, но после этого из полученного числа вычитается 100. Какое наибольшее число можно получить, сделав не более двух ходов?

Ответ: 5130

Задача № 4

4.1. Условие:

Перед дверями лифта стоят люди массой 50, 51, 55, 57, 58, 59, 60, 63, 75 и 140 кг. Грузоподъёмность лифта составляет 180 кг. Какое наименьшее количество поездок надо сделать, чтобы все люди смогли подняться?

Ответ: 4 (или 7)

Решение.

За одну поездку лифт переместит не более трёх человек, так как минимальная возможная масса четырёх человек составит не меньше чем $50 + 51 + 55 + 57 = 213 > 180$. Заметим, что никто не сможет подняться вместе с человеком, весящим 140 кг, поэтому на его подъём нужно будет потратить отдельную поездку. На оставшихся девяти потребуется хотя бы $\frac{9}{3} = 3$ поездки, так как в лифт поместится не больше 3 человек. Получаются такие поездки: (50, 51, 75), (55, 57, 63), (58, 59, 60) и (140).

В данной задаче 7 также засчитывается как верный ответ, если при решении задачи учитывать не только подъёмы лифта, но и спуски за людьми.

4.2. Условие:

Перед дверями лифта стоят люди массой 150, 60, 70, 71, 72, 100, 101, 102 и 103 кг. Грузоподъёмность лифта составляет 200 кг. Какое наименьшее количество поездок надо сделать, чтобы все люди смогли подняться?

Ответ: 5 (или 9)

Решение.

За одну поездку лифт переместит не более двух человек, так как минимальная возможная масса трёх человек составит не меньше чем $60 + 70 + 71 = 201 > 200$. Заметим, что никто не сможет подняться вместе с человеком, весящим 150 кг, поэтому на его подъём нужно будет потратить отдельную поездку. На оставшихся девяти потребуется хотя бы $\frac{8}{2} = 4$ поездки, так как в лифт поместятся не больше 2 человек. Получаются такие поездки: (60, 103), (70, 102), (71, 101), (72, 100) и (150).

В данной задаче **9** также засчитывается как верный ответ, если при решении задачи учитывать не только подъёмы лифта, но и спуски за людьми.

4.3. Условие:

Перед дверями лифта стоят люди массой 150, 62, 63, 66, 70, 75, 79, 84, 95, 96 и 99 кг. Грузоподъёмность лифта составляет 190 кг. Какое наименьшее количество поездок надо сделать, чтобы все люди смогли подняться?

Ответ: 6 (или 11)

Решение.

За одну поездку лифт переместит не более двух человек, так как минимальная возможная масса трёх человек составит не меньше чем $62 + 63 + 66 = 191 > 190$. Заметим, что никто не сможет подняться вместе с человеком, весящим 150 кг, поэтому на его подъём нужно будет потратить отдельную поездку. На оставшихся десяти потребуется хотя бы $\frac{10}{2} = 5$ поездок, так как в лифт поместятся не больше 2 человек. Получаются такие поездки: (62, 99), (63, 96), (66, 95), (70, 84), (75, 79) и (150).

В данной задаче **11** также засчитывается как верный ответ, если при решении задачи учитывать не только подъёмы лифта, но и спуски за людьми.

4.4. Условие:

Перед дверями лифта стоят люди массой 130, 60, 61, 65, 68, 70, 79, 81, 83, 87, 90, 91 и 95 кг. Грузоподъёмность лифта составляет 175 кг. Какое наименьшее количество поездок надо сделать, чтобы все люди смогли подняться?

Ответ: 7 (или 13)

Решение.

За одну поездку лифт переместит не более двух человек, так как минимальная возможная масса трёх человек составит не меньше чем $60 + 61 + 65 = 186 > 175$. Заметим, что никто не сможет подняться вместе с человеком, весящим 135 кг, поэтому на его подъём нужно будет потратить отдельную поездку. На оставшихся десяти потребуется хотя бы $\frac{12}{2} = 6$ поездок, так как в лифт поместятся не больше 2 человек. Получаются такие поездки: (60, 95), (61, 91), (65, 90), (68, 87), (70, 83), (79, 81) и (130).

В данной задаче **13** также засчитывается как верный ответ, если при решении задачи учитывать не только подъёмы лифта, но и спуски за людьми.

Задача № 5

5.1. Условие:

На складе стоят 8 шкафов, в каждом из которых есть 4 коробки, в каждой по 10 мобильных телефонов. Склад, каждый шкаф и каждая коробка закрыты на замок. Менеджер получил задание достать 52 мобильных телефона. Какое наименьшее количество ключей менеджер должен взять с собой?

Ответ: 9

Решение. Чтобы достать 52 телефона, нужно открыть хотя бы 6 коробок. Чтобы открыть 6 коробок, необходимо открыть не менее 2 шкафов. Также потребуется 1 ключ от склада. В итоге $6 + 2 + 1 = 9$ ключей нужно взять с собой менеджеру.

5.2. Условие:

На складе стоят 7 шкафов, в каждом из которых есть 5 коробок, в каждой по 8 мобильных телефонов. Склад, каждый шкаф и каждая коробка закрыты на замок. Менеджер получил задание достать 49 мобильных телефонов. Какое наименьшее количество ключей менеджер должен взять с собой?

Ответ: 10

5.3. Условие:

На складе стоят 9 шкафов, в каждом из которых есть 4 коробки, в каждой по 5 мобильных телефонов. Склад, каждый шкаф и каждая коробка закрыты на замок. Менеджер получил задание достать 47 мобильных телефонов. Какое наименьшее количество ключей менеджер должен взять с собой?

Ответ: 14

5.4. Условие:

На складе стоят 11 шкафов, в каждом из которых есть 3 коробки, в каждой по 10 мобильных телефонов. Склад, каждый шкаф и каждая коробка закрыты на замок. Менеджер получил задание достать 43 мобильных телефона. Какое наименьшее количество ключей менеджер должен взять с собой?

Ответ: 8

Задача № 6

6.1. Условие:

У большой божьей коровки на спинке 6 точек, а у маленькой — 5 точек. Несколько божьих коровок собрались вместе на вечеринку на большом листе лопуха. Всего у них было в сумме 43 точки. Укажите количество божьих коровок обоих размеров, собравшихся на вечеринке.

Количество больших божьих коровок: 3

Количество маленьких божьих коровок: 5

Решение. Заметим, что если бы на листе лопуха было 8 маленьких божьих коровок, то число точек составило бы 40. Если маленькую коровку заменить на большую, то общее количество точек на спинках увеличится на 1. Сделаем такую замену три раза и получим всего 43 точки.

6.2. Условие:

У большой божьей коровки на спинке 7 точек, а у маленькой — 6 точек. Несколько божьих коровок собрались вместе на вечеринку на большом листе лопуха. Всего у них было в сумме 40 точек. Укажите количество божьих коровок обоих размеров, собравшихся на вечеринке.

Количество больших божьих коровок: 4

Количество маленьких божьих коровок: 2

6.3. Условие:

У большой божьей коровки на спинке 6 точек, а у маленькой — 5 точек. Несколько божьих коровок собрались вместе на вечеринку на большом листе лопуха. Всего у них было в сумме 44 точки. Укажите количество божьих коровок обоих размеров, собравшихся на вечеринке.

Количество больших божьих коровок: 4

Количество маленьких божьих коровок: 4

6.4. Условие:

У большой божьей коровки на спинке 7 точек, а у маленькой — 5 точек. Несколько божьих коровок собрались вместе на вечеринку на большом листе лопуха. Всего у них было в сумме 41 точка. Укажите количество божьих коровок обоих размеров, собравшихся на вечеринке.

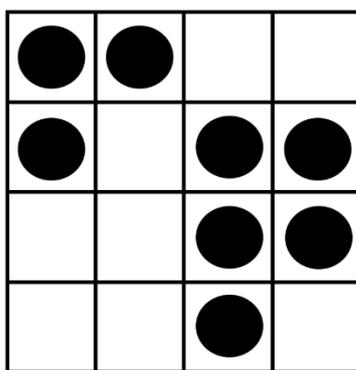
Количество больших божьих коровок: 3

Количество маленьких божьих коровок: 4

Задача № 7

7.1. Условие:

На доске расставлены фишки. За один ход можно сдвинуть любую фишку на соседнюю свободную клетку по вертикали, горизонтали или диагонали (соседние клетки имеют общую сторону или угол).



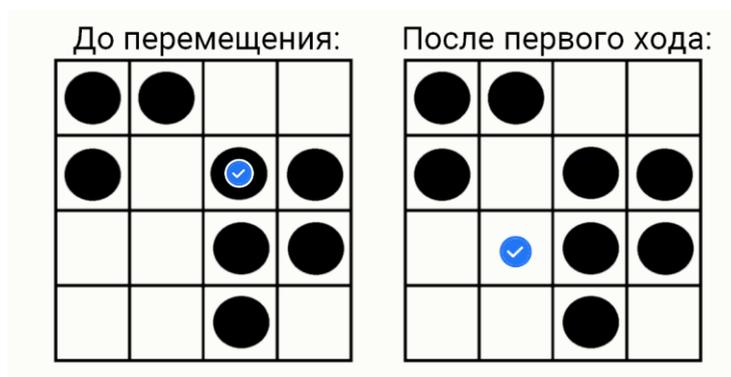
За какое наименьшее количество ходов можно сделать так, чтобы в каждой горизонтали и вертикали было ровно по 2 фишки, если по правилам разрешено двигать только одну фишку (то есть нельзя первым ходом передвинуть одну фишку, а вторым ходом — другую)?

Ответ: 2

Покажите первый ход: на левой картинке отметьте одну фишку, которую хотите сдвинуть, на правой — её положение после первого хода.

Примечание. Если вы выберете более одной фишки на каком-либо из полей, за задание начислится 0 баллов.

Ответ:

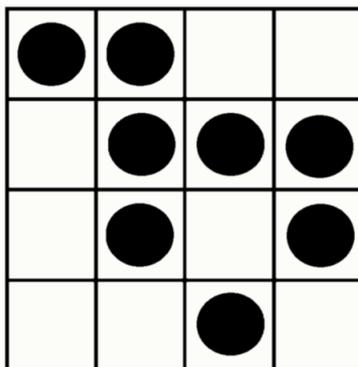


Решение.

Во второй строке и в третьем столбце находится по три фишки. Значит, двигать нужно ту фишку, которая стоит на их пересечении. Она должна попасть на пересечение четвёртой строки и второго столбца. Это можно сделать не менее чем за два хода, при этом первый ход определяется однозначно – нужно сходить по диагонали вниз-влево.

7.2. Условие:

На доске расставлены фишки. За один ход можно сдвинуть любую фишку на соседнюю свободную клетку по вертикали, горизонтали или диагонали (соседние клетки имеют общую сторону или угол).



За какое наименьшее количество ходов можно сделать так, чтобы в каждой горизонтали и вертикали было ровно по 2 фишки, если по правилам разрешено двигать только одну фишку (то есть нельзя первым ходом передвинуть одну фишку, а вторым ходом — другую)?

Ответ: 2

Покажите первый ход: на левой картинке отметьте одну фишку, которую хотите сдвинуть, на правой — её положение после первого хода.

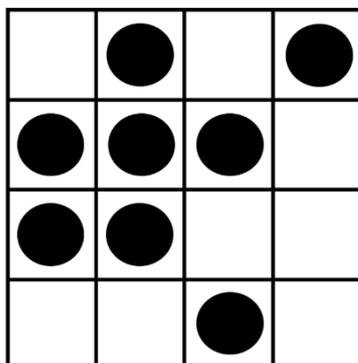
Примечание. Если вы выберете более одной фишки на каком-либо из полей, за задание начислится 0 баллов.

Ответ:



7.3. Условие:

На доске расставлены фишки. За один ход можно сдвинуть любую фишку на соседнюю свободную клетку по вертикали, горизонтали или диагонали (соседние клетки имеют общую сторону или угол).



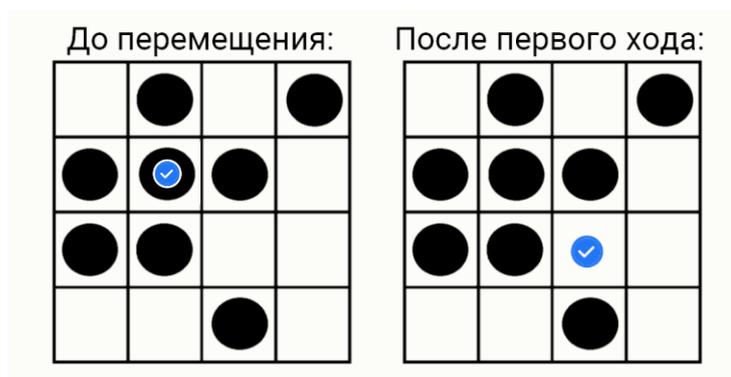
За какое наименьшее количество ходов можно сделать так, чтобы в каждой горизонтали и вертикали было ровно по 2 фишки, если по правилам разрешено двигать только одну фишку (то есть нельзя первым ходом передвинуть одну фишку, а вторым ходом — другую)?

Ответ: 2

Покажите первый ход: на левой картинке отметьте одну фишку, которую хотите сдвинуть, на правой — её положение после первого хода.

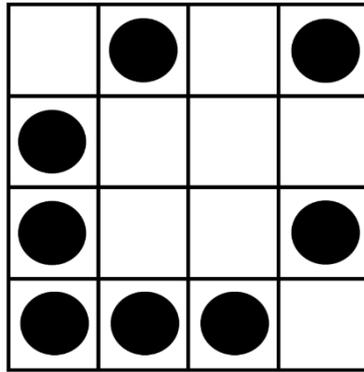
Примечание. Если вы выберете более одной фишки на каком-либо из полей, за задание начислится 0 баллов.

Ответ:



7.4. Условие:

На доске расставлены фишки. За один ход можно сдвинуть любую фишку на соседнюю свободную клетку по вертикали, горизонтали или диагонали (соседние клетки имеют общую сторону или угол).



За какое наименьшее количество ходов можно сделать так, чтобы в каждой горизонтали и вертикали было ровно по 2 фишки, если по правилам разрешено двигать только одну фишку (то есть нельзя первым ходом передвинуть одну фишку, а вторым ходом — другую)?

Ответ: 2

Покажите первый ход: на левой картинке отметьте одну фишку, которую хотите сдвинуть, на правой — её положение после первого хода.

Примечание. Если вы выберете более одной фишки на каком-либо из полей, за задание начислится 0 баллов.

Ответ:



Задача № 8

8.1. Условие:

На острове обитают два племени: рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Четверо островитян выстроились в шеренгу на расстоянии 1 м друг от друга.

- Самый левый в ряду сказал: «Мой соплеменник в этой шеренге стоит на расстоянии 3 м от меня».
- Самый правый в ряду сказал: «Мой соплеменник в этой шеренге стоит на расстоянии 2 м от меня».

Известно, что всего в шеренге два рыцаря и два лжеца. Какие расстояния могли назвать второй и третий слева островитяне? Укажите все возможные варианты.

Варианты для сопоставления:

Второй островитянин	1 м
Третий островитянин	2 м
	3 м
	4 м

Ответ:

Второй островитянин — 2 м;

Третий островитянин — 1 м; 3 м; 4 м.

Решение.

Пронумеруем островитян слева направо. Предположим, что первый – рыцарь. Тогда из его утверждения следует, что четвёртый тоже должен быть рыцарем. Четвёртый сказал, что его соплеменник стоит на расстоянии 2 м, и если его соплеменник – первый, стоящий на расстоянии трёх метров, возникнет противоречие. Отсюда следует, что первый – лжец. Тогда четвёртый должен быть рыцарем, поскольку иначе первый бы сказал правду, а он, как мы уже выяснили, лжец. Из утверждения четвёртого следует, что второй должен быть рыцарем; по остаточному принципу находим, что третий – лжец.

Из вышеуказанного следует, что второй ответит «два метра», а третий может сказать что угодно, кроме «два метра».

8.2. Условие:

На острове обитают два племени: рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Четверо островитян выстроились в шеренгу на расстоянии 1 м друг от друга.

- Самый левый в ряду сказал: «Мой соплеменник в этой шеренге стоит на расстоянии 2 м от меня».
- Самый правый в ряду сказал: «Мой соплеменник в этой шеренге стоит на расстоянии 2 м от меня».

Известно, что всего в шеренге два рыцаря и два лжеца. Какие расстояния могли назвать второй и третий слева островитяне? Укажите все возможные варианты.

Варианты для сопоставления:

Второй островитянин	1 м
Третий островитянин	2 м
	3 м
	4 м

Ответ:

Второй островитянин — 1 м;

Третий островитянин — 1 м.

Решение.

Пронумеруем островитян слева направо. Предположим, что первый – рыцарь. Тогда из его утверждения следует, что третий тоже рыцарь; по остаточному принципу второй и четвёртый должны быть лжецами. Четвёртый сказал, что его соплеменник стоит на расстоянии двух метров. Это правда, но четвёртый — лжец, возникает противоречие. Отсюда следует, что первый должен быть лжецом.

Заметим, что для четвёртого и первого создаётся сходная ситуация: если мы посмотрим на шеренгу справа налево, то четвёртый будет в ней первым, и для него будут верны те же самые рассуждения. То есть четвёртый тоже должен быть лжецом. Получается, что второй и третий являются рыцарями, так как лжецы – первый и четвёртый.

Из вышеуказанного следует, что второй и третий – рыцари, которые скажут «один метр».

8.3. Условие:

На острове обитают два племени: рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Четверо островитян выстроились в шеренгу на расстоянии 1 м друг от друга.

- Самый левый в ряду сказал: «Мой соплеменник в этой шеренге стоит на расстоянии 1 м от меня».
- Второй слева сказал: «Мой соплеменник в этой шеренге стоит на расстоянии 2 м от меня».

Известно, что всего в шеренге два рыцаря и два лжеца. Какие расстояния могли назвать третий и четвёртый слева островитяне? Укажите все возможные варианты.

Варианты для сопоставления:

Третий островитянин	1 м
Четвёртый островитянин	2 м
	3 м
	4 м

Ответ:

Третий островитянин — 1 м; 3 м; 4 м.

Четвёртый островитянин — 2 м.

Решение.

Пронумеруем островитян справа налево. Предположим, что первый – рыцарь. Тогда из его утверждения следует, что второй тоже рыцарь. При этом второй сказал, что его соплеменник находится на расстоянии двух метров от него, что является ложью, так как первый, который должен быть соплеменником второго, стоит рядом с ним. Отсюда вывод: первый – лжец.

Теперь из слов первого следует, что второй должен быть рыцарем, иначе бы он был лжецом и первый сказал бы правду. Если второй — рыцарь, то из его утверждения следует, что и четвёртый тоже рыцарь. Получается, что третьему остаётся быть только лжецом.

8.4. Условие:

На острове обитают два племени: рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Четверо островитян выстроились в шеренгу на расстоянии 1 м друг от друга.

- Второй слева сказал: «Мой соплеменник в этой шеренге стоит на расстоянии 1 м от меня».
- Третий слева сказал: «Мой соплеменник в этой шеренге стоит на расстоянии 1 м от меня».

Известно, что всего в шеренге два рыцаря и два лжеца. Какие расстояния могли назвать первый и четвёртый слева островитяне? Укажите все возможные варианты.

Варианты для сопоставления:

Первый островитянин	1 м
Четвёртый островитянин	2 м
	3 м
	4 м

Ответ:

Первый островитянин — 1 м; 2 м; 4 м.

Четвёртый островитянин — 1 м; 2 м; 4 м.

Решение.

Пронумеруем островитян справа налево. Предположим, что второй – лжец. Тогда из его утверждения следует, что и первый, и третий должны быть рыцарями, так как если кто-то из них двоих солгал, то второй сказал правду. Но если третий является рыцарем, то из его слов следует, что рядом с ним стоит его соплеменник-рыцарь. Возникает противоречие, поскольку второй рыцарь – первый слева. Значит, второй островитянин в ряду – рыцарь.

Заметим, что для третьего и второго создаётся сходная ситуация: если посмотреть на шеренгу справа налево, то третий будет в ней вторым, и для него будут верны те же самые рассуждения. То есть третий тоже должен быть рыцарем.

Из вышеуказанного следует, что первый и четвёртый – лжецы, которые могут ответить что угодно, кроме «три метра».