

Разбор заданий школьного этапа ВсОШ по математике для 5 класса

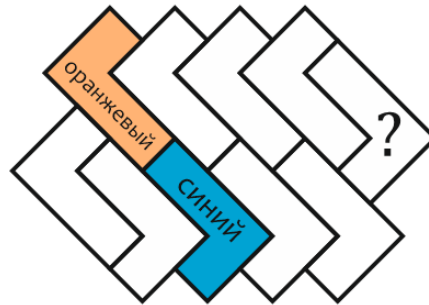
2022/23 учебный год

Максимальное количество баллов — 8

Задание № 1.1

Условие:

Рабочий кладёт плитку так, чтобы одноцветные плитки не граничили друг с другом. У него есть плитка трёх цветов: синяя, зелёная и оранжевая. На схеме указаны цвета двух плиток. Плитку какого цвета положит рабочий на место со знаком «?»?



Варианты ответов:

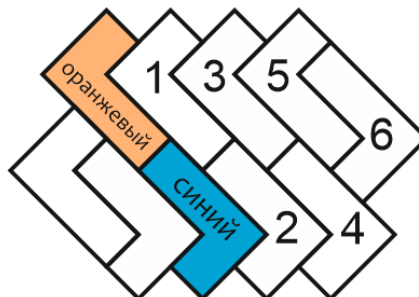
- Синий
- Зелёный
- Оранжевый

Ответы:

- Синий

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

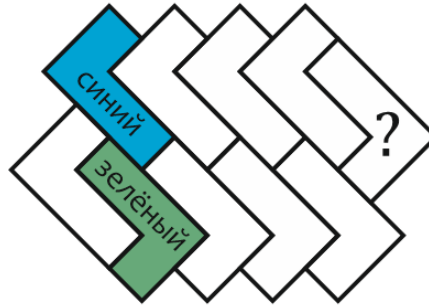


Будем последовательно красить плитки. Плитка 1 может быть только зелёного цвета, так как граничит с оранжевым и синим. Плитка 2 граничит с зелёным и синим, она оранжевая. Тогда плитка 3 — синяя, плитка 4 — зелёная, плитка 5 — оранжевая, а плитка 6 — синяя.

Задание № 1.2

Условие:

Рабочий кладёт плитку так, чтобы одноцветные плитки не граничили друг с другом. У него есть плитка трёх цветов: синяя, зелёная и оранжевая. На схеме указаны цвета двух плиток. Плитку какого цвета положит рабочий на место со знаком «?»?



Варианты ответа:

- Синий
- Зелёный
- Оранжевый

Ответ:

- Оранжевый

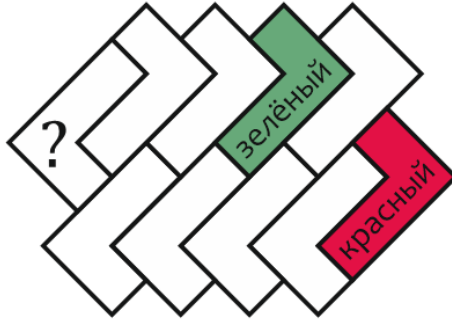
Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №1.1

Задание № 1.3

Условие:

Рабочий кладёт плитку так, чтобы одноцветные плитки не граничили друг с другом. У него есть плитка трёх цветов: синяя, зелёная и красная. На схеме указаны цвета двух плиток. Плитку какого цвета положит рабочий на место со знаком «?»?



Варианты ответа.

- Синий
- Зелёный
- Красный

Ответ:

- Красный

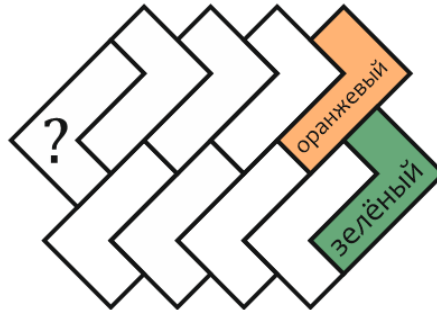
Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №1.1

Задание № 1.4

Условие:

Рабочий кладёт плитку так, чтобы одноцветные плитки не граничили друг с другом. У него есть плитка трёх цветов: синяя, зелёная и оранжевая. На схеме указаны цвета двух плиток. Плитку какого цвета положит рабочий на место со знаком «?»?



Варианты ответа:

- Синий
- Зелёный
- Оранжевый

Ответы:

- Зелёный

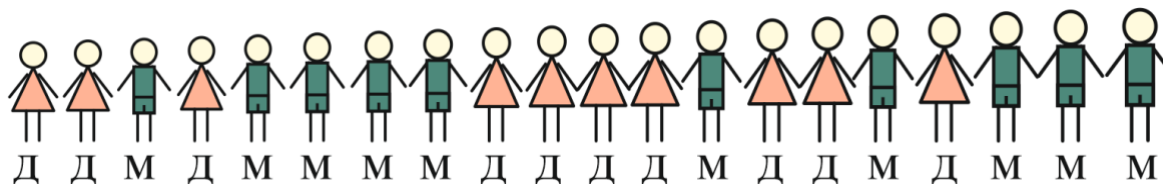
Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №1.1

Задание № 2.1

Условие:

20 мальчиков и девочек выстроились в ряд по увеличению роста, у всех разный рост.



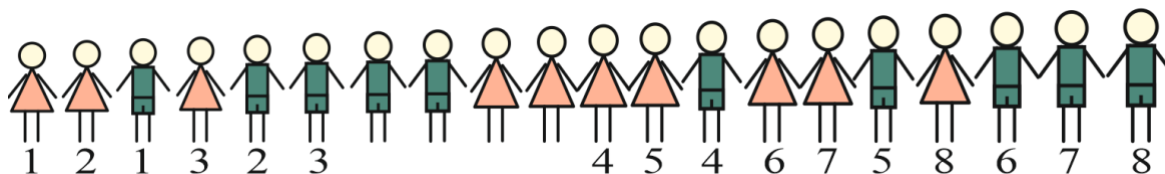
Во время танца они разбились на 10 пар. Какое наибольшее количество пар могло образоваться, в которых мальчик выше девочки?

Ответ: 8 пар

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

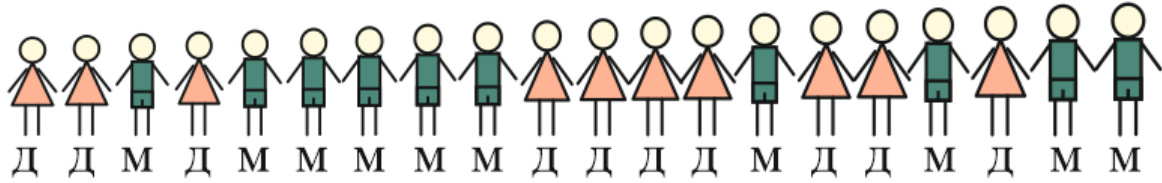
Для пяти самых низких мальчиков, все девочки, кроме трёх самых низких, выше их. Значит, эти пять мальчиков смогут образовать не более трёх нужных нам пар. Следовательно, не более 8 мальчиков смогут встать в пару с девочкой, которая ниже ростом. 8 пар можно образовать, например, так:



Задание № 2.2

Условие:

20 мальчиков и девочек выстроились в ряд по увеличению роста, у всех разный рост.



Во время танца они разбились на 10 пар. Какое наибольшее количество пар могло образоваться, в которых мальчик выше девочки?

Ответ: 7 пар

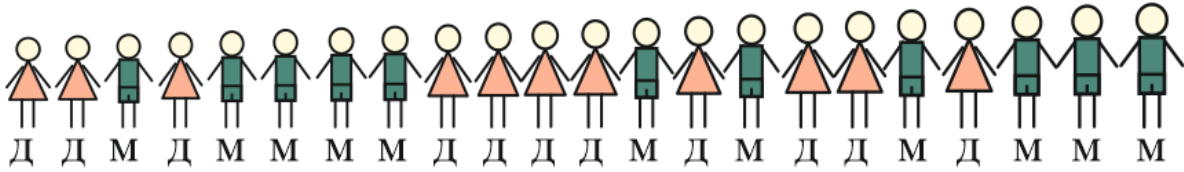
Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №2.1

Задание № 2.3

Условие:

22 мальчика и девочки выстроились в ряд по увеличению роста, у всех разный рост.



Во время танца они разбились на 11 пар. Какое наибольшее количество пар могло образоваться, в которых мальчик выше девочки?

Ответ: 9 пар

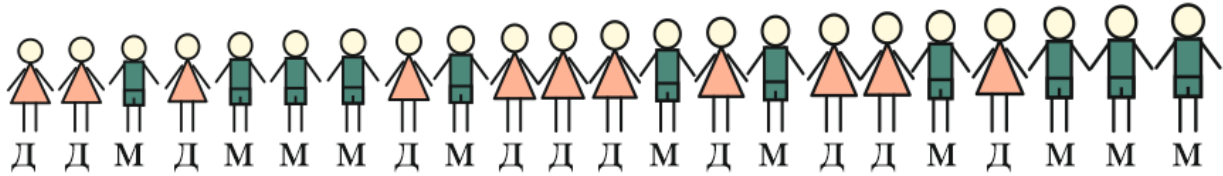
Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №2.1

Задание № 2.4

Условие:

22 мальчика и девочки выстроились в ряд по увеличению роста, у всех разный рост.



Во время танца они разбились на 11 пар. Какое наибольшее количество пар могло образоваться, в которых мальчик выше девочки?

Ответ: 10 пар

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №2.1

Задание № 3.1

Условие:

Кексы продаются по 3 штуки в коробке, эклеры — по 6, а пряники — по 10. Можно купить только целую коробку, открывать нельзя. Алиса купила одинаковое количество кексов, эклеров и пряников. Какое наименьшее число коробок при этом она могла взять?

Ответ: 18

Решение.

Алиса купила одинаковое количество кексов, эклеров и пряников, следовательно, их количество делится на 3, 6 и 10, так как она купила целое число коробок. Наименьшее число, которое делится на 3, 6 и 10 — это 30. То есть 10 коробок кексов, 5 коробок эклеров и 3 коробки пряников. Всего 18 коробок.

Задание № 3.2

Условие:

Кексы продаются по 3 штуки в коробке, эклеры — по 10, а пряники — по 15. Можно купить только целую коробку, открывать нельзя. Алиса купила одинаковое количество кексов, эклеров и пряников. Какое наименьшее число коробок при этом она могла взять?

Ответ: 15

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №3.1

Задание № 3.3

Условие:

Кексы продаются по 2 штуки в коробке, эклеры — по 10, а пряники — по 15. Можно купить только целую коробку, открывать нельзя. Алиса купила одинаковое количество кексов, эклеров и пряников. Какое наименьшее число коробок при этом она могла взять?

Ответ: 20

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №3.1

Задание № 3.4

Условие:

Кексы продаются по 2 штуки в коробке, эклеры — по 6, а пряники — по 15. Можно купить только целую коробку, открывать нельзя. Алиса купила одинаковое количество кексов, эклеров и пряников. Какое наименьшее число коробок при этом она могла взять?

Ответ: 22

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №3.1

Задание № 4.1

Условие:

Пятиклассники Оля, Федя, Катя и Дима участвовали в школьной олимпиаде. Из 8 задач, предложенных на олимпиаде, каждый из ребят справился более чем с четырьмя. Известно, что:

- Оля решила больше Кати,
- Федя и Дима решили одинаковое число задач,
- Дима решил на одну задачу меньше, чем Оля.

Сколько задач решил каждый, если в сумме все четверо решили 27 задач?

Ответы:

Оля — 8

Федя — 7

Катя — 5

Дима — 7

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Если мальчики решили по 5 задач, то Оля решила 6 задач, а Катя — $27 - 5 - 5 - 6 = 11$ задач, чего не может быть.

Если мальчики решили по 6 задач, то Оля решила 7 задач, а Катя решила $27 - 6 - 6 - 7 = 8$ задач, чего не может быть, потому что Катя решила меньше Оли.

Если мальчики решили по 7 задач, то Оля решила 8 задач, а Катя решила $27 - 7 - 7 - 8 = 5$ задач. Этот вариант удовлетворяет условиям.

Мальчики не могут решить по 8 задач, так как Оля не сможет решить на одну задачу больше.

Задание № 4.2

Условие:

Пятиклассники Оля, Федя, Катя и Дима участвовали в школьной олимпиаде. Из 8 задач, предложенных на олимпиаде, каждый из ребят справился более чем с четырьмя. Известно, что:

- Оля решила больше Кати,
- Федя и Дима решили одинаковое число задач,
- Дима решил на одну задачу больше, чем Катя.

Сколько задач решил каждый, если в сумме все четверо решили 27 задач?

Ответы:

Оля — 7

Федя — 7

Катя — 6

Дима — 7

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №4.1

Задание № 4.3

Условие:

Пятиклассники Оля, Федя, Катя и Дима участвовали в школьной олимпиаде. Из 8 задач, предложенных на олимпиаде, каждый из ребят справился более чем с четырьмя. Известно, что:

- Оля решила больше Кати,
- Федя и Дима решили одинаковое число задач,
- Дима решил на одну задачу больше, чем Катя.

Сколько задач решил каждый, если в сумме все четверо решили 25 задач?

Ответы:

Оля — 8

Федя — 6

Катя — 5

Дима — 6

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №4.1

Задание № 4.4

Условие:

Пятиклассники Оля, Федя, Катя и Дима участвовали в школьной олимпиаде. Из 8 задач, предложенных на олимпиаде, каждый из ребят справился более чем с четырьмя. Известно, что:

- Оля решила больше Кати,
- Федя и Дима решили одинаковое число задач,
- Дима решил на одну задачу меньше, чем Оля.

Сколько задач решил каждый, если в сумме все четверо решили 25 задач?

Ответы:

Оля — 7

Федя — 6

Катя — 6

Дима — 6

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №4.1

Задание № 5.1

Условие:

Собака, Кошка и Мышка бегают вокруг круглого озера. Они одновременно стартовали в одном направлении из одной точки и одновременно финишировали, все бегут с постоянными скоростями. Собака пробежала 12 кругов, Кошка — 6 кругов, а Мышка — 4 круга. Сколько всего обгонов совершено от старта до финиша?

Если два или более обгонов совершаются одновременно, каждый обгон считается отдельно. Момент старта и финиша не считается за обгон.

Ответ: 13

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

В тот момент, когда более быстрый бегун догоняет медленного, он опережает его на круг. Собака обогнала Кошку на 6 кругов, то есть она догнала её 6 раз, при этом последний раз догоняет Кошку на финише, что не считается за обгон, значит, Собака совершила 5 обгонов Кошки. Мышку Собака опередила на 8 кругов, значит, совершила 7 обгонов Мышки. А Кошка опередила Мышку на 2 круга, совершив 1 обгон. Всего животными совершено $5+7+1=13$ обгонов.

Задание № 5.2

Условие:

Собака, Кошка и Мышка бегают вокруг круглого озера. Они одновременно стартовали в одном направлении из одной точки и одновременно финишировали, все бегут с постоянными скоростями. Собака пробежала 11 кругов, Кошка — 7 кругов, а Мышка — 4 круга. Сколько всего обгонов совершено от старта до финиша?

Если два или более обгонов совершаются одновременно, каждый обгон считается отдельно. Момент старта и финиша не считается за обгон.

Ответ: 11

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №5.1

Задание № 5.3

Условие:

Собака, Кошка и Мышка бегают вокруг круглого озера. Они одновременно стартовали в одном направлении из одной точки и одновременно финишировали, все бегут с постоянными скоростями. Собака пробежала 12 кругов, Кошка — 7 кругов, а Мышка — 3 круга. Сколько всего обгонов совершено от старта до финиша?

Если два или более обгонов совершаются одновременно, каждый обгон считается отдельно. Момент старта и финиша не считается за обгон.

Ответ: 15

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №5.1

Задание № 5.4

Условие:

Собака, Кошка и Мышка бегают вокруг круглого озера. Они одновременно стартовали в одном направлении из одной точки и одновременно финишировали, все бегут с постоянными скоростями. Собака пробежала 12 кругов, Кошка — 5 кругов, а Мышка — 2 круга. Сколько всего обгонов совершено от старта до финиша?

Если два или более обгонов совершаются одновременно, каждый обгон считается отдельно. Момент старта и финиша не считается за обгон.

Ответ: 17

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №5.1

Задание № 6.1

Условие:

У Ани, Тани и Вани были одинаковые картонные квадраты со стороной 16 см. Каждый из них отрезал от своего квадрата по два прямоугольника, как показано на рисунке, все 6 прямоугольников одинаковы. Периметр фигуры Ани равен 88 см, периметр фигуры Вани — 82 см.



Найдите периметр фигуры Тани. Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ: 76

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Периметр изначального квадрата равен $16 \cdot 4 = 64$ см. Отрезав 2 прямоугольника, Аня увеличила периметр фигуры на 4 большие стороны прямоугольника, а именно — на $88 - 64 = 24$ см. Большая сторона прямоугольника равна $24 : 4 = 6$ см.

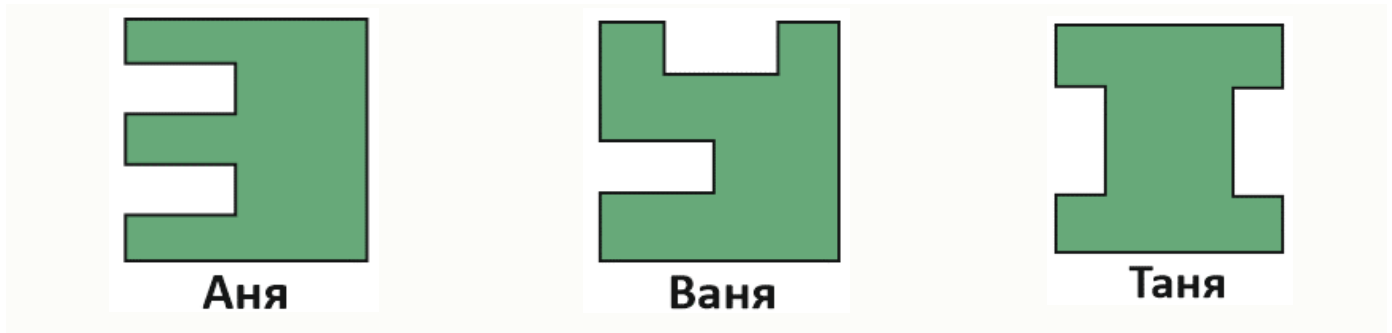
Ваня, отрезав два прямоугольника, увеличил периметр фигуры на две больших стороны прямоугольника и две меньших, а именно — на $82 - 64 = 18$ см, из которых 12 см — это две большие стороны, а оставшиеся 6 см — две меньшие. Значит, меньшая сторона прямоугольника равна 3 см.

Таня, отрезав два прямоугольника, увеличила периметр фигуры на 4 меньшие стороны прямоугольника, то есть на $3 \cdot 4 = 12$ см. Периметр получившейся фигуры равен $64 + 12 = 76$ см.

Задание № 6.2

Условие:

У Ани, Тани и Вани были одинаковые картонные квадраты со стороной 15 см. Каждый из них отрезал от своего квадрата по два прямоугольника, как показано на рисунке, все 6 прямоугольников одинаковы. Периметр фигуры Ани равен 88 см, периметр фигуры Вани — 80 см.



Найдите периметр фигуры Тани. Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ: 72

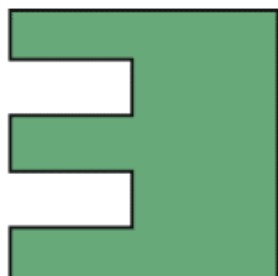
Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №6.1

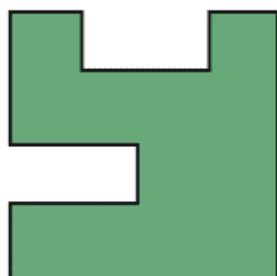
Задание № 6.3

Условие:

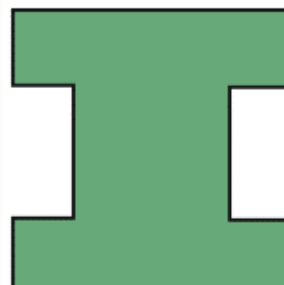
У Ани, Тани и Вани были одинаковые картонные квадраты со стороной 16 см. Каждый из них отрезал от своего квадрата по два прямоугольника, как показано на рисунке, все 6 прямоугольников одинаковы. Периметр фигуры Ани равен 92 см, периметр фигуры Вани — 86 см.



Аня



Ваня



Таня

Найдите периметр фигуры Тани. Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ: 80

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №6.1

Задание № 6.4

Условие:

У Ани, Тани и Вани были одинаковые картонные квадраты со стороной 15 см. Каждый из них отрезал от своего квадрата по два прямоугольника, как показано на рисунке, все 6 прямоугольников одинаковы. Периметр фигуры Ани равен 84 см, периметр фигуры Вани — 76 см.



Найдите периметр фигуры Тани. Ответ выразите в сантиметрах.

Ответ: 68

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №6.1

Задание № 7.1

Условие:

В примерах каждой букве соответствует какая-то цифра от 0 до 9. При этом одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным — разные.

$$\begin{aligned} \text{Л} : \text{Е} &= \text{Т} + \text{О} \\ \text{О} + \text{С} &= \text{Е} \times \text{Н} = \text{Ь} \end{aligned}$$

Какое число зашифровано следующим словом?

НОЛЬ

Ответ: 4368

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Поскольку $\text{Е} \times \text{Н} = \text{Ь}$, то Ь может быть равен только 8 или 6: $8 = 2 \cdot 4$, или $6 = 2 \cdot 3$.

Если $\text{Ь} = 6$, то Е и Н равны 2 и 3 в некотором порядке. $\text{О} + \text{С} = 6$, это может быть только 1+5 или 5+1 ($0+6$, $2+4$ и $3+3$ не подходят, так как 2, 3 и 6 уже используются). Тогда сумма $\text{Т} + \text{О}$ — это как минимум $4+1=5$ ($0+1$ не может быть результатом деления Л на Е , а 2 и 3 уже используются). Но результат деления однозначного числа Л на 2 или 3 меньше 5, противоречие.

Тогда $\text{Ь} = 8$, а Е и Н равны 2 и 4 в некотором порядке. Е не может быть равно 4, так как нет другой цифры кроме 8, делящейся на 4, на место буквы Л . Значит $\text{Е} = 2$, $\text{Н} = 4$. На место буквы Л остается только одна чётная цифра — 6. Получаем, что $6 : 2 = \text{Т} + \text{О}$, а $\text{О} + \text{С} = 2 \times 4 = 8$ и остались неиспользованными цифры 0, 1, 3, 5, 7 и 9. Поскольку $\text{Т} + \text{О} = 3$, это 3+0 или 0+3, но если $\text{О} = 0$, тогда $\text{С} = 8$, а 8 уже использована, значит, $\text{О} = 3$, $\text{Т} = 0$ и $\text{С} = 5$.

Слову **НОЛЬ** тогда соответствует число 4368.

Задание № 7.2

Условие:

В примерах каждой букве соответствует какая-то цифра от 0 до 9. При этом одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным — разные.

$$\text{Л} : \text{Е} = \text{Т} + \text{О}$$

$$\text{О} + \text{С} = \text{Е} \times \text{Н} = \text{Ь}$$

Какое число зашифровано следующим словом?

СЛОН

Ответ: 5634

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №7.1

Задание № 7.3

Условие:

В примерах каждой букве соответствует какая-то цифра от 0 до 9. При этом одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным — разные.

$$\text{Л} : \text{Е} = \text{Т} + \text{О}$$

$$\text{О} + \text{С} = \text{Е} \times \text{Н} = \text{Ь}$$

Какое число зашифровано следующим словом?

СОЛЬ

Ответ: 5368

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №7.1

Задание № 7.4

Условие:

В примерах каждой букве соответствует какая-то цифра от 0 до 9. При этом одинаковым буквам соответствуют одинаковые цифры, разным — разные.

$$\text{Л} : \text{Е} = \text{Т} + \text{О}$$

$$\text{О} + \text{С} = \text{Е} \times \text{Н} = \text{Ь}$$

Какое число зашифровано следующим словом?

С Е Т Ъ

Ответ: 5208

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №7.1

Задание № 8.1

Условие:

Зебры Алекс, Бафи, Веба, Гуня считали свои полоски. При этом у них произошёл такой разговор.

Алекс: «У меня, Гуни и Бафи вместе 70 полосок».

Бафи: «У меня полосок в 2 раза больше, чем у Гуни».

Гуня: «У меня на 2 полоски больше, чем у Алекса».

Веба: «У меня полосок больше, чем у Алекса и Гуни вместе, но меньше, чем у Бафи».

Сколько полосок у Вебы?

Ответ: 35

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение.

Обозначим количество полосок у зебр Алекса, Бафи, Вебы и Гуни за A , B , V и Γ соответственно.

Известно, что $A+B+\Gamma=70$, $B=2\Gamma$, $\Gamma=A+2$, из последних двух равенств получаем, что $B=2A+4$.

Подставляя в первое равенство B и Γ , получаем $A+2A+4+A+2=70$, откуда $4A=64$, $A=16$, $\Gamma=18$ и $B=36$.

У Вебы больше полосок, чем $A+\Gamma=34$, но меньше, чем $B=36$, то есть $V=35$.

Задание № 8.2

Условие:

Зебры Алекс, Бафи, Веба и Гуня считали свои полоски. При этом у них произошёл такой разговор.

Алекс: «У меня, Гуни и Бафи вместе 74 полоски».

Бафи: «У меня полосок в 2 раза больше, чем у Гуни».

Гуня: «У меня на 2 полоски больше, чем у Алекса».

Веба: «У меня полосок больше, чем у Алекса и Гуни вместе, но меньше, чем у Бафи».

Сколько полосок у Вебы?

Ответ: 37

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №8.1

Задание № 8.3

Условие:

Зебры Алекс, Бафи, Веба и Гуня считали свои полоски. При этом у них произошёл такой разговор.

Алекс: «У меня, Гуни и Бафи вместе 78 полосок».

Бафи: «У меня полосок в 2 раза больше, чем у Гуни».

Гуня: «У меня на 2 полоски больше, чем у Алекса».

Веба: «У меня полосок больше, чем у Алекса и Гуни вместе, но меньше, чем у Бафи».

Сколько полосок у Вебы?

Ответ: 39

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №8.1

Задание № 8.4

Условие:

Зебры Алекс, Бафи, Веба и Гуня считали свои полоски. При этом у них произошёл такой разговор.

Алекс: «У меня, Гуни и Бафи вместе 82 полоски».

Бафи: «У меня полосок в 2 раза больше, чем у Гуни».

Гуня: «У меня на 2 полоски больше, чем у Алекса».

Веба: «У меня полосок больше, чем у Алекса и Гуни вместе, но меньше, чем у Бафи».

Сколько полосок у Вебы?

Ответ: 41

Точное совпадение ответа — 1 балл

Решение по аналогии с заданием №8.1