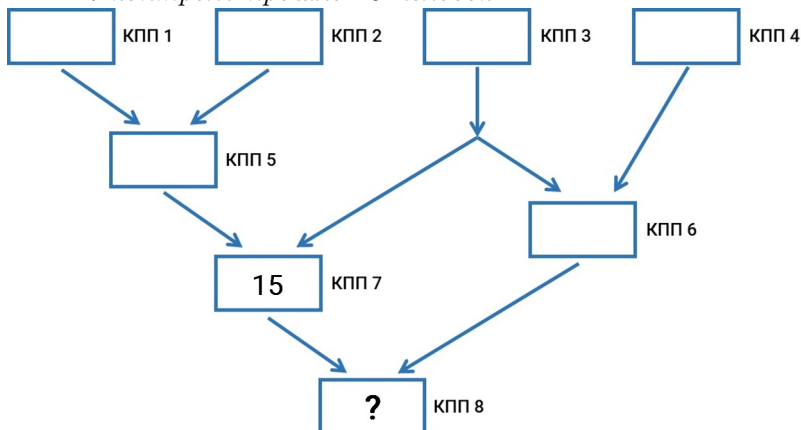


Школьный этап ВСОШ по математике, 2022-2023 учебный год, 5 класс.

1.1. На стадион через КПП под номерами 1, 2, 3, 4 на входе зашло поровну болельщиков. Дальше они миновали ещё несколько КПП, двигаясь по стрелкам, на развилке болельщики распределялись поровну. На КПП 7 контроль прошло 15 человек.



Сколько человек прошло через КПП 8?

КПП (контрольно-пропускной пункт) — место, где сотрудники стадиона проверяют у зрителей наличие билетов и отсутствие запрещённых предметов.

**Ответ:** 24

**Решение.** Пусть через каждое из первых четырёх КПП прошло по  $2x$  человек. Тогда через КПП 7 прошло по  $2x$  с первых двух КПП и  $x$  с третьего, всего  $5x = 15$  человек, откуда  $x = 3$ . Значит, на каждом из первых четырёх КПП было по 6 человек, а КПП 8 прошли все, кто зашёл через четыре первых КПП, то есть 24 человека.

2.1. Вася впервые купил билет в купейный вагон. Думая, что в каждой купе 6 мест, Вася решил, что его купе имеет номер 5. В каком купе на самом деле может оказаться место Васи, если известно, что в каждой купе 4 места? Укажите все возможные варианты.

**Ответ:** 7, 8 (Все ответы)

**Решение.** Если в вагоне в каждой купе по 6 мест, то купе под номером 5 содержит места с 25 по 30. Васино место может быть любым из этих шести. В настоящем вагоне, где в каждой купе по 4 места, места 25, 26, 27, 28 окажутся в купе под номером 7, а места 29 и 30 в купе под номером 8.

3.1. Садовник выращивает белые и красные цветы: пионы и розы. В его саду 301 цветок, среди которых 135 роз и 182 красных цветка. Какое наименьшее число красных пионов может расти у садовника?

**Ответ:** 47

**Решение.** Оценка: Число красных пионов равно разности числа красных цветов и числа красных роз. Красных роз не больше чем общее число роз, т.е. не больше чем 135. Поэтому красных пионов не меньше чем  $182 - 135 = 47$ .

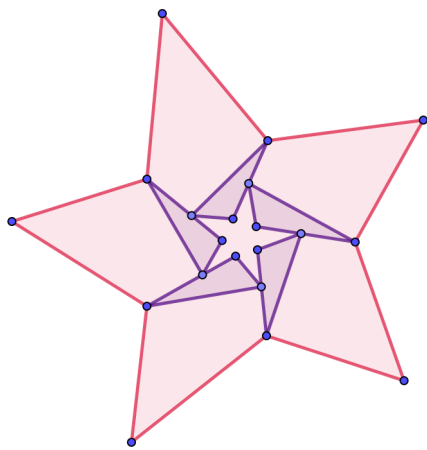
Приведем пример, в котором условия задачи выполнены, а красных пионов ровно 47. Пусть красных пионов — 47, красных роз — 135, белых роз — 0, белых пионов — 119.

4.1. Мама испекла четыре булочки с изюмом на завтрак двум своим сыновьям. В первые три булочки она положила 7, 7, 23 изюминки и сколько-то ещё в четвёртую. Оказалось, что мальчики съели поровну изюминок и ни одну булочку на части не делили. Сколько изюминок мама могла положить в четвёртую булочку? Укажите все варианты.

**Ответ:** 9, 23, 37 (Все ответы)

**Решение.** Если мальчики съели и поровну булочек, то в четвёртой булочке может быть только 23 изюминки, а если один из них съел три булочки, а другой одну, то тот, кто съел одну, съел ту булочку, в которой больше всего изюминок, то есть либо ту, где 23 изюминки, либо четвёртую. В первом случае в четвёртой булочке  $23 - 7 - 7 = 9$  изюминок, а во втором —  $23 + 7 + 7 = 37$  изюминок.

**5.1.** Большую звезду разбили на треугольники с периметрами 7, четырёхугольники с периметрами 18 и маленькую звёздочку с периметром 3.



Найдите периметр исходной звезды.

**Ответ:** 58

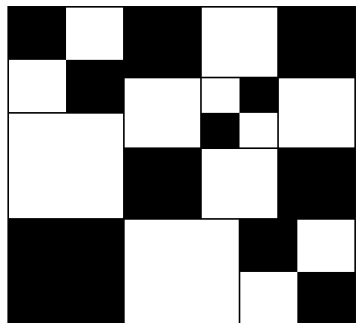
**Решение.** Если внимательно изучить картинку, то можно заметить, что сумма периметров четырёхугольников и маленькой звезды равна сумме периметров треугольников и большой звезды. Поэтому периметр большой звезды равен  $3 + 5 \cdot 18 - 5 \cdot 7 = 58$ .

**6.1.** В феврале невисокосного года Кирилл и Вова решили есть мороженое по правилам. Если число было чётное, а день недели среда или четверг, то они съедали по семь порций мороженого. Если же день недели понедельник или вторник, а число нечётное, то они съедали по три порции мороженого. Если день недели пятница, то число съеденных каждой порций равнялось числу на календаре. В остальные дни и при других условиях мороженое было запрещено. Какое наибольшее число порций мороженого мог съесть Вова за февраль при таких условиях?

**Ответ:** 110

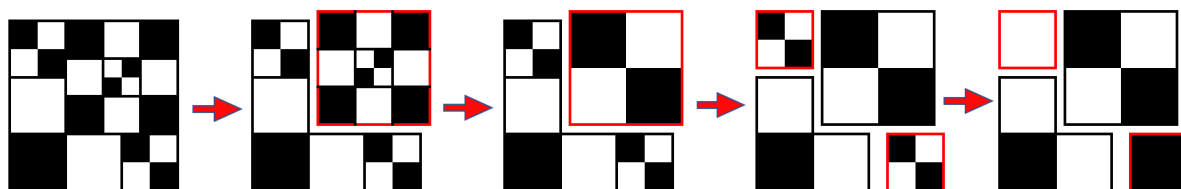
**Решение.** В феврале 28 дней, это ровно 4 понедельника, 4 вторника, и тд. Причём, если на одной неделе понедельник выпал на чётное число, то понедельник следующей недели выпадет на нечётное, и наоборот. Значит, один и тот же день недели выпадает два раза на чётное число и два раза на нечётное, независимо от того, в какой день недели начинается месяц. Значит, за понедельники, вторники, среды и четверги Кирилл и Вова съедят по  $4 \cdot (7 + 3) = 40$  порций мороженого. А за четыре пятницы будет съедено  $x, x + 7, x + 14, x + 21$ , где  $x$  — это число, на которое выпадает первая пятница. Наибольшее число порций будет съедено, когда первая пятница это 7 февраля. Тогда  $x + x + 7 + x + 14 + x + 21 = 42 + 4x = 42 + 28 = 70$ , и всего Вова съест  $70 + 40 = 110$  порций мороженого.

**7.1.** Квадрат разбили на квадраты поменьше нескольких размеров, часть из них закрасили чёрным. Площадь белой части квадрата равна 180.



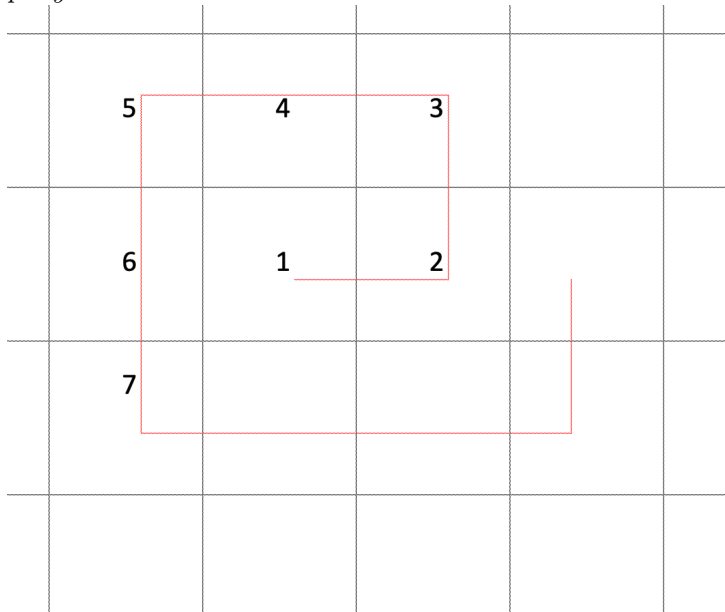
Найдите площадь чёрной части квадрата.

**Ответ:** 144



**Решение.** Выделенный квадрат в правом верхнем углу содержит в себе по два маленьких чёрных и белых квадрата и по четыре больших чёрных и белых квадрата, то есть ровно половина его площади чёрная. Тогда его можно перестроить так, как показано на рисунке. Два угловых квадрата, разбитые в шахматном порядке, тоже можно перестроить так, что один из них целиком чёрный, а один — целиком белый. Таким образом, мы получили квадрат, разбитый на 9 одинаковых квадратов, четыре из которых чёрные, а 5 — белые. Тогда площадь чёрной части квадрата составляет  $\frac{4}{5}$  от площади белой части и равна  $180 \cdot \frac{4}{5} = 144$ .

**8.1.** Таня учится считать и выписывает подряд идущие натуральные числа по спирали, как показано на рисунке.



Какое число будет записано ровно над числом 900?

**Ответ:** 1023

**Решение.** Выделим квадрат с числами 1, 2, 3, 4. Следующим будет полностью заполнена рамка вокруг него, то есть целиком будет заполнен квадрат размером  $4 \times 4$ , затем следующая рамка и так далее. На рисунке красным выделены квадраты, а серым отмечены клетки, которые будут заполнены последними в каждом квадрате. В них будут записаны последовательно квадраты чётных чисел. Число 900 — это квадрат числа 30, значит, по диагонали от него вверх и влево будет записано число  $32^2$ , а перед ним по спирали предыдущее число  $32^2 - 1$ , оно и окажется ровно над числом 900.

