Пригласительный этап 2022

Математика 9 класс

---

1. Вариант 1.

   На входе в парк развлечений продают детские и взрослые билеты. Один детский билет стоит 600 рублей. Александр купил 2 детских и 3 взрослых билета, а Анна купила 3 детских и 2 взрослых билета. Известно, что Александр заплатил на 200 рублей больше, чем Анна. Какую сумму в рублях заплатил за билеты Александр?

   Вариант 2.

   На входе в парк развлечений продают детские и взрослые билеты. Один детский билет стоит 500 рублей. Александр купил 2 детских и 3 взрослых билета, а Анна купила 3 детских и 2 взрослых билета. Известно, что Александр заплатил на 100 рублей больше, чем Анна. Какую сумму в рублях заплатил за билеты Александр?

   Вариант 3.

   На входе в парк развлечений продают детские и взрослые билеты. Один детский билет стоит 700 рублей. Александр купил 2 детских и 3 взрослых билета, а Анна купила 3 детских и 2 взрослых билета. Известно, что Александр заплатил на 100 рублей больше, чем Анна. Какую сумму в рублях заплатил за билеты Александр?

   Вариант 4.

   На входе в парк развлечений продают детские и взрослые билеты. Один детский билет стоит 600 рублей. Александр купил 2 детских и 3 взрослых билета, а Анна купила 3 детских и 2 взрослых билета. Известно, что Александр заплатил на 100 рублей больше, чем Анна. Какую сумму в рублях заплатил за билеты Александр?

2. Вариант 1.

   Дано множество $A = \{1, 2, 3, ..., 1002\}$. Петя и Вася играют в игру. Петя называет число n, а Вася выбирает из A подмножество, состоящее из n элементов. Вася выигрывает, если в выбранном им подмножестве нет двух взаимно простых чисел, в противном случае – побеждает Петя. Какое наименьшее n должен назвать Петя, чтобы гарантированно выиграть?

   Вариант 2.

   Дано множество $A = \{1, 2, 3, ..., 2022\}$. Поликарп и Варфоломей играют в игру. Поликарп называет число n, а Варфоломей выбирает из A подмножество, состоящее из n элементов. Варфоломей выигрывает, если в выбранном им подмножестве нет двух взаимно простых чисел, в противном случае – побеждает Поликарп. Какое наименьшее n должен назвать Поликарп, чтобы гарантированно выиграть?

   Вариант 3.

   Дано множество $A = \{1, 2, 3, ..., 3002\}$. Винтик и Шпунтик играют в игру. Винтик называет число n, а Шпунтик выбирает из A подмножество, состоящее из n элементов. Шпунтик выигрывает, если в выбранном им подмножестве нет двух взаимно простых чисел, в противном случае – побеждает Винтик. Какое наименьшее n должен назвать Винтик, чтобы гарантированно выиграть?

   Вариант 4.

   Дано множество $A = \{1, 2, 3, ..., 5002\}$. Гарри и Рон играют в игру. Гарри называет число n, а Рон выбирает из A подмножество, состоящее из n элементов. Рон выигрывает, если в выбранном им подмножестве нет двух взаимно простых чисел, в противном случае – побеждает Гарри. Какое наименьшее n должен назвать Гарри, чтобы гарантированно выиграть?

3. Вариант 1.

   На острове Невезения живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Однажды, за круглым столом собрались 2022 аборигена и каждый из них сделал заявление:

   «Рядом со мной сидят рыцарь и лжец!»

   Известно, что при этом три рыцаря ошиблись (т.е. нечаянно солгали). Какое максимальное количество рыцарей могло находиться за столом?

3. Вариант 1.

   На острове Невезения живут рыцари, которые всегда говорят правду, и лжецы, которые всегда лгут. Однажды, за круглым столом собрались 2022 аборигена и каждый из них сделал заявление:

   «Рядом со мной сидят рыцарь и лжец!»

   Известно, что при этом три рыцаря ошиблись (т.е. нечаянно солгали). Какое максимальное количество рыцарей могло находиться за столом?

   Вариант 2.

   На острове Невезения живут рыцари и лжецы. Лжецы всегда лгут, рыцари всегда говорят правду. Однажды, за круглым столом собрались 2922 аборигена и каждый из них сделал заявление: рядом со мной сидят рыцарь и лжец. Известно, что при этом три рыцаря ошиблись (т.е. нечаянно солгали). Какое максимальное количество рыцарей могло находиться за столом?

   Вариант 3.

   На острове Невезения живут рыцари и лжецы. Лжецы всегда лгут, рыцари всегда говорят правду. Однажды, за круглым столом собрались 3822 аборигена и каждый из них сделал заявление: рядом со мной сидят рыцарь и лжец. Известно, что при этом три рыцаря ошиблись (т.е. нечаянно солгали). Какое максимальное количество рыцарей могло находиться за столом?

   Вариант 4.

   На острове Невезения живут рыцари и лжецы. Лжецы всегда лгут, рыцари всегда говорят правду. Однажды, за круглым столом собрались 4722 аборигена и каждый из них сделал заявление: рядом со мной сидят рыцарь и лжец. Известно, что при этом три рыцаря ошиблись (т.е. нечаянно солгали). Какое максимальное количество рыцарей могло находиться за столом?

4. Вариант 1.

Каждая из клеток поля 3×4 либо свободна, либо занята одной спрятанной миной. В двух клетках, свободных от мин, указано количество мин, находящихся в соседних клетках (см. рисунок).

			2
	3		

Сколькими способами можно расположить мины в закрытых клетках? Соседними считаются клетки, имеющие общую сторону или вершину.

Вариант 2.

В каждой из клеток поля 3×4 либо свободно, либо спрятана одна мина. На двух клетках, свободных от мин написано количество мин, находящихся в клетках, соседних с данной (см. рисунок). Сколькими способами можно расположить мины в закрытых клетках? Соседними считаются клетки, имеющие общую сторону или вершину.

	4		4

Вариант 3.

В каждой из клеток поля 3×4 либо свободно, либо спрятана одна мина. На двух клетках, свободных от мин написано количество мин, находящихся в клетках, соседних с данной (см. рисунок). Сколькими способами можно расположить мины в закрытых клетках? Соседними считаются клетки, имеющие общую сторону или вершину.

	2		
		4	

Вариант 4.

В каждой из клеток поля 3×4 либо свободно, либо спрятана одна мина. На двух клетках, свободных от мин написано количество мин, находящихся в клетках, соседних с данной (см. рисунок). Сколькими способами можно расположить мины в закрытых клетках? Соседними считаются клетки, имеющие общую сторону или вершину.

4			
		3	

5. Вариант 1.

   На координатной плоскости нарисованы графики трёх приведенных квадратных трехчленов, пересекающие ось ординат в точках $-15, -6, -27$ соответственно. У каждого из трехчленов коэффициент при x – натуральное число, а больший корень – простое число. Найдите сумму всех корней этих трехчленов.

   Вариант 2.

   На координатной плоскости нарисованы графики трёх приведенных квадратных трехчленов, пересекающие ось ординат в точках $-21, -16, -6$ соответственно. У каждого из трехчленов коэффициент при x – натуральное число, а больший корень – простое число. Найдите сумму всех корней этих трехчленов.

   Вариант 3.

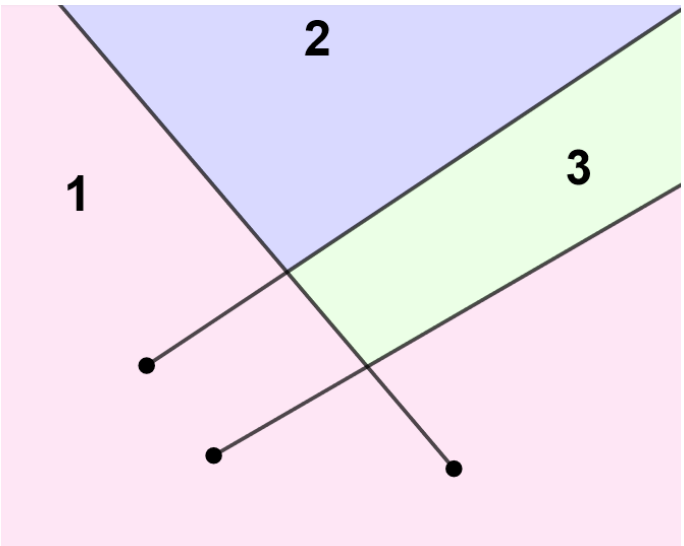
   На координатной плоскости нарисованы графики трёх приведенных квадратных трехчленов, пересекающие ось ординат в точках $-15, -16, -35$ соответственно. У каждого из трехчленов коэффициент при x – натуральное число, а больший корень – простое число. Найдите сумму всех корней этих трехчленов.

   Вариант 4.

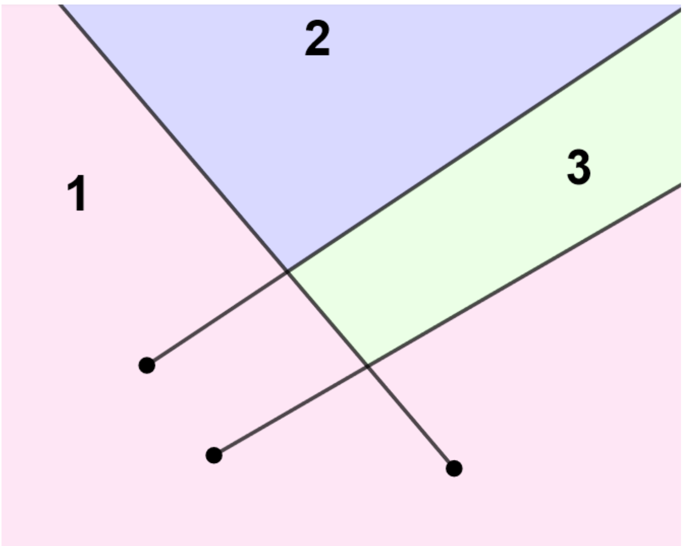
   На координатной плоскости нарисованы графики трёх приведенных квадратных трехчленов, пересекающие ось ординат в точках $-15, -27, -21$ соответственно. У каждого из трехчленов коэффициент при x – натуральное число, а больший корень – простое число. Найдите сумму всех корней этих трехчленов.

6. Вариант 1.

   На рисунке приведен пример того, как 3 луча разбивают плоскость на 3 части. На какое максимальное количество частей могут разбить плоскость 11 лучей?

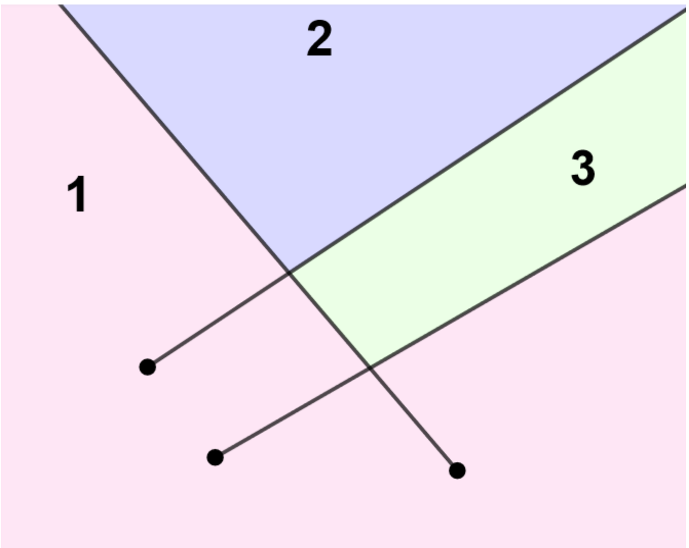


Вариант 2.



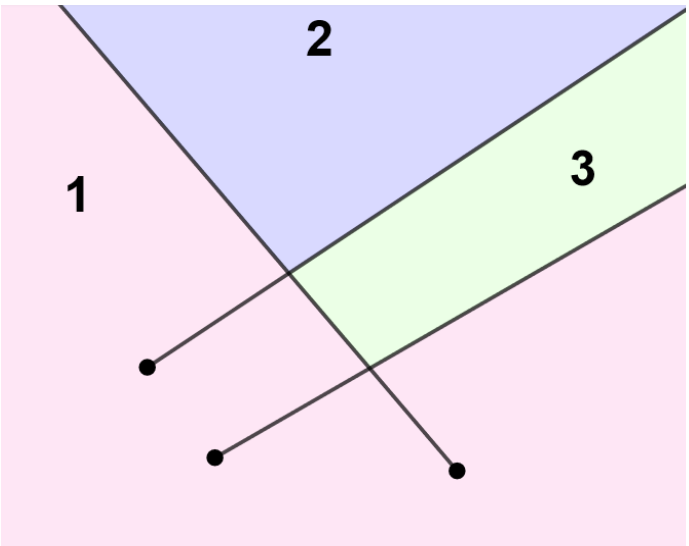
На рисунке приведен пример того, как 3 луча могут разбить плоскость на 3 части. На какое максимальное количество частей могут разбить плоскость 12 лучей?

Вариант 3.



На рисунке приведен пример того, как 3 луча могут разбить плоскость на 3 части. На какое максимальное количество частей могут разбить плоскость 13 лучей?

Вариант 4.

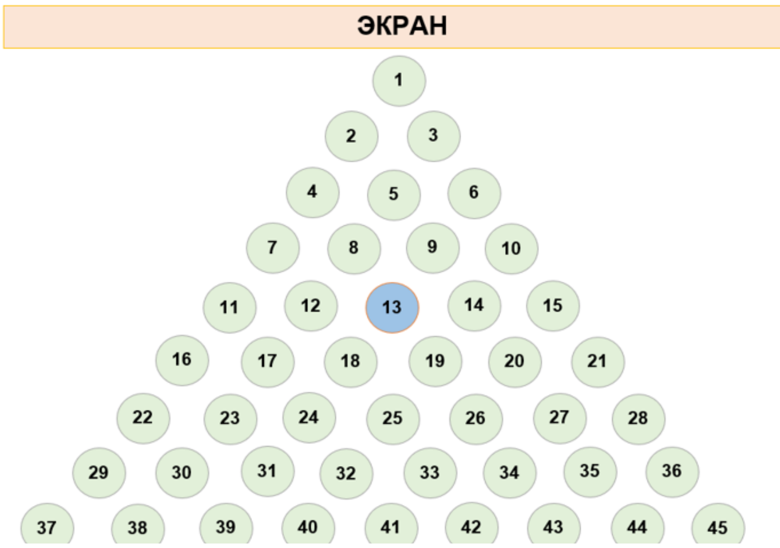


На рисунке приведен пример того, как 3 луча могут разбить плоскость на 3 части. На какое максимальное количество частей могут разбить плоскость 10 лучей?

7. Вариант 1.

В кинотеатре «Треугольник» кресла расставлены в виде треугольника: в первом ряду одно место с номером 1, во-втором – места с номерами 2 и 3, в третьем – 4, 5, 6 и т.д. (на рисунке представлен пример такого треугольного зала на 45 мест). Назовем *лучшим местом* в кинозале то, которое расположено в центре зала, т.е. на середине высоты, проведенной из вершины треугольника, соответствующей месту с номером 1. На рисунке представлен пример такого треугольного зала на 45 мест, в котором *лучшим* является место с номером 13.

КИНОТЕАТР «ТРЕУГОЛЬНИК»

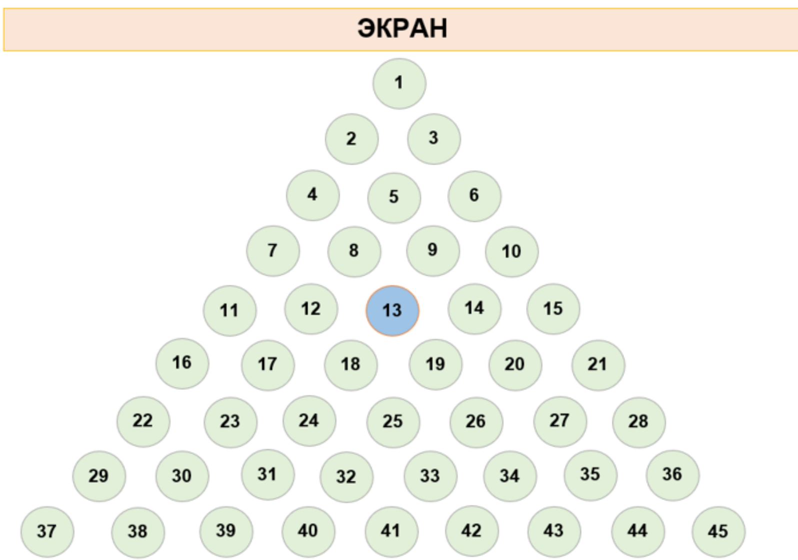


Сколько мест в кинозале, в котором лучшее место имеет номер 265?

Вариант 2.

В кинотеатре «Треугольник» кресла расставлены в виде треугольника: в первом ряду одно место с номером 1, во-втором – места с номерами 2 и 3, в третьем – 4, 5, 6 и т.д. (на рисунке представлен пример такого треугольного зала на 45 мест). Назовем *лучшим местом* в кинозале место, которое расположено в центре зала, т.е. на середине высоты, проведенной из вершины треугольника, соответствующей месту №1 (в приведенном примере – это место с номером 13). Сколько мест в кинозале, в котором лучшее место имеет номер 313?

КИНОТЕАТР «ТРЕУГОЛЬНИК»



Вариант 3.

В кинотеатре «Треугольник» кресла расставлены в виде треугольника: в первом ряду одно место с номером 1, во-втором – места с номерами 2 и 3, в третьем – 4, 5, 6 и т.д. (на рисунке представлен пример такого треугольного зала на 45 мест). Назовем *лучшим местом* в кинозале место, которое расположено в центре зала, т.е. на середине высоты, проведенной из вершины треугольника, соответствующей месту №1 (в приведенном примере – это место с номером 13). Сколько мест в кинозале, в котором лучшее место имеет номер 181?

Вариант 4.

В кинотеатре «Треугольник» кресла расставлены в виде треугольника: в первом ряду одно место с номером 1, во-втором – места с номерами 2 и 3, в третьем – 4, 5, 6 и т.д. (на рисунке представлен пример такого треугольного зала на 45 мест). Назовем *лучшим местом* в кинозале место, которое расположено в центре зала, т.е. на середине высоты, проведенной из вершины треугольника, соответствующей месту №1 (в приведенном примере – это место с номером 13). Сколько мест в кинозале, в котором лучшее место имеет номер 145?

8. Вариант 1.

   На стороне AB параллелограмма $ABCD$ выбрана точка F, а на продолжении стороны BC за вершину B — точка H так, что $AB/BF = BC/BH = 5$. Точка G выбирается так, что $BFGH$ — параллелограмм. GD пересекает AC в точке X. Найдите AX, если $AC = 100$.

Вариант 2.

На стороне AB параллелограмма $ABCD$ выбрана точка F, а на продолжении стороны BC за вершину B — точка H так, что $AB/BF = BC/BH = 7$. Точка G выбирается так, что $BFGH$ — параллелограмм. GD пересекает AC в точке X. Найдите AX, если $AC = 140$.

Вариант 3.

На стороне AB параллелограмма $ABCD$ выбрана точка F, а на продолжении стороны BC за вершину B — точка H так, что $AB/BF = BC/BH = 6$. Точка G выбирается так, что $BFGH$ — параллелограмм. GD пересекает AC в точке X. Найдите AX, если $AC = 60$.

Вариант 4.

На стороне AB параллелограмма $ABCD$ выбрана точка F, а на продолжении стороны BC за вершину B — точка H так, что $AB/BF = BC/BH = 9$. Точка G выбирается так, что $BFGH$ — параллелограмм. GD пересекает AC в точке X. Найдите AX, если $AC = 126$.