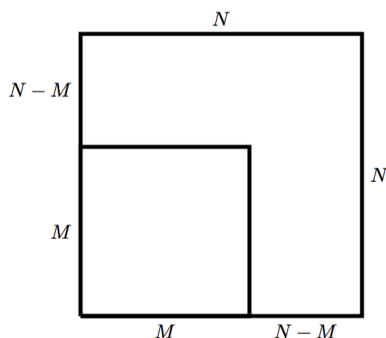


Задача А (7-8). Доминошки

Автор задачи: Николай Першаков
Подготовка тестов: Иван Соломатин, Семён Обухов

Приведём условие в формальный вид: дан квадрат размером $N \times N$, из его левого нижнего угла вырезан квадрат размером $M \times M$, требуется проверить, можно ли замостить полученную фигуру прямоугольниками размером 2×1 или 1×2 . Если такое замощение возможно, необходимо вывести число необходимых доминошек.



Идея задачи заключается в том, что если $N^2 - M^2$ делится на 2, то замощение возможно, а иначе — нет. Докажем это.

Сверху от вырезанного квадрата находится прямоугольник со сторонами $N - M$ и N . Справа от вырезанного квадрата находится прямоугольник со сторонами $N - M$ и M .

1. Если N чётное и M чётное, то $N - M$ тоже чётное, и мы можем замостить верхний прямоугольник, укладывая доминошки вертикально, а правый прямоугольник, укладывая доминошки горизонтально.
2. Если N нечётное и M нечётное, то $N - M$ чётное, и мы можем сделать замощение точно так же, как в предыдущем пункте.
3. Во всех остальных случаях замощение невозможно, так как площадь получившейся фигуры будет нечётным числом.

Таким образом, в этой задаче нам необходимо просто проверить, что $N^2 - M^2$ делится на 2 и если это так, то вычислить количество необходимых доминошек по формуле $\frac{N^2 - M^2}{2}$.

Приведём фрагмент решения на языке C++:

```
if ((n * n - m * m) % 2 == 0) {  
    cout << "YES" << (n * n - m * m) / 2 << endl;  
} else {  
    cout << "NO" << endl;  
}
```

Задача В (7-8). Бассейн

Автор задачи: Тимур Хисматуллин
Подготовка тестов: Семён Обухов, Егор Луничкин

Для начала узнаем, наливают ли воду в бассейн или сливают. Для этого сравним числа h_1 и h_2 . Получим 2 случая:

1. $h_2 > h_1$. Значит, воду в бассейн наливают. Найдём скорость налива $v = \frac{h_2 - h_1}{t_2 - t_1}$. Вспомним, что нам нужно найти момент времени, в который уровень воды в бассейне достигнет H . Зная скорость налива v и количество воды, которое необходимо ещё налить с момента времени t_2 : $H - h_2$, найдём время T , необходимое для достижения уровня H :

$$T = \left\lceil \frac{H - h_2}{v} \right\rceil$$

Таким образом, итоговый ответ будет $t_2 + T = t_2 + \left\lceil \frac{H - h_2}{v} \right\rceil$

2. $h_2 < h_1$. Значит, воду из бассейна сливают. Скорость слива v находится аналогично. Количество воды, которое необходимо ещё слить с момента времени t_2 : h_2 . Время T , необходимое для полного слива воды:

$$T = \left\lceil \frac{h_2}{v} \right\rceil$$

Таким образом, итоговый ответ будет $t_2 + T = t_2 + \left\lceil \frac{h_2}{v} \right\rceil$.

Приведем отрывок из правильного решения на языке C++:

```
if (h2 > h1) {
    cout << "Up" << endl;
    int delta = (h2 - h1) / (t2 - t1);
    cout << t2 + (H - h2 + delta - 1) / delta << endl;
} else {
    cout << "Down" << endl;
    int delta = (h1 - h2) / (t2 - t1);
    cout << t2 + (h2 + delta - 1) / delta << endl;
}
```

Задача С (7-8), А (9-11). Лифты

Автор задачи: Тимур Хисматуллин
Подготовка тестов: Марк Рябов, Николай Макеенков

Первый вариант решения — решение перебором. Можно было пройти циклом от 1 до N и проверить, достает ли Вася до кнопки этого этажа, и после проверить выгоднее ли ему ехать именно через этот этаж. И в конце вывести тот этаж, через который ехать меньше. Данное решение работает за $O(N)$, поэтому оно не набирало полный балл, так как не укладывалось в отведенное ограничение в 1 секунду.

Второе решение, которое набирало полный балл состояло из рассмотрения трех случаев:

- Вася достает до кнопки нужного этажа;
- Васе выгоднее ехать с ближайшего снизу этажа, до которого он дотягивается;
- Васе выгодно ехать с ближайшего сверху этажа, до которого он дотягивается. В этом случае нужно проверить, существует ли этот этаж.

Сначала найдем, в каком столбце находится нужный Васе этаж. Если в первом столбце находятся этажи с 1 по T -ый, во втором с $(T + 1)$ по $2T$ -ый, и так далее, то несложно вывести формулу для номера столбца: $S = \lfloor \frac{K-1}{T} \rfloor$ (столбцы в таком случае нумеруются с 0).

После этого несложно найти номер кнопки Васиного этажа в столбце, она равна $Z = K - S \cdot T$. Тогда

1. если $Z \leq L$, то Вася может нажать кнопку своего этажа и сразу приехать куда нужно;
2. если $Z > L$ и $Z - L$ (расстояние, которое Вася должен пройти вверх) меньше, чем $T - Z + 1$ (расстояние, на которое Вася должен спуститься вниз), то Вася должен подниматься вверх;
3. если $Z > L$ и $Z - L \geq T - Z + 1$, то Вася должен спускаться вниз.

Приведем отрывок решения на языке Python:

```
S = (K - 1) // T
Z = K - S * T
if Z <= L:
    print(K)
elif Z - L < T - Z + 1:
    print(S * T + L)
else:
    print((S + 1) * T + 1)
```

Задача D (7-8), B(9-11). Торговля

Автор задачи: Иван Соломатин
Подготовка тестов: Иван Соломатин, Андрей Поповкин

Для решения данной задачи существует два способа:

1. Можно написать программу, которая будет перебирать значения p и q в пределах $[2, 10]$ и выводить такие p и q , что они удовлетворяют условию задачи.
Более конкретно: фиксируем p и q . Переведём заданные числа в 10-чную систему счисления:

$$\begin{aligned}n_p &\rightarrow n_{10}, \\m_q &\rightarrow m_{10}, \\(n + m)_p &\rightarrow a_{10}, \\(n + m)_q &\rightarrow b_{10}.\end{aligned}$$

При этом нужно не забыть проверить, что введённые числа действительно могут быть числами в системах счисления с основаниями p и q . То есть, что все цифры числа меньше основания его предполагаемой системы счисления.

Тогда p и q удовлетворяют условиям задачи, если:

$$n_{10} + m_{10} = a_{10} = b_{10}$$

Фрагмент решения на C++ приведен ниже:

```
for (int p = 2; p <= 10; p++)
  for (int q = 2; q <= 10; q++) {
    int a = to10(n, p) + to10(m, q);
    int b = to10(nmp, p);
    int c = to10(nmq, q);
    if ((a > 0) && (b > 0) && (c > 0) && (a == b) && (b == c))
      cout << p << ' ' << q << endl;
  }
```

2. Для решения данной задачи не обязательно писать программу. Способ 2 подразумевает решение без использования языков программирования.

По условию задачи, задано число n в системе счисления p и число m в системе счисления q , а так же их сумма в системах счисления p и q . Учитывая, что все числа в тестах двузначные, введём обозначения:

$$n_p = \overline{ab}_p; \quad m_q = \overline{cd}_q; \quad (n + m)_p = \overline{ef}_p; \quad (n + m)_q = \overline{gh}_q,$$

где запись $n_p = \overline{ab}_p$ обозначает, что число n в p -ичной системе счисления, получается приписыванием цифры b справа от цифры a .

Переведём все числа в одну систему счисления, например, в 10-чную:

$$n_{10} = ap + b; \quad m_{10} = cq + d; \quad (n + m)_{10} = ep + f = gq + h.$$

Отсюда получаем:

$$ap + b + cq + d = ep + f = gq + h.$$

Разбиваем на два уравнения:

$$\begin{cases} ap + b + cq + d = ep + f \\ ep + f = gq + h \end{cases}.$$

Так как в условии сказано, что решение есть и оно единственно, остаётся только разрешить эту систему относительно p и q .