Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по информатике в 2017 – 2018 учебном году

Разборы решений и идеи тестов

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по информатике в 2017 – 2018 учебном году 8 класс

Время выполнения задач — 4 часа

Ограничение по времени — 2 секунды на тест

Ограничение по памяти — 256 мегабайт

8.1. «Накачать музыки». Родители Пети Торопыжкина оплачивают ему тариф на сотовом телефоне, по которому он может скачать a гигабайт данных. Каждые 100 мегабайт трафика сверх этого количества стоят b рублей; при этом каждая 100-мегабайтная порция данных может быть оплачена только целиком. Каждый месяц родители дают Пете d рублей карманных денег. Сколько мегабайт данных Петя сможет скачать из Сети, если потратит максимальное количество карманных денег на оплату мобильного интернета? Напомним, что 1 Гб = 1024 Мб.

Формат входа: В единственной строке через пробел указаны три целых числа a, b, d ($1 \leqslant a \leqslant 1000$, $1 \leqslant b \leqslant 100$, $0 \leqslant d \leqslant 1000$) — объем данных (в гигабайтах), которые можно скачать по основному тарифу, стоимость дополнительной 100-мегабайтной порции данных сверх тарифа и месячное количество карманных денег у Пети (суммы — в рублях).

Формат выхода: Выведите единственное целое число — объем трафика (в мегабайтах), который сможет скачать Петя.

Пример 1		**Пример 2**	
Вход:	*Выход:*	*Вход:*	*Выход:*
`4 50 0`	`4096`	`4 50 220`	`4496`

8.2. «Обязанности на даче». Летом в саду Петя Торопыжкин был ответственным за полив цветов, поэтому каждое утро он наполнял большую флягу водой. Для этого нужно было добраться с флягой в тележке до одного из двух поселковых колодцев, наполнить флягу и вернуться домой. Путь до первого колодца и обратно занимал p_1 секунд. Чтобы наполнить флягу, нужно было n_1 раз опустить колодезное ведро вниз, вытащить и перелить воду из него во флягу. Каждая такая операция требовала t_1 секунд. Аналогичные показатели для второго колодца — p_2 секунд, n_2 раз, t_2 секунд. К какому колодцу ходил Петя и сколько он тратил на это времени с учётом того, что он хотел побыстрее завершить доставку воды?

Формат входа: В первой строке через пробел перечислены три целых числа p_1, n_1, t_1 — параметры первого колодца. Во второй строке через пробел указаны три целых числа p_2, n_2, t_2 — параметры второго колодца. Ограничения на параметры: $1 \leqslant p_1, p_2, n_1, n_2, t_1, t_2 \leqslant 10^4$.

Формат выхода: Выдайте через пробел два целых числа: номер колодца, который позволял Пете быстрее завершить доставку воды, и время (в секундах), которое требовалось на это. Если с точки суммарных времязатрат колодцы одинаковы, укажите первый.

Пример 1		**Пример 2**	
Вход:	*Выход:*	*Вход:*	*Выход:*
`10 5 10` `20 2 20`	`1 60`	`10 5 10` `15 2 20`	`2 55`

8.3. «Числовая последовательность». На уроке математики Петя Торопыжкин придумал интересное правило пересчёта целого числа. От имеющегося числа отделяется последняя цифра его десятичной записи, возводится в пятую степень, умножается на 20 и прибавляется к числу, получившемуся после отделения этой цифры. Петя считает, что после отделения последней цифры от однозначного числа получается ноль. Математически эту операцию можно описать следующим образом:

$$\overline{a_n a_{n-1} \ldots a_2 a_1 a_0} \to \overline{a_n a_{n-1} \ldots a_2 a_1} + 20 \cdot (a_0)^5.$$

Пусть задано начальное число d, и Петя применяет к нему придуманную операцию k раз, получая еще k чисел. Какое число будет наибольшим среди имеющихся $(k+1)$-го числа?

Формат входа: В первой строке через пробел вводятся два целых числа: d — начальное число — и k — количество применений Петиной операции ($0 \leqslant d \leqslant 10^9$, $0 \leqslant k \leqslant 10^4$).

Формат выхода: Выведите единственное целое число, максимальное в полученном наборе.

Пример

Вход:	*Выход:*
`10 10`	`671116`

Примечание: Получится такой набор чисел: $10 \to 1 \to 20 \to 2 \to 640 \to 64 \to 20486 \to 157568 \to 671116 \to 222631 \to 22283$, в котором максимум равен 671116.

8.4. «Самое частое буквосочетание». Имеется строка, состоящая из заглавных слов латиницы и пробелов, с длиной не более 255 символов. Словом Петя Торопыжкин называет последовательность букв, ограниченную пробелами, началом или концом строки. Пара соседних слов разделена хотя бы одним пробелом. В строке имеется хотя бы одно двухбуквенное слово. Петя Торопыжкин решил выяснить, какое двухбуквенное сочетание подряд идущих букв одного слова является наиболее частым в этом тексте. Помогите ему, напишите программу, которая будет находить требуемую информацию.

Формат входа: В единственной строке задан текст, удовлетворяющий указанным условиям. Длина текста не превосходит 255 символов.

Формат выхода: Выведите единственное двухбуквенное слово, представляющее сочетание букв, наиболее частое в данном тексте. Если таких сочетаний несколько выдайте то, которое больше в лексикографическом порядке. (Сравнение строк в лексикографическом порядке подразумевает поиск первой пары несовпадающих символов, стоящих в строках на соответствующих позициях, которые и определяют порядок строк; если одна строка является началом другой, то она считается меньшей.)

Пример

Вход:	*Выход:*
`ABCABC.A`	`BC`

Примечание: Точкой в примере обозначен пробел.

8.5. «Регистрируем НЛО». Летом в деревне, где отдыхал Петя Торопыжкин, обнаружили НЛО. От местного населения поступило n измерений положения этого объекта в виде `HH:MM:SS X Y`, где `HH:MM:SS` — момент фиксации объекта, `X` и `Y` — координаты места, где был зафиксирован объект. Все моменты времени различны. Очевидцы утверждают, что между моментами фиксации НЛО двигался прямолинейно. Координаты заданы в местной системе координат в метрах. Необходимо вычислить максимальную и минимальную среднюю скорость объекта на промежутках времени между последующими измерениями его положения. Напомним, что длина отрезка с концами в точках $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$ находится по формуле $|AB| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$.

Формат входа: В первой строке задано натуральное число n — количество измерений положения НЛО ($2 \leqslant n \leqslant 20\,000$). В следующих n строках в каком-то порядке приведены имеющиеся измерения в указанном выше формате, ограничения: $00 \leqslant \texttt{HH} \leqslant 23$, $00 \leqslant \texttt{MM}, \texttt{SS} \leqslant 59$, $|\texttt{X}|, |\texttt{Y}| \leqslant 10^4$. Считается, что все измерения сделаны в течение одних суток, и нет двух измерений в один момент времени; координаты являются целыми числами.

Формат выхода: Выведите в единственной строке разделённые пробелом два вещественных числа, которые с абсолютной точность $0.5 \cdot 10^{-3}$ приближают точные значения минимальной (первое) и максимальной (второе) средней скорости НЛО между двумя соседними измерениями, выраженные в м/с (то есть отличаются не более, чем на $0.5 \cdot 10^{-3}$ от истинных значений скоростей).

Пример

Вход:

```
4
13:01:11 0 0
13:01:03 10 10
13:01:14 0 10
13:01:07 10 0
```

Выход:

```
2.5 3.3333
```

Муниципальный этап Всероссийской олимпиады
школьников по информатике
в 2017 – 2018 учебном году
8 класс. Разбор решений и идеи тестов

8.1. «Накачать музыки». *Родители Пети Торопыжкина оплачивают ему тариф на сотовом телефоне, по которому он может скачать a гигабайт данных. Каждые 100 мегабайт трафика сверх этого количества стоят b рублей; при этом каждая 100-мегабайтная порция данных может быть оплачена только целиком. Каждый месяц родители дают Пете d рублей карманных денег. Сколько мегабайт данных Петя сможет скачать из Сети, если потратит максимальное количество карманных денег на оплату мобильного интернета? Напомним, что 1 Гб = 1024 Мб.*

Данная задача имеет статус «утешительной». Количество дополнительных 100-мегабайтных порций, которые можно купить за d рублей, есть d `div` b. Стало быть, ответ равен $1024 \cdot a + d$ `div` b.

Идеи тестов:

1–4. Случайные тесты, $d = 0$.
5–8. Случайные тесты, $0 < d < b$.
9–12. Случайные тесты, $d = b$.
13–16. Случайные тесты, $d = kb$.
17–20. Случайные тесты, $d = kb + l$, $l < b$.

8.2. «Обязанности на даче». *Летом в саду Петя Торопыжкин был ответственным за полив цветов, поэтому каждое утро он наполнял большую флягу водой. Для этого нужно было добраться с флягой в тележке до одного из двух поселковых колодцев, наполнить флягу и вернуться домой. Путь до первого колодца и обратно занимал p_1 секунд. Чтобы наполнить флягу, нужно было n_1 раз опустить колодезное ведро вниз, вытащить и перелить воду из него во флягу. Каждая такая операция требовала t_1 секунд. Аналогичные показатели для второго колодца — p_2 секунд, n_2 раз, t_2 секунд. К какому колодцу ходил Петя и сколько он тратил на это времени с учётом того, что он хотел побыстрее завершить доставку воды?*

Программный комитет считает данную задачу простой. Решение состоит в вычислении для обоих колодцев полного времени, нужного для наполнения фляги водой и доставки её до дома: $T_i = p_i + n_i \cdot t_i$, и выборе меньшего из них (с контролем совпадения).

Идеи тестов:

1–8. Случайные тесты, первый колодец выгоднее.
9–16. Случайные тесты, второй колодец выгоднее.
17–20. Случайные тесты, колодцы одинаково выгодны.

8.3. «Числовая последовательность». *На уроке математики Петя Торопыжкин придумал интересное правило пересчёта целого числа. От имеющегося числа отделяется последняя цифра его десятичной записи, возводится в пятую степень, умножается на 20 и прибавляется к числу, получившемуся после отделения этой цифры. Петя считает, что после отделения последней цифры от однозначного числа получается ноль. Математически эту операцию можно описать следующим образом:*

$$\overline{a_n a_{n-1} \ldots a_2 a_1 a_0} \to \overline{a_n a_{n-1} \ldots a_2 a_1} + 20 \cdot (a_0)^5.$$

Пусть задано начальное число d, и Петя применяет к нему придуманную операцию k раз, получая еще k чисел. Какое число будет наибольшим среди имеющихся $(k+1)$-го числа?

Сложность данной задачи чуть ниже средней. Задача носит технический характер, однако требует базовых технических навыков: организация алгоритма поиска максимума и организация вычисления указанной операции, для чего требуется умение работать с числами на уровне цифр — выделять последнюю цифру при помощи операции взятия остатка от деления на 10 и отбрасывания последней цифры числа при помощи целочисленного деления на 10.

Важным моментом является то, что в процессе применения операции мы всегда останемся в рамках 4-байтного целого типа. Действительно, при применении операции число уменьшается в 10 раз, а потом увеличивается на величину, не превосходящую значения $20 \cdot 9^5 = 1180980$. Стало быть, начав даже с числа 999 999 999, на первых нескольких применениях петиной операции будем получать уменьшение числа.

Идеи тестов:

1. $d = 0$, $k = 0$.
2. $0 < d < 10$, $k = 0$.
3. d — трёхзначное, $k = 0$.
4. $d \approx 10^6$, $k = 0$.
5. $d \approx 10^9$, $k = 0$.
6. $d = 0$, $k = 1$.
7. $0 < d < 10$, $k = 1$.
8. d — трёхзначное, $k = 1$.
9. $d \approx 10^6$, $k = 1$.
10. $d \approx 10^9$, $k = 1$.
11. $d = 0$, $k = 100$.
12. $0 < d < 10$, $k = 100$.
13. d — трёхзначное, $k = 100$.
14. $d \approx 10^6$, $k = 100$.
15. $d \approx 10^9$, $k = 100$.
16. $d = 0$, $k = 1000$.
17. $0 < d < 10$, $k = 1000$.

18. d — трёхзначное, $k = 1000$.
19. $d \approx 10^6$, $k = 1000$.
20. $d \approx 10^9$, $k = 1000$.

21–25. Случайные тесты.

8.4. «Самое частое буквосочетание». *Имеется строка, состоящая из заглавных слов латиницы и пробелов, с длиной не более 255 символов. Словом Петя Торопыжкин называет последовательность букв, ограниченную пробелами, началом или концом строки. Пара соседних слов разделена хотя бы одним пробелом. В строке имеется хотя бы одно двухбуквенное слово. Петя Торопыжкин решил выяснить, какое двухбуквенное сочетание подряд идущих букв одного слова является наиболее частым в этом тексте. Помогите ему, напишите программу, которая будет находить требуемую информацию.*

Данная задача, по мнению программного комитета, имеет сложность выше среднего. Основная задача, которую надо решить участнику — как хранить информацию о частотах различных буквосочетаний.

Наиболее разумный вариант такой структуры — двумерный массив размера 26×26 (с индексами, отсчитываемыми от нуля). Информация о количестве вхождений в текст конкретного буквосочетания $\alpha\beta$, α, $\beta \in$ `A..Z` хранится в элементе этого массива с индексами $i = \mathtt{ord}(\alpha) - \mathtt{ord}(\mathtt{'A'})$, $j = \mathtt{ord}(\beta) - \mathtt{ord}(\mathtt{'A'})$ (`ord` — функция получения кода символа). В начале массив заполнен нулями. Затем в цикле по i от 2 до длины обрабатываемой строки `str` проверяем буквосочетания $\mathtt{str}[i-1]\mathtt{str}[i]$. Если ни один из двух символов не пробел, вычисляем индексы и увеличиваем на 1 соответствующую ячейку массива.

После того, как строка обработана, двумя вложенными циклами идём по двумерному массиву (внешний по первому индексу, то есть по первому символу буквосочетания, внутренний — по второму индексу) и ищем максимум, запоминая индексы ячейки, в которой этот максимум достигается. Такой порядок перебора ячеек соответствует перебору соответствующих буквосочетаний в лексикографическом порядке. Если какая-то новая ячейка содержит значение, совпадающее с текущим максимумом, то нужно запомнить её индексы. После окончания поиска максимума индексы переводим в символы и выводим соответствующее буквосочетание.

Идеи тестов:

1. Вся строка — единственное двухбуквенное слово.
2. Строка — единственное двухбуквенное слово с пробелом после него.
3. Строка — единственное двухбуквенное слово с несколькими пробелами после него.
4. Строка — единственное двухбуквенное слово с пробелом перед ним.
5. Строка — единственное двухбуквенное слово с несколькими пробелами перед ним.

6. Строка — единственное двухбуквенное слово с пробелом перед ним и после него.
7. Строка — единственное двухбуквенное слово с несколькими пробелами перед ним и после него.
8. Строка представляет собой некоторое количество однобуквенных слов и единственное двухбуквенное, которое стоит в начале строки.
9. Строка представляет собой некоторое количество однобуквенных слов и единственное двухбуквенное, которое стоит в начале строки после одного пробела.
10. Строка представляет собой некоторое количество однобуквенных слов и единственное двухбуквенное, которое стоит в начале строки после нескольких пробелов.
11. Строка представляет собой некоторое количество однобуквенных слов и единственное двухбуквенное, которое стоит в конце строки.
12. Строка представляет собой некоторое количество однобуквенных слов и единственное двухбуквенное, которое стоит в конце строки, имея после себя пробел.
13. Строка представляет собой некоторое количество однобуквенных слов и единственное двухбуквенное, которое стоит в конце строки, имея после себя несколько пробелов.
14. Кроме однобуквенных слов строка содержит несколько двухбуквенных, каждого по 1 штуке.
15. Кроме однобуквенных слов строка содержит несколько двухбуквенных, каждого по 1 штуке, кроме одного, которого 2 штуки; это слово не наибольшее в лексикографическом порядке.
16. Кроме однобуквенных слов строка содержит несколько двухбуквенных, каждого по 2 штуке.
17. Кроме однобуквенных слов строка содержит несколько двухбуквенных в различных количествах; самое частое сочетание не наибольшее в лексикографическом порядке.
18. Кроме однобуквенных слов строка содержит несколько двухбуквенных в различных количествах; несколько буквосочетаний имеют одинаковую максимальную частоту.
19. В строке имеются слова различной длины; каждое буквосочетание уникально.
20. В строке имеются слова различной длины; каждое буквосочетание уникально кроме одного, которого 2 штуки; оно не максимально в лексикографическом порядке.
21. В строке имеются слова различной длины; каждое буквосочетание встречается по 2 раза.
22. В строке имеются слова различной длины; буквосочетания имеют различные частоты; самое частое единственно и немаксимально в лексикографическом порядке.
23. В строке имеются слова различной длины; буквосочетания имеют различные

частоты; несколько сочетаний с максимальной частотой.

24. Вся строка — одно 255-символьное слово, состоящее из одинаковых букв.
25. Вся строка — одно 255-символьное слово, состоящее из разных букв; несколько сочетаний с максимальной частотой.

8.5. «Регистрируем НЛО». *Летом в деревне, где отдыхал Петя Торопыжкин, обнаружили НЛО. От местного населения поступило n измерений положения этого объекта в виде `HH:MM:SS X Y`, где `HH:MM:SS` — момент фиксации объекта, `X` и `Y` — координаты места, где был зафиксирован объект. Все моменты времени различны. Очевидцы утверждают, что между моментами фиксации НЛО двигался прямолинейно. Координаты заданы в местной системе координат в метрах. Необходимо вычислить максимальную и минимальную среднюю скорость объекта на промежутках времени между последующими измерениями его положения. Напомним, что длина отрезка с концами в точках $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$ находится по формуле $|AB| = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$.*

Задача считается программным комитетом сложной, хотя её сложность, скорее техническая.

Идеологически решение несложно:
1) сортируем данные по моментам измерений; здесь разумно перевести моменты времени из формата `HH:MM:SS` в целое число — количество секунд, прошедших с полуночи до момента измерения; соответственно, сортируются сложные объекты, содержащие время измерения и координаты;
2) по каждой паре измерений, соседних в смысле нового порядка, считаем расстояние между точками и делим на промежуток времени между этими измерениями, получая среднюю скорость НЛО на этом промежутке;
3) используя классические алгоритмы поиска минимума и максимума, находим минимум и максимум средних скоростей.

Ограничения на объём входных данных таковы, что при сортировке надо использовать быстрые алгоритмы, на больших тестах квадратичные алгоритмы (типа пузырьковой сортировки) не уложатся во время.

В каждом поднаборе тестов есть тесты, где минимальная средняя скорость равна нулю, а также тесты, в которых НЛО вообще стоит на месте.

Идеи тестов:

1. Всего есть два измерения.

2–9. Случайные тесты, $n \leqslant 100$;

10–17. Случайные тесты, $100 \leqslant n \leqslant 7000$;

18–25. Случайные тесты, $15000 \leqslant n \leqslant 20000$; в том числе имеются максимальные тесты с $n = 20000$.