

ВСЕРОССИЙСКАЯ ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ ПО ИНФОРМАТИКЕ
МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
2018-2019 учебный год

Тесты и решения заданий для 9–11 классов

Система оценивания

Каждая задача оценивается из 100 баллов.

Задача принимается на проверку, если исполнение программы с входными данными, соответствующими тесту из примера, приводит к выводу правильного результата. В противном случае, решение участника считается неверным, и за него выставляется 0 баллов. Проверка задачи предполагает ее тестирование на различных входных наборах данных.

Размер файла с исходным текстом программы не должен быть больше 256 КБ, а время компиляции программы не должно превышать 2 секунд.

Общая оценка за решение отдельной задачи конкретным участником складывается из суммы баллов, начисленных ему по результатам исполнения всех тестов для этой задачи. Проверка каждой задачи включает 5 тестов, за каждый из которых при правильном ответе жюри выставляет 20 баллов.

Задача 1. Римские числа

Дана строка, содержащая символы римской системы счисления. I – 1, V – 5, X – 10, L – 50, C – 100, D – 500, M – 1000. Отличных от них символов в строке нет. При этом число может быть записано нерациональным способом. Например, не IV, а IIII.

Программа получает на вход строку, содержащую натуральное число N в римской системе счисления.

Программа должна вывести значение заданного числа в десятичной системе счисления.

Пример входных и выходных данных

| Ввод | Вывод |
|-------------|--------------|
| XI | 11 |
| IX | 9 |
| XLXVLXII | 107 |

Тесты

| Ввод | Вывод |
|-------------|--------------|
| V | 5 |
| XLIX | 49 |
| CXV | 115 |
| CXXDXXMVII | 1607 |
| MMMDCCLXXXI | 3881 |

Решение

В задаче проверяется умение работать со строковым типом данных. Задача в первую очередь адресована ученикам, которые в своей массе только начинают осваивать азы олимпиадного программирования и изучать особенности обработки строкового типа данных.

Требуется выделять отдельный символ строки и интерпретировать его как десятичное число, соответствующее записи цифры в римской системе счисления. Это можно осуществить либо с помощью оператора ветвления либо оператора выбора. В языке программирования Pascal – это операторы *If* и *Case* соответственно.

Идея решения заключается в следующем. Необходимо сравнивать числовое значение текущего символа со значением следующего символа. Если первое значение больше или равно второму значению, то первая цифра в сравнении берется в итоговую сумму со знаком «плюс», в противном случае – со знаком «минус». Следует обратить особое внимание, что при сравнении элементов строки требуется проследить, чтобы не произошел выход за ее пределы.

Задача 2. Ступеньки

При проведении реставрационных работ Смоленской крепостной стены были обнаружены подземные ходы, ведущие в разветвленную систему подземелий. Каждый потайной ход начинался лестницей, ведущий в глубину. На части ступенек лестниц были записаны числа, соответствующие их номеру. Номера были записаны на ступеньках с номерами, кратными десяти, а также на первой и последней ступеньке лестницы.

Определите, сколько всего цифр было использовано в номерах подписанных ступенек.

Программа получает на вход одно целое число n – количество ступеней лестницы ($1 \leq n \leq 10^{12}$).

Программа должна вывести одно число – суммарное количество цифр в номерах подписанных ступенек.

Пример входных и выходных данных

| Ввод | Вывод |
|------|-------|
| 20 | 5 |
| 23 | 7 |

Тесты

| Ввод | Вывод |
|--------------|--------------|
| 2 | 2 |
| 21 | 7 |
| 100 | 22 |
| 99999999 | 78888897 |
| 511718945166 | 602951623105 |

Решение

Для решения задачи следует использовать методы целочисленного деления. Например, в языке программирования операции `div` и `mod`. Следует учитывать, что для больших чисел программа, реализующая перебор ступенек, не будет удовлетворять времени исполнения программы не более 2 секунд. В связи с этим сначала необходимо определить, сколько раз встречаются ступеньки, чьи номера кратны 10. Затем записать все данные в строку, не забыв номер первой и последней ступенек. В итоге подсчитать количество символов в строке.

Задача 3. Теперь ты в армии

В воинскую часть города N -ска прибыло 10 новобранцев. В армии ежедневно происходит построение солдат. Во время построения они становятся в одну шеренгу по росту. В начале строя становится самый высокий солдат, в конце – самый низкий. Однако еще не все новобранцы привыкли четко исполнять воинские команды. После

команды «В одну шеренгу – становись!» строй оказался нарушен, так как не все успели встать в строй на свои места.

Каждый солдат может смотреть поочередно направо и налево. Определите, сколько солдат видит каждый новобранец в строю в обе стороны. Солдат с номером i видит солдата с номером j , если все солдаты, стоящие между ними не выше солдата j .

Программа получает на вход 10 чисел – рост каждого солдата в сантиметрах. Рост варьируется в пределах от 150 до 200 см.

Программа должна вывести 10 чисел – количество солдат, которых видит i -й солдат в строю.

Пример входных и выходных данных

| Ввод | Вывод |
|---|---------------------|
| 199 197 192 191 191 183 167 177 172 165 | 1 2 4 4 5 7 7 8 8 8 |
| 199 192 197 191 183 167 177 191 172 165 | 2 2 4 4 6 6 6 6 5 5 |

Тесты

| Ввод | Вывод |
|---|---------------------|
| 191 191 192 183 177 172 167 165 199 197 | 3 3 4 3 4 5 6 6 7 1 |
| 199 197 192 191 191 183 177 172 167 165 | 1 2 4 4 5 6 7 8 9 9 |
| 199 197 192 191 183 177 172 191 167 165 | 1 2 4 5 6 7 7 8 6 6 |
| 191 191 191 191 191 191 191 191 191 191 | 9 9 9 9 9 9 9 9 9 9 |
| 193 191 193 191 193 191 193 191 193 191 | 5 5 6 5 6 5 6 5 6 5 |

Решение

В задаче проверяется умение находить в одномерном массиве последовательности «подряд» идущих элементов, удовлетворяющих заданным характеристикам. В данной задаче это неубывающая последовательность максимальной длины. Это выражено в задаче условием, что солдат с номером i видит солдата с номером j , если все солдаты, стоящие между ними не выше солдата j .

Для текущего элемента следует просматривать элементы, начиная с его соседей. Любой солдат внутри шеренги как минимум видит двух соседей – справа и слева. Крайние солдаты видят, по крайней мере, одного соседа стоящего рядом. Значение соседнего справа элемента необходимо сравнивать со следующими по порядку элементами. Если его значение больше значения следующего элемента, то число «видимых» элементов остается прежним. В этом случае значение элемента справа сравнивают со следующим по порядку элементом. Если его значение меньше или равно значения следующего элемента, то число «видимых» элементов следует увеличить на 1. При этом значение соседнего справа элемента в сравнении надо изменить на значение «большого» элемента. Аналогичные действия необходимо повторить для соседа слева.

Следует заметить, что для крайних в шеренги солдат просмотр ведется только в одном направлении. Также отметим, что при определении максимальной длины последовательности неубывающих элементов требуется проследить, чтобы не произошел выход за границы массива.

Задача 4. Пловец и платформа

В озере расположена платформа, имеющая форму многоугольника. Известны координаты вершин этого многоугольника $(x_1; y_1)$, $(x_2; y_2)$, ..., $(x_n; y_n)$. Пловец находится в точке с координатами

$(x_0; y_0)$. Определите, к какой вершине платформы или к какой стороне платформы пловцу нужно плыть, чтобы как можно скорее добраться до платформы. В ответе соответственно укажите координаты вершины или координаты концов искомого отрезка и кратчайшее расстояние от пловца до платформы.

Тесты

| Ввод | Вывод |
|--|--|
| $n = 6$ 0, 6, 3, 4, 6, 11, 11, 6, 11, 3, 8, 0 13, 11 | отрезок: (6; 11), (11; 6) расстояние: 4,2 |
| $n = 6$ 0, 6, 3, 4, 6, 11, 11, 6, 11, 3, 8, 0 14, 7 | вершина: (11; 6) расстояние: 3,2 |

Решение

Решение сводится к вычислению расстояний от точки до каждой из сторон многоугольника и выбору наименьшего из них. Таким образом, основной алгоритм решения задачи состоит в вычислении расстояния от точки $M(x_0, y_0)$ до отрезка с концами в точках $A(x_1, y_1)$ и $B(x_2, y_2)$.

Для этого сначала определяем, есть ли среди углов ABM и BAM тупой угол. Если нет, то вычисляем высоту треугольника ABM из вершины M . Если есть, то вычисляем длину одного из отрезков AM или BM . Найденная величина выражает расстояние от точки до отрезка.

Задача 5. Пакуем чемоданы

Три товарища отобрали вещи для похода. Требуется разложить вещи по трем рюкзакам так, чтобы по тяжести рюкзаки отличались друг от друга как можно меньше. Помогите им это сделать, если вес каждой из вещей известен.

Ответ должен содержать три списка вещей для каждого из трех рюкзаков. В списках достаточно перечислить вес каждой вещи.

Например, для набора вещей весом 20, 46, 51, 5, 6, 12 единиц распределение по рюкзакам может выглядеть следующим образом:

- 1-й рюкзак: 51;
- 2-й рюкзак: 46;
- 3-й рюкзак: 20, 5, 6, 12.

Тесты

| Ввод | Вывод |
|-------------------------------|---|
| 8 6, 6, 7, 7, 9, 9, 11, 12 | 1-й рюкзак: 6, 6, 12; 2-й рюкзак: 7, 7, 11; 3-й рюкзак: 9, 9. |
| 5 4, 5, 10, 29, 33 | 1-й рюкзак: 29; 2-й рюкзак: 33; 3-й рюкзак: 4, 5, 10. |
| 5 6, 15, 20, 30, 51 | 1-й рюкзак: 51; 2-й рюкзак: 15, 20; 3-й рюкзак: 6, 30. |

Решение

Разобьем всевозможными способами исходный набор вещей на три группы. Для каждой группы оценим наибольшее отклонение веса вещей в различных рюкзаках и выберем вариант разбиения с наименьшим отклонением. Для разбиения множества элементов на три группы можно воспользоваться троичной системой счисления.