Задача A. Покупка одежды

Изобразим условие задачи в виде графа. Вершины одной доли графа — костюмы, вершины второй доли графа — покупательницы. Каждая покупательница может выбрать только один костюм и каждый костюм может быть куплен только одной покупательницей. Можем указать следующие два варианта покупки: первый вариант $1, 2, 4, 3$, второй вариант $2, 3, 1, 4$. По каждому из этих вариантов вычислим сумму, которую получит магазин с учетом скидок покупательниц. Получаем, что максимально возможная сумма — 3825.

Задача B. Бумажная полоска

Проигрышной позицией игры является такая позиция, что любой ход игрока из нее ведет в выигрышную позицию. Позиция является выигрышной если имеется хотя бы один ход из нее, который ведет в проигрышную позицию. Позиция задается длиной полоски. Пусть $dp[n]$ — признак выигрышности полоски длины n. $dp[n] = 0$, если позиция проигрышная, $dp[n] = 1$, если позиция проигрышная. Заметим, что если для каждого $x \in [1 \ldots \frac{n}{2}]$, $\min dp[x] = 1$, то $dp[n] = 0$, иначе $dp[n] = 1$. При помощи компьютерного моделирования или моделирования вручную всех значений получаем следующие результаты для входных данных задачи:

$dp[4] = 1$
$dp[7] = 0$
$dp[15] = 0$
$dp[23] = 1$

Если позиция выигрышная, выигрывает Петр, иначе — Миша. Ответ: $1, 2, 2, 1$.

Задача C. Разрезание торта

Когда мы делаем один разрез куска торта, то мы делим кусок торта на два куска, то есть увеличиваем количество кусков торта на 1. Изначально у нас есть один кусок, мы должны получится $n \cdot n$ кусков. Следовательно, нам потребуется сделать ровно $n \cdot n - 1$ разрезов. Ответ: $n \cdot n - 1$

Задача D. Ковбои

Сначала будем решать задачу жадно. Изначально у нас есть один ковбой — тот, который выжил после перестрелки. Теперь, пока текущее число ковбоев строго меньше n, зафиксируем любого ковбоя, который никого не убил, и добавим k ковбоев, убитых этим ковбоем. Если при этом число ковбоев стало больше n, у задачи нет решения. В противном случае, поддерживая счетчик ковбоев, которые никого не убили, мы уже будем уметь давать ответ на задачу. Данное решение работает за $O(\frac{n}{k})$ и проходит первую группу тестов.

Рассмотрим идею полного решения. Заметим, что количество ковбоев по завершению работы алгоритма будет равно $1 + c \cdot k$, где — количество итераций алгоритма. Значит, если $1 + c \cdot k = n$, $(n-1) = c \cdot k$. Если $n-1$ не делится на k, то решения нет, так как число шагов обязано быть целым. Заметим также, что каждый шаг увеличивает количество ковбоев, которые никого не убили, на $(k-1)$, так как мы добавляем k новых ковбоев, но один из ковбоев, добавленных ранее, становится их убийцей. Следовательно, если $= \frac{n-1}{k}$ — число итераций алгоритма, и изначально был один ковбой, то ответ на задачу равен $1 + \frac{n-1}{k} \cdot (k-1)$

Ответ: $1 + \frac{n-1}{k} \cdot (k-1)$.

Задача E. Функция Васи возвращается

Для решения задачи на 30 баллов достаточно перебрать все числа от 1 до некоторого числа, выбрать из них те, которые подходят под условие задачи, и вывести их.

Для полного решения можно воспользоваться некоторыми структурами данных, например `set` в C++. Будем поддерживать упорядоченное множество хороших чисел. Изначально добавим в множество числа $2, 3$ и 5. Затем будем извлекать из множества наименьший элемент, обозначим его за x, выводить его, а затем добавлять в множество элементы $2x, 3x$ и $5x$. Так будем делать до тех пор, пока не выведем ровно N чисел.

Асимптотика: $O(N \log N)$.