

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Тульский государственный педагогический университет им. Л. Н. Толстого»



Задания
для проведения муниципального этапа
всероссийской олимпиады школьников
по информатике
(учебный предмет)

Тула
2021

Регламент олимпиады

На выполнение заданий отводится 4 часа. Запрещается пользоваться мобильными телефонами, Интернетом и другими электронными носителями информации. Разрешается использовать тетрадь/листы в клетку, шариковую ручку, систему автоматизированной проверки решений Яндекс.Контекст.

9-11 класс

Общие технические требования для всех задач:

Имя входного файла: *INPUT.TXT*

Имя выходного файла: *OUTPUT.TXT*

Ограничение по времени тестирования: 2 секунды на один тест.

Ограничение по памяти: 256Мб.

Задача 1. Фрукты

Иван Царевич попал в сад Кащея, где росли молодильные яблоки и ананасы бессмертия. У Ивана с собой была только одна волшебная сумка. Если сумку заполнять полностью яблоками, то в нее поместиться M кг яблок, а если только ананасами, то в нее поместиться N кг ананасов. Яблоки и ананасы можно загружать в сумку вместе в любой пропорции.

Килограмм яблок стоит на базаре A рублей, килограмм ананасов – B рублей. Иван собирается лететь на рынок на ковре-самолете, который может унести не более D кг груза, не считая самого Ивана.

Какую максимальную сумму (в рублях) может получить Иван Царевич за привезенные фрукты?

Формат входных данных:

Входные данные содержат на одной строке пять целых чисел через пробел: A , B , M , N , D . Все числа в диапазоне от 0 до 1000.

Формат выходных данных:

Выведите одно число - максимальную сумму в рублях, которую может получить Иван за привезенные на базар фрукты, если продаст их полностью. Ответ следует выводить с точностью не менее трех десятичных знаков после запятой

Примеры

Вход	Выход
20 60 200 40 100	3000.0000
30 70 1000 330 670	26601.493

Задача 2. Яблоки для друзей.

У Ивана Царевича было N друзей. После успешного путешествия в сад Кащея, а затем на рынок у Ивана осталось K яблок. Иван решил поделиться оставшимися яблоками с друзьями. Каждому из друзей Иван решил подарить как можно больше яблок. При этом он хочет никого не обидеть и дать всем одинаковое количество яблок. После раздачи подарков у Ивана осталось яблок столько же, сколько он отдал каждому другу. Какое количество яблок K могло быть у Ивана?

Формат входных данных:

В единственной строке содержится натуральное число N ($N \leq 10^9$), количество друзей у Ивана Царевича.

Формат выходных данных:

Выведите одно число K – количество яблок, которое могло быть у Ивана Царевича. Если существует несколько решений — можно вывести любое, не превосходящее 10^{18} . Гарантируется, что ответ существует и не превосходит 10^{18} .

Примеры

Вход	Выход
4	15

Примечание

Рассмотрим пример: У Ивана 4 друга и 15 яблок. Каждому другу Ивана достанется по 3 яблока – и это максимальное количество. Всего Иван отдаст $3 \times 4 = 12$ яблок. Тогда у него останется 3 яблока – ровно столько, сколько он дал каждому из друзей.

Задача 3. Растения.

Василиса Премудрая очень премудрая. Она собирает лекарственные растения для приготовления чая и отваров. Для того, чтобы польза от этих растений была максимальной необходимо соблюдать волшебные правила. Для каждого из N растений есть оптимальный день его сбора A_i . Для приготовления волшебного эликсира все растения нужно собрать в один день X . При этом волшебная сила растения уменьшается на $|A_i - X|$. Помогите Василисе Прекрасной найти такой день X , чтобы суммарное уменьшение волшебной силы, равное $|A_1 - X| + |A_2 - X| + \dots + |A_N - X|$, было минимальным.

Формат входных данных:

Первая строка входных данных содержит число: N ($1 \leq N \leq 10^5$) – количество растений, на следующей строке расположены N чисел A_i ($1 \leq A_i \leq 10^6$) для каждого растения. Все числа в строке отделены друг от друга одним пробелом.

Формат выходных данных:

Выведите одно целое число – X .

Система оценивания

Решения, работающие при $1 \leq N \leq 10^3$, будут оцениваться из 40 баллов.

Примеры

Вход	Выход
5 6 2 9 1 2	2

Задача 4. Как можно меньше

Кот Ученый, который ходит по цепи кругом, разработал очередное Мощнейшее мЫслительное Шиворот-навыворот Устройство (МЫШУ). Это устройство (МЫШУ) принимает на вход двоичные строки, обрабатывает их и выдает в качестве результата работы песню или сказку.

Двоичные строки, с которыми может работать МЫШУ – это строки, состоящие из символов 0 и 1. Для каждой двоичной строки S МЫШУ вычисляет

специальную функцию $M(S)$. $M(S)$ равно наименьшей из цифр 0, 1 или 2, которая не встречается в этой строке. Например, $M("10010") = 2$, так как 0 и 1 встречаются в строке "10010" хотя бы один раз. $M("111") = 0$, так как 0 и 2 не встречаются ни разу, и $0 < 2$.

В зависимости от вычисленного $M(S)$ МЫШУ по определенному алгоритму генерирует песню или сказку, причем, чем меньше $M(S)$, тем мелодичнее получаются песни и интереснее сказки. По этой причине Кот Ученый пытается разбивать все входные строки на фрагменты так, чтобы получать от МЫШУ наилучшие песни и сказки.

Попробуйте помочь ему в решении этой задачи, которую более формально можно сформулировать следующим образом. Исходную строку s надо разбить на любое, большее или равное 1, количество подстрок так, чтобы сумма $M(S)$ по всем полученным подстрокам была минимальна. Подстрока - это непрерывная последовательность символов внутри строки. Каждый символ исходной строки S должен принадлежать ровно одной подстроке. Строка целиком также является подстрокой самой себя.

Формат входных данных:

Входные данные содержат единственную строку S , содержащую только символы '0' и/или '1'. Длина строки - от 1 до 10^5 .

Формат выходных данных:

Выведите одно целое число — наименьшую сумму значений $M(S)$, которую можно получить, разбив строку S на подстроки наилучшим образом.

Примеры

Вход	Выход
01	1
1111	0
01100	2

Примечание

Рассмотрим пример 1: строку "01" можно разбить на две подстроки "0" и "1", в результате $M('0')+M('1')=1+0=1$

Задача 5. Место для засады

Змей Горыныч выбирает место в сказочном лесу для очередной засады на богатырей. Для засады подходят места пересечения тропинок, идущих по лесу. Перекрестки тропинок пронумерованы числами от 1 до N . Между всеми перекрестками в лесу есть путь, причем только один. От любого перекрестка до любого соседнего с ним Змей Горыныч всегда может добраться за 1 минуту.

Змей Горыныч хочет выбрать для засады такой перекресток, чтобы максимальное время его перемещения до любого другого перекрестка в лесу была как можно меньше. По описанию тропинок определите номера всех таких перекрестков, чтобы максимальное время перемещения Змея Горыныча до любого другого перекрестка в лесу была как можно меньше.

Формат входных данных:

В первой строке указано число N ($1 \leq N \leq 10^5$) – количество перекрестков в лесу, в следующих $N - 1$ строках указаны перекрестки, между которыми существуют тропинки.

Формат выходных данных:

Выведите номера искомых перекрестков в порядке возрастания.

Примеры

Вход	Выход
5 1 3 1 2 1 4 5 1	1
4 3 2 3 4 2 1	2 3

Задача 6. Магические палиндромы.

В магической школе Иван Царевич на уроке изучил палиндромы – слова, которые можно читать слева направо и справа налево одинаково. Учитель дал домашнее задание Ивану найти в заданном тексте все палиндромы. Иван Царевич их быстро нашел и ему показалось этого мало, он придумал «магические палиндромы» - слова палиндромы более, чем из 2 букв, которые могут быть как частью другого палиндрома, так и сами состоять из палиндромов: так последовательность букв MAGIGAM – это сразу три «магических палиндрома»: MAGIGAM, AGIGA и GIG. Помогите Ивану найти палиндромы в случайной последовательности букв.

Формат входных данных:

На первой строке находится целое число N ($3 \leq N \leq 5000$) – количество букв, среди которых нужно будет найти магические палиндромы. На следующей строке находится N символов от A до Z.

Формат выходных данных:

Выведите количество «магических палиндромов» в заданной последовательности символов.

Примеры

Вход	Выход
10 SBMAGIGAMH	3
11 PGIGPOPGIGP	9
6 GIGPGP	3

Задача 7. Браконьерство

Академия наук Тридевятого царства обеспокоена активной охотой браконьеров на род змеев-горынычей, которые находятся под охраной Царя. Главной проблемой является то, что для охоты на змеев-горынычей браконьеры используют голово-парализующие сети.

Змей-горынычи имеют головы разного типа, обладающие разными свойствами, что влияет на общую цену пойманного змея-горыныча на черном рынке. Пронумеруем все типы голов драконов от 0 до $N-1$. При рождении каждый из змеев-горынычей имеет ровно 1 голову с номером от 2 до $N-1$ (таким образом вся популяция змеев-горынычей делится на $N-2$ вида). В процессе жизни некоторая голова змея-горыныча может превратиться в несколько других по известным правилам. Головы заканчивают превращаться в другие, когда у змея-горыныча остаются только головы типа 0 и 1. Например, пусть существуют следующие правила превращения голов

$$2 \rightarrow \langle 3 \ 1 \rangle$$

$$2 \rightarrow \langle 2 \rangle$$

$$3 \rightarrow \langle 0 \ 1 \rangle$$

$$4 \rightarrow \langle 3 \ 0 \ 0 \rangle$$

$$4 \rightarrow \langle 1 \ 4 \rangle$$

$$5 \rightarrow \langle 0 \ 4 \ 1 \ 3 \rangle$$

Тогда змей-горыныч вида 4 (у которого при рождении была голова номер 4) может менять свои головы следующим образом:

$$4 \rightarrow \langle 3 \ 0 \ 0 \rangle \rightarrow \langle 0 \ 1 \ 0 \ 0 \rangle$$

или же другим образом:

$$4 \rightarrow \langle 1 \ 4 \rangle \rightarrow \langle 1 \ 1 \ 4 \rangle \rightarrow \langle 1 \ 1 \ 3 \ 0 \ 0 \rangle \rightarrow \langle 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \rangle$$

Как уже отмечалось, браконьеры используют для охоты голово-парализующие сети. Такая сеть характеризуется последовательностью типов голов, на которые ее можно набросить, и тем самым парализовать и поймать змея-горыныча. Сеть может парализовать только головы типа 0 и 1. Например, с помощью сети $\langle 1 \ 0 \ 1 \rangle$ можно поймать змея-горыныча с головами $\langle 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \rangle$, но нельзя поймать змея-горыныча с головами $\langle 0 \ 1 \ 0 \ 0 \rangle$.

В рамках текущего исследования ученым интересно, какие виды змеев-горынычей более устойчивы к отлову браконьерами, а какие – менее. Для каждого вида от 2 до $N-1$ узнайте, может ли хотя бы один его представитель выжить, и если да, то каково будет минимальное количество голов выжившего змея-горыныча к концу его превращений.

Может быть такое, что у браконьеров в данный момент не будет ни одной голово-парализующей сети. В этом случае, очевидно, ни один змей-горыныч не будет пойман. Поэтому нужно узнать для каждого вида минимальное количество голов его представителя к концу превращений.

Формат входных данных:

В первой строке ввода даны три целых числа N , K и M ($N > 2$, $K \geq N - 2$, $M \geq 0$), количество типов голов, количество способов их превращений и количество разных типов сетей, соответственно.

Следующие K строк содержат описания превращений голов; в начале каждой строки даны два целых числа a и t ($2 \leq a < N$, $t \geq 1$), за которыми следуют t целых чисел b_1, b_2, \dots, b_t ($0 \leq b_i < N$), которые описывают строку

$$a \rightarrow (b_1 b_2 \dots b_t)$$

Сумма всех значений t не превышает 100. Каждое целое число от 2 до $N-1$ появляется как a по крайней мере один раз.

Следующие M строк содержат описание голово-парализующих сетей; каждая из этих строк содержит целое число L ($L \geq 1$), за которым следуют L целых чисел c_1, c_2, \dots, c_L ($0 \leq c_i \leq 1$), которые описывают сеть. Сумма всех значений L не превышает 50.

Формат выходных данных:

Выведите ровно $N-2$ строк с ответами для каждого вида змеев-горынычей от 2 до $N-1$ по порядку. Если ни один змей-горыныч данного вида не сможет выжить, выведите слово «NO». Это нужно вывести также и тогда, если ни один представитель данного вида не сможет закончить свои превращения.

Иначе выведите слово «YES», за которым выведите наименьшее количество голов у змея горыныча, который не может быть пойман ни одной голово-парализующей сетью. Гарантируется, что это значение во всех тестовых примерах меньше, чем 2^{63} .

Система оценивания

В этой задаче есть 5 подзадач, которые будут оцениваться отдельно.

1. Отсутствуют голово-парализующие сети ($M = 0$)
2. $K = N - 2$
3. Одна голово-парализующая сеть ($M = 1$)
4. Сумма всех значений L не превышает 10
5. Без дополнительных ограничений

Примеры

Вход	Выход
6 6 2	NO
2 1 2	YES 2
3 2 0 1	YES 4
4 3 3 0 0	YES 9
4 2 1 4	
5 4 0 4 1 3	
5 2 2 1	
2 1 1	
5 0 0 1 0 0	