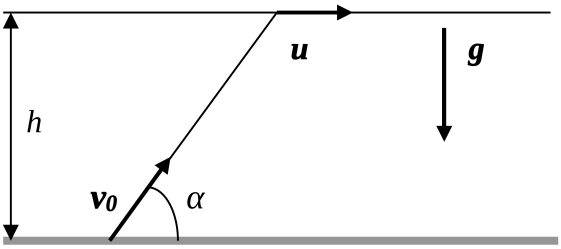
Всероссийская олимпиада школьников
II (муниципальный) этап
Физика
11 класс
Решения. Критерии проверки

Общее время выполнения работы – 4 часа.

Задание 1

Утка летела по горизонтальной прямой с постоянной скоростью $\vec{u}$ (рис. 1). В нее бросил камень неопытный охотник, причем бросок был сделан без упреждения, т. е. в момент броска скорость камня $\vec{v}_0$ была направлена как раз на утку под углом α к горизонту. На какой высоте над охотником летела утка, если камень всё же попал в нее? Сопротивлением воздуха, размерами утки пренебречь.



.

Рис.1

Решение

Если камень окажется на высоте h, то для времени полета на эту высоту получим:

$$h = t \cdot v_0 \sin\alpha - \frac{gt^2}{2} \quad (1) \qquad\qquad t^2 - \frac{2v_0 \sin\alpha}{g} \cdot t + \frac{2h}{g} = 0$$

$$t_{1,2} = \frac{v_0 \sin\alpha}{g} \pm \frac{\sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha - 2gh}}{g}$$

При этом возможны три ситуации:

1). $t_1 = t_2 = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$ (см. рис.2) 2). $t = \frac{v_0 \sin\alpha}{g} - \frac{\sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha - 2gh}}{g}$ (см. рис.3)

3). $t = \frac{v_0 \sin\alpha}{g} + \frac{\sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha - 2gh}}{g}$ (см. рис.4)

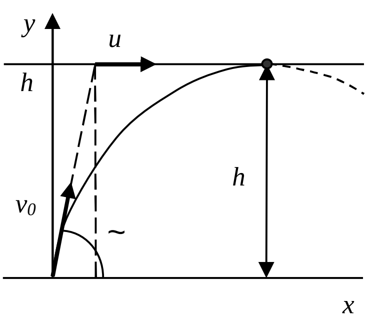


Рис.2

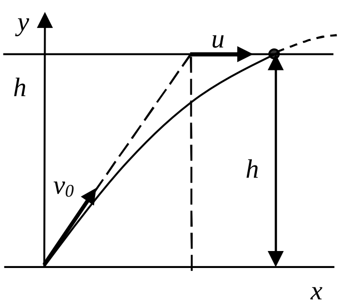


Рис.3

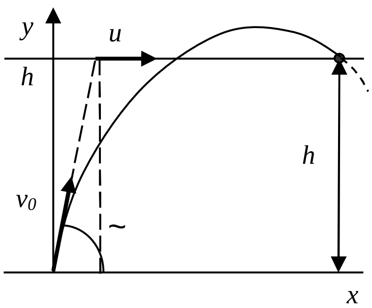


Рис.4

Рассмотрим первый случай. Выражение под радикалом равно нулю, тогда

$$v_0^2 \sin^2 \sim\; = 2gh \qquad h = \frac{v_0^2 \sin^2 \sim}{2g} \quad (2)$$

$$t = \frac{v_0 \sin \sim}{g}$$

Условие, что в момент времени t камень догонит утку по горизонтали

$$v_0 \cos \sim \cdot t = h \cdot ctg \sim + ut$$

$$v_0 \cos \sim \cdot \frac{v_0 \sin \sim}{g} = h \cdot ctg \sim + u \frac{v_0 \sin \sim}{g}$$

В этом случае будем иметь $\qquad v_0 \cos \sim\; = 2u$

Рассмотрим второй случай

$$v_0 \cos \sim\; > 2u$$

$$v_0 \cos \sim \cdot t = h \cdot ctg \sim + ut$$

$$t = \frac{h \cdot ctg \sim}{v_0 \cos \sim - u}$$

Подставив t в выражение (1), для высоты получим:

$$h = \frac{2u}{g} tg^2 \sim\; (v_0 \cos \sim - u) \qquad (3)$$

В третьем случае $v_0 \cos \sim\; < 2u$. Траектория камня будет такой, как показано на рис.4.

Выражение для высоты останется таким же (3).

При $v_0 \cos \sim\; = 2u$ формула (3) переходит в формулу (2).

Максимальный балл – 100. Проведен анализ. Получены правильные решения для всех случаев.
80 баллов. Идея решения верна, но сделаны математические ошибки.
60 баллов. Проведен анализ, рассмотрены не все случаи.
40баллов. Нет анализа, получена одна из формул.
До 30 баллов, по усмотрению проверяющего, за разумные идеи или формулы.

Задание 2

Посередине закрытой с торцов трубы длины *2L* и сечения *S* находится поршень (рис. 5). Слева и справа от поршня находятся разные газы при одинаковом давлении *p*. На какое расстояние сместится поршень, если он становится проницаемым для одного из газов? Сила трения поршня о трубу равна *F*. Температуру газа считать постоянной.

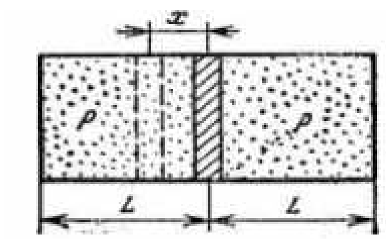


Рис.5

Решение

Газ просачивается сквозь поршень, пока его давление (концентрация молекул) по обе стороны поршня не станет одинаковым.

$$p_1 = nkT$$

Тогда суммарная сила давления на поршень этого газа равна нулю, и ее можно не учитывать при сравнении сил, действующих на поршень. Тем самым задача свелась к совсем простой: с одной стороны на поршень действует сила трения F, с другой сила давление второго газа, который не может просачиваться сквозь поршень. Отсюда следует, что если силы трения не будет, то поршень будет прижат к стенке сосуда, а оба газа будут находиться по другую сторону поршня.

1). Если $pS \le F$, то поршень не сдвинется и $x = 0$

2). Пусть поршень сместился на x см. рис.1, тогда второй газ будет находиться в отрезке трубы длиной $L + x$. Так как процесс изотермический, то

$$pL = p_2(L + x)$$

где p – исходное давление газа, а p_2 – установившееся давление второго газа.

Условие равновесия поршня дает $F - p_2S = 0$ отсюда

$$x = L \cdot \left(\frac{pS}{F} - 1 \right) \qquad (1)$$

Из формулы видно, что при $pS = 2F$ выражение в скобке равно 1 и $x = L$

Таким образом, при большом исходном давлении, если $pS \ge 2F$ получим $x = L$, то есть поршень будет прижат к стенке сосуда, а оба газа будут находиться по другую сторону поршня.

При промежуточных значениях p справедливо выражение (1)

Максимальный балл – 60. Получено решение с правильным ответом.
50 баллов. Идея решения верна. Ответ получен неверно из-за ошибок в выкладках.
До 30 баллов, по усмотрению проверяющего, за разумные идеи или формулы.

Задание 3

Один моль идеального одноатомного газа последовательно участвует в двух процессах: 1-2 и 2-3 (см. рисунок 6). В первом из них давление *p* пропорционально температуре *T*, во втором *p* пропорционально $\sqrt{T}$. Определите теплоёмкость газа в каждом из двух процессов.

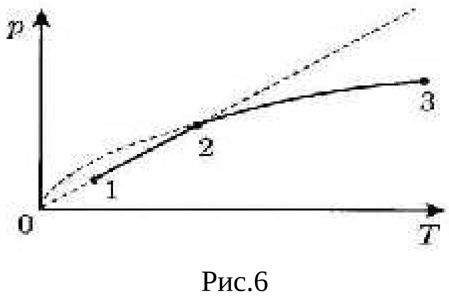


Рис.6

Количество баллов - 100

Решение

В процессе 1-2 по условию $p \sim T$. Из уравнения Менделеева — Клапейрона следует, что $p \sim T$ при V = const. Таким образом, процесс 1-2 является изохорным, и для одного моля идеального одноатомного газа теплоёмкость $C_V = \frac{3}{2}R$.

В процессе 2-3 по условию $p \sim \sqrt{T}$. Поэтому из уравнения Менделеева — Клапейрона получим $(\neg = 1)$

$$V = \frac{RT}{p} \sim \sqrt{T}$$

и, таким образом, $p \sim V$

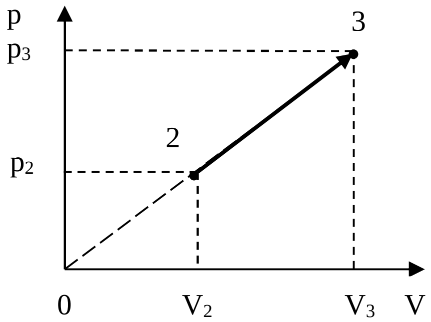


Рис.7

Изобразив этот процесс на $pV-$диаграмме (рис. 7), заметим, что газ в нём поглощает тепло. Это тепло идёт на изменение внутренней энергии газа ΔU и совершение им работы A. Обозначим давления и объёмы в состояниях 2 и 3 через p_2, V_2 и p_3, V_3 соответственно. Тогда количество теплоты ΔQ, которое поглощает газ в процессе 2-3, можно найти из первого начала термодинамики:

$$\Delta Q = \Delta U + A = \frac{3}{2}R\left(T_3 - T_2\right) + \frac{1}{2}\left(p_3 + p_2\right)\cdot\left(V_3 - V_2\right)$$

$$\Delta Q = \frac{3}{2}R\left(T_3 - T_2\right) + \frac{1}{2}\left(RT_3 - RT_2 + p_2V_3 - p_3V_2\right)$$

При преобразовании выражения в скобках учтено, что, в соответствии с уравнением Менделеева — Клапейрона, $p_2V_2 = RT_2$ и $P_3V_3 = RT_3$.

Поскольку изображающая процесс прямая проходит через начало координат диаграммы, то

$$\frac{p_2}{V_2} = \frac{p_3}{V_3}$$

С учётом этого выражение для количества теплоты принимает вид:

$$\Delta Q = 2R\left(T_3 - T_2\right)$$

Таким образом, мы доказали, что количество теплоты, сообщённое газу в данном процессе, пропорционально разности температур, которые газ имеет в начальном и конечном состояниях. Коэффициент пропорциональности равен $2R$. Следовательно молярная теплоемкость в этом процессе

$$C_{23} = 2R$$

Максимальный балл – 100. Получены решения и правильные ответы.
80 баллов. Идея решения верна, но сделаны математические ошибки.
60 баллов. Получено правильное выражение для теплоемкости на участке 2-3.
40 баллов. Получено правильное выражение для теплоемкости на участке 1-2.
До 30 баллов, по усмотрению проверяющего, за разумные идеи или формулы.

Задание 4

Конденсаторы, емкости которых равны C, и резисторы, имеющие сопротивления R и $2R$ включены в цепь, как показано на рис. 8. Найти заряд на заземленной обкладке конденсатора. Напряжение U_0 известно.

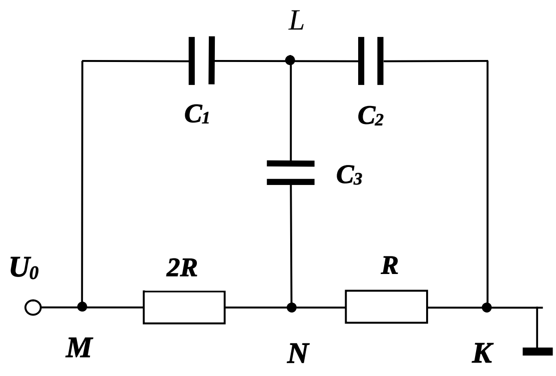


Рис.8

Решение

Через конденсаторы постоянный ток не идет. Потенциалы в точках схемы *M*, *N* и *K* определятся падением напряжения на сопротивлениях и будут равны:

$$U_M = U_0 \qquad U_N = \frac{U_0}{3} \qquad U_K = 0$$

$$C_1 = C_2 = C_3 = C$$

Сумма зарядов трех внутренних пластин конденсаторов, соединенных с точкой L, равна нулю:

$$q_1 + q_2 + q_3 = 0$$

Пусть разность потенциалов на конденсаторе C_2 равна U_2. Тогда

$$C(U_0 - U_2) = q_1 \qquad CU_2 = q_2 \qquad C(U_2 - U_0/3) = q_3$$

отсюда

$$C(U_0 - U_2) + q_2 + C(U_2 - U_0/3) = 0$$

$$q_2 = -\frac{2}{3}CU_0$$

Максимальный балл – 80. Получено решение с правильным ответом.
70 баллов. Идея решения верна, но сделаны математические ошибки.
50 баллов. Использовано равенство нулю суммы зарядов трех внутренних пластин конденсаторов.
До 20 баллов, по усмотрению проверяющего, за разумные идеи или формулы.

Задание 5

В веществе, показатель преломления которого монотонно зависит от одной из декартовых координат, луч света может распространяться по дуге окружности. Найдите вид зависимости показателя преломления от этой координаты.

Решение

Выберем начало координат в центре окружности радиуса *R*, по дуге которой распространяется луч света. Пусть показатель преломления монотонно изменяется вдоль оси *Z*. Разобьём среду на множество тонких слоев, перпендикулярных оси *Z*, как показано горизонтальными пунктирными линиями на рисунке 9.

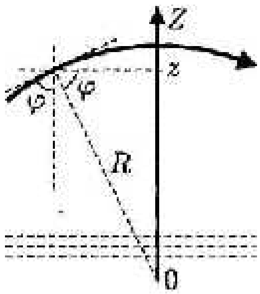


Рис.9

В пределах каждого из слоев показатель преломления можно считать неизменным. Пусть ¨ – угол между осью Z и касательной к лучу в некоторой точке. Тогда, как следует из построения на рисунке, ¨ является также углом падения луча на слой с координатой z.
В соответствии с законом преломления

$$n(z)\sin ¨ = const\,.$$

Так как $\sin ¨ = \frac{z}{R}$, то:

$$n(z) = \frac{const}{\sin ¨} = \frac{R \cdot const}{z} = \frac{k}{z}$$

где k – постоянный коэффициент. Таким образом, для того, чтобы луч света мог распространяться в среде по дуге окружности, показатель преломления должен убывать обратно пропорционально координате z, отсчитываемой от центра этой окружности.

Максимальный балл – 80. Получено решение с правильным ответом.
60 баллов. Идея решения верна, но допущены математические ошибки.
50 баллов. Использовано соотношение $n(z)\sin ¨ = const$
До 30 баллов, по усмотрению проверяющего, за разумные идеи или формулы.