Условия, решения, критерии оценивания решений олимпиадных заданий
11 класс

Проверка работ осуществляется Жюри олимпиады согласно стандартной методике оценивания решений:

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение
8	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение в целом верное, однако, содержит существенные ошибки (не физические, а математические).
5	Найдено решение одного из двух возможных случаев.
2-3	Есть понимание физики явления, но не найдено одно из необходимых для решения уравнений, в результате полученная система уравнений не полна и невозможно найти решение.
0-1	Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение неверное, или отсутствует.

Задача 1.

Явление застоя заключается в том, что максимальная сила трения покоя при контакте двух тел немного больше, чем сила трения скольжения. Для изучения этого явления провели следующий опыт. К лежащему на горизонтальном столе бруску массой m прикрепили пружину жёсткостью k. Свободный конец пружины начали прямолинейно, равномерно и очень медленно перемещать, удаляя его от бруска. В этом опыте брусок двигался скачками, перемещаясь на протяжении одного скачка всё время в одном направлении на расстояние s. Найдите максимальную силу трения покоя F между столом и бруском. Коэффициент трения скольжения бруска о стол μ не зависит от скорости. Ускорение свободного падения равно g.

Решение.

При медленном растяжении пружины брусок начнёт двигаться, когда удлинение пружины станет равным $x_0 = F/k$. Рассматривая процесс движения бруска, можно считать, что во время скачка перемещаемый конец пружины неподвижен (его скорость по условию очень мала). Направим ось X в сторону перемещения конца пружины, за начало координат примем начальное положение бруска и запишем второй закон Ньютона в проекции на эту ось:

$$ma_x = m\frac{d^2x}{dt^2} = k(x_0 - x) - \mu mg = -k\left(x - \frac{F - \mu mg}{k}\right).$$

Это — уравнение гармонических колебаний; оно справедливо для движения бруска от начала его смещения до первой остановки. Двигаясь вправо, брусок совершит полпериода колебания, пройдя из начала координат через положение равновесия с координатой $x_р = (F - \mu mg)/k$ в точку с вдвое большей координатой $s = 2x_р = 2(F - \mu mg)/k$. Отсюда

$$F = \mu mg + \frac{ks}{2}.$$

Задачу можно решить и энергетическим способом. Пусть к моменту начала скольжения бруска пружина растянута на величину x. Тогда к моменту остановки бруска (сразу после окончания скачка) растяжение пружины составляет $x - s$, и закон изменения механической энергии бруска можно записать в следующем виде:

$$\frac{kx^2}{2} = \frac{k(x-s)^2}{2} + \mu mgs.$$

Отсюда

$$x = \frac{\mu mg}{k} + \frac{s}{2},$$

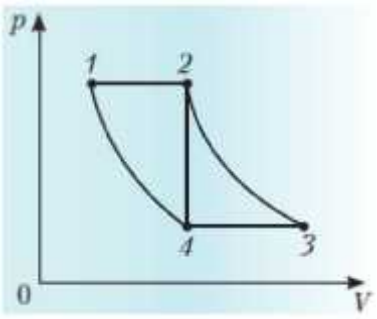
и для максимальной силы трения покоя получаем:

$$F = kx = \mu mg + \frac{ks}{2}.$$

Критерии оценивания

Приведен закон Ньютона, его анализ…….....5
Приведены выражения для координат движения бруска……..... 3
Получен правильный ответ..... 2

Задача 2.



На рисунке изображены два циклических процесса, совершаемых одинаковым количеством одноатомного идеального газа: *1-2-4-1* и *2-3-4-2*. Процессы *4-1* и *2-3* изотермические. Коэффициент полезного действия первого цикла η_1 = 12,3%, второго – η_2 = 13,4%. В каком цикле совершается большая работа и во сколько раз?

Решение.

КПД теплового двигателя определяется по формуле

$$\eta = \frac{A}{Q_{\text{пол}}},$$

A – работа газа в цикле, $Q_{\text{пол}}$ – количество теплоты, полученное газом за цикл от нагревателя. В циклическом процессе *1-2-4-1* газ получает теплоту при изобарном расширении *1-2*, отдаёт – при изохорном охлаждении *2-4* и изотермическом сжатии *4-1*. В цикле *2-3-4-2* газ получает теплоту при изотермическом расширении *2-3* и изохорическом нагревании *4-2*, а отдаёт – при изобарном сжатии *3-4*. Следовательно, КПД соответствующих циклов можно представить в виде:

$$\eta_1 = \frac{A_1}{Q_{12}};$$

$$\eta_2 = \frac{A_2}{Q_{23} + Q_{42}}.$$

Запишем первое начало термодинамики для цикла *2-3-4-2*, учитывая, что изменение внутренней энергии в цикле $\Delta U = 0$:
$Q_{23} + Q_{34} + Q_{42} = A_2$. Следовательно, $Q_{23} + Q_{42} = A_2 - Q_{34}$, и КПД второго цикла можно представить в виде:

$$\eta_2 = \frac{A_2}{A_2 - Q_{34}}.$$

Выражаем работы в каждом из циклов

$$A_1 = \eta_1 Q_{12}; \quad A_2 = \frac{\eta_2 Q_{34}}{\eta_2 - 1}$$

и их отношение:

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{\eta_2 Q_{34}}{(\eta_2 - 1)\eta_1 Q_{12}}.$$

Количества теплоты в изобарных процессах *1-2* и *3-4* находим из первого начала термодинамики для этих процессов:

$$Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12} = \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) + p_{12}(V_2 - V_1) =$$

$$= \frac{3}{2}\nu R(T_2 - T_1) + \nu R(T_2 - T_1) = \frac{5}{2}\nu R(T_2 - T_1);$$

и, аналогично,

$$Q_{34} = \Delta U_{34} + A_{34} = \frac{5}{2}\nu R(T_4 - T_3).$$

Поскольку, по условию задачи, $T1 = T4$ и $T2 = T3$, можно записать

$$Q_{34} = \frac{5}{2}\nu R(T_1 - T_2) = -Q_{12}.$$

Тогда окончательно получаем:

$$\frac{A_2}{A_1} = \frac{\eta_2(-Q_{12})}{(\eta_2 - 1)\eta_1 Q_{12}} = \frac{\eta_2}{(1 - \eta_2)\eta_1} \approx 1{,}26.$$

Критерии оценивания
Приведен анализ циклических процессов…….....3
Приведены выражения КПД циклов..... 2
Использование первого начала термодинамики для циклов.....3
Получен правильный ответ..... 2

Задача 3.

В цилиндре под поршнем находится влажный воздух. В изотермическом процессе объем цилиндра уменьшается в α=4 раза, при этом давление под поршнем увеличивается в γ=3 раза. Какая часть первоначальной массы пара сконденсировалась? В начальном состоянии парциальное давление сухого воздуха в β=3/2 раза больше парциального давления пара.

Решение.

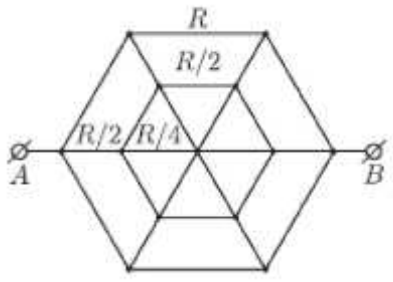
В цилиндре в начале процесса пар ненасыщенный (это следует из α>γ). Пусть p – начальное давление пара. Тогда βp – начальное давление сухого воздуха.
Из уравнения Менделеева-Клапейрона для сухого воздуха:
$\beta p \alpha V = \nu RT$ $p_1 V$
где $p_1 = \beta\alpha p$ – конечное давление сухого воздуха.
Из уравнения Менделеева-Клапейрона для пара
$p\alpha V = \nu_1 RT$; $p_2 V = \nu_2 RT$
$k\nu_1 = \nu_1 - \nu_2$, где k – искомое отношение.
При этом, $p_1 + p_2 = \gamma(p+\beta p)$
Решая эту систему уравнений, получаем

$$k = \frac{(\alpha-\gamma)(\beta+1)}{\alpha},$$

$$k = \frac{5}{8}.$$

Критерии оценивания
Критерии оценивания
Приведено уравнение Менделеева-Клапейрона для сухого воздуха.....3
Приведено уравнение Менделеева-Клапейрона для пара……..... 3
Указана связь давлений.....2
Получен правильный ответ..... 2

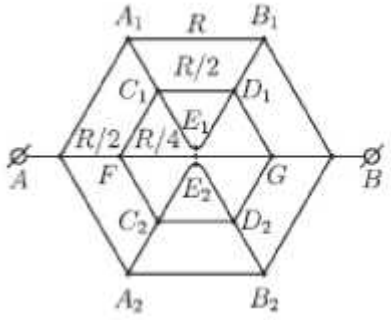
Задача 4.

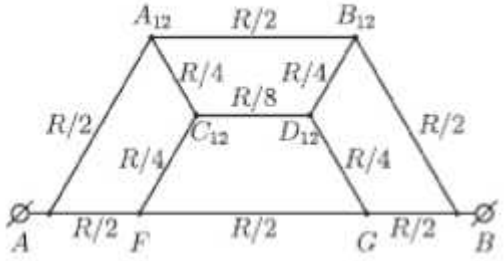


На рисунке представлена схема электрической цепи (см. рисунок). Сопротивление стороны большого шестиугольника равно R, сопротивление стороны малого шестиугольника равно $R/2$, сопротивление каждого внутреннего проводника, заключённого между шестиугольниками, равно $R/2$, а сопротивление каждого проводника, находящегося внутри малого шестиугольника, равно $R/4$. Найдите сопротивление электрической цепи между точками A и B

Решение.

В схеме электрической цепи, изображённой на первом рисунке, точки $E1$, $E2$ и центр схемы имеют, в силу её симметрии, одинаковые потенциалы. При их соединении проводником с нулевым сопротивлением токи в цепи и её сопротивление не меняются, а полученная при таком преобразовании схема совпадает со схемой, приведённой в условии.





Будем поэтому рассчитывать сопротивление эквивалентной электрической цепи, схема которой изображена на первом рисунке. В ней пары точек $A1$ и $A2$, $B1$ и $B2$, $C1$ и $C2$, $D1$ и $D2$ также в силу симметрии имеют попарно одинаковые потенциалы. Соединяя их, получаем следующую эквивалентную схему, изображённую на втором рисунке; здесь учтено, что сопротивление двух параллельно соединённых одинаковых резисторов вдвое меньше сопротивления каждого из них. В схеме на втором рисунке, как следует из соображений симметрии, пары точек $A12$ и F, $B12$ и G имеют одинаковые потенциалы; соединяя их, получаем электрическую цепь, схема которой изображена на третьем рисунке. Её сопротивление легко рассчитывается по формулам последовательного и параллельного соединения резисторов: оно равно $13R/20$.

Критерии оценивания

Приведена эквивалентная схема…….....5

Найдены точки равного потенциала……..... 3

Получен правильный ответ..... 2

Задача 5.

Над горизонтальной поверхностью расположено параллельно ей светящееся кольцо диаметра *d* 2 *м*. Между кольцом и поверхностью расположен соосный кольцу непрозрачный квадрат со стороной *d* (рис. 1). Расстояния от кольца до квадрата и от квадрата до поверхности равны *H* 3 *м* (рис. 1.1). Чему равна площадь полной тени на горизонтальной поверхности? На рисунке тень изображена условно.

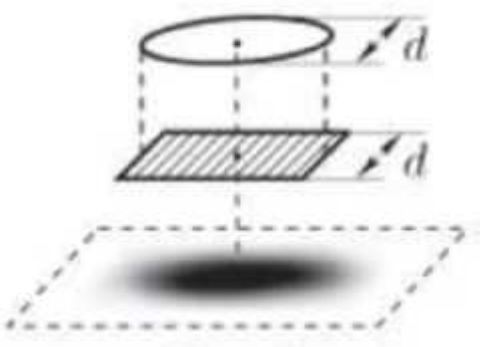


Рис.1

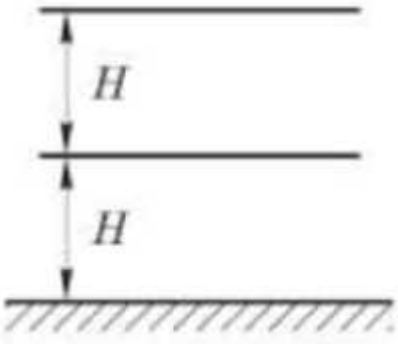


Рис.1.1

Решение.

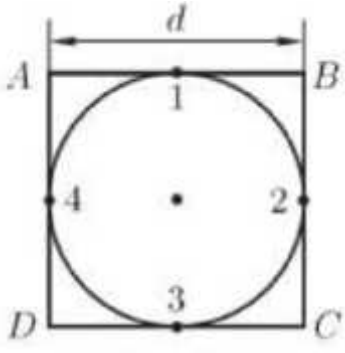


Рис. 2

Полная тень будет иметь форму квадрата со стороной d .В самом деле, часть лампы 1 будет освещать ту часть пола, которая на рисунке 2 выше прямой AB . Часть лампы 3 освещает часть пола, которая на рисунке оказалась ниже прямой CD. Аналогично, части лампы 2 и 4 освещают пол правее BC и левее DA. Таким образом, вне квадрата $ABCD$ будет полутень или целиком освещённая поверхность. Тогда площадь полной тени равна площади квадрата и равна $S= d^2 = 4\ м^2$

Критерии оценивания

Показано, что тень будет иметь квадратную форму 2

Показано, что линейные размеры тени определяются точками 1, 2, 3 и 4 6

Записан ответ..... 2