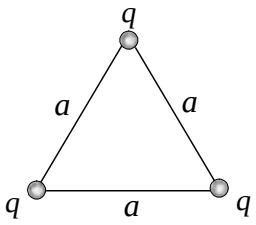
Критерии оценивания
заданий по физике для проведения муниципального этапа
Всероссийской олимпиады школьников
на территории Калининградской области
в 2015/2016 учебном году

Всероссийская олимпиада школьников 2015-2016
физика (муниципальный этап)
Калининград
11 класс

Задача №1.

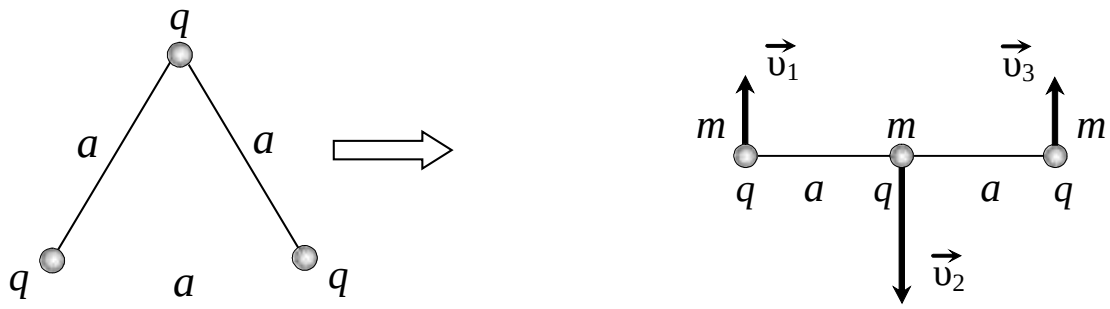
10 баллов

В вершинах равностороннего треугольника (см. рисунок) со стороной *a*, расположены три одинаковых шарика, соединенные друг с другом нитями. Заряд и масса каждого шарика равны *q* и *m* соответственно. Одну из нитей пережгли. Найти максимальную скорость среднего шарика. Силу тяжести не учитывать.



Решение №1.

На шарики будут действовать силы электрического взаимодействия (кулоновские силы). Пока эти силы будут действовать, а нити будут позволять шарикам двигаться, скорости шариков будут расти. Очевидно, что максимального значения скорости шариков достигнут в положении, когда все три шарика будут находится на одной прямой на полностью натянутых нитях.



Система связанных нитями одноименно заряженных шариков обладает потенциальной энергией электрического взаимодействия зарядов. После пережигания одной из нитей за счет уменьшения потенциальной энергии будет расти кинетическая энергия шариков, достигнув максимума в момент расположения шариков на одной прямой. Причем, кинетическая энергия будет равна разности потенциальных энергий в начальном состоянии и в состоянии "по прямой"

Так как система изолирована, то $\vec{p}=0$, а $\upsilon_1 = \upsilon_3$ в силу симметрии.

После пережигания скорости шариков будут перпендикулярны нитям и максимальны в этот момент времени *t*.

Запишем закон сохранения импульса и закон сохранения энергии:

$$m\upsilon_1 = 2m\upsilon_2; \qquad \upsilon_1 = 2m_2 \qquad (1)$$

$$\Delta W_{эл}=m\cdot\frac{\upsilon_1^2}{2}+2m\cdot\frac{\upsilon_2^2}{2} \qquad (2)$$

для момента времени *t*.

Так как $\Delta W_{эл}=W_{нач} - W_{кон}$; $W_{нач}=3\cdot\frac{k_0q^2}{a}$; $W_{кон}=\frac{5}{2}\cdot\frac{k_0q^2}{a}$, (3)

то $$\Delta W_{эл}=\frac{k_0q^2}{2a}. \qquad (4)$$

Учитывая (1) – (3), получим ответ в алгебраической форме:

$$\upsilon_2=2q\sqrt{\frac{k_0}{6ma}}=\frac{q}{\sqrt{6\pi\varepsilon_0 ma}}. \qquad (5)$$

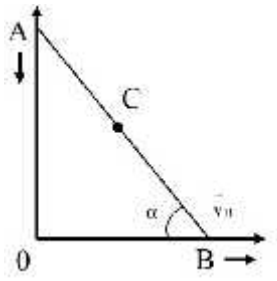
Критерии оценки задачи №1:

1	Записан закон сохранения импульса (1)	2 балла
2	Записан закон сохранения энергии (2)	3 балла
3	Найдено значение разности электростатической энергии (4)	3 балла
4	Найдено значение скорости шарика (5)	2 балла

Задача №2

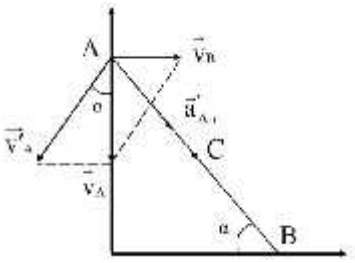
10 баллов

Концы стержня А и В скользят по сторонам прямого угла (рис. 1). Как зависит от угла α ускорение середины стержня С, если конец В движется с постоянной скоростью $\vec{v}_B$? Длина стержня *l*.



Решение №2:

В системе отсчета, связанной с Землей, точка А стержня будет двигаться вдоль вертикальной стороны прямого угла. Обозначим эту скорость $\vec{v}_A$. Перейдем к системе отсчета, связанной с одним из концов стержня - с точкой В.



В этой системе отсчета точка А будет вращаться по окружности с изменяющейся скоростью $\vec{v}'_A$, перпендикулярной к. Согласно закону сложений скоростей

$$\vec{v}_A = \vec{v}'_A + \vec{v}_B \qquad (1)$$

Так как $\vec{v}_B = \text{const}$, то ускорение точки А будет одинаковым в обеих системах отсчета. Спроецируем векторное равенство (1) на ось Х. Тогда получим

$$\vec{v}_A = \vec{v}'_A + \vec{v}_B$$

$$0 = v_B - v'_A \cdot \sin\alpha \qquad (2)$$

В системе отсчета, связанной с точкой В, нормальное ускорение точки А $\vec{a}'_{An}$ будет направлено вдоль стержня и равно по величине

$$a'_{An} = \frac{v'^2_A}{l} \ . \qquad (3)$$

Так как $\vec{a}_A = \vec{a}'_A$, то $a'_{An} = a_A \sin\alpha$.

Следовательно, $$a_A = \frac{a'_{An}}{\sin\sim} = \frac{v'^2_A}{l \cdot \sin\sim} = \frac{v_B^2}{l \cdot \sin^3\sim} \qquad (4)$$

Из закона сложения скоростей следует, что ускорения в точке С будут одинаковыми в обеих системах отсчета $\vec{a}_C = \vec{a}'_C$. Так как все точки стержня движутся с одной и той же угловой скоростью, а линейная и угловая скорости связаны соотношением v=ωR, где R - радиус окружности, по которой движется точка, то

$$v'_A = 2 \cdot v'_C \ . \qquad (5)$$

Следовательно, нормальное и тангенциальное ускорения в точке С будут в два раза меньше по модулю, чем в точке А, и поэтому

$$a_C = \frac{1}{2} a_A \ . \qquad (6)$$

Откуда $a_C = \frac{v_B^2}{2l \cdot \sin^3 \sim}$ (7)

Ответ: $a_C = \frac{v_B^2}{2l \cdot \sin^3 \sim}$

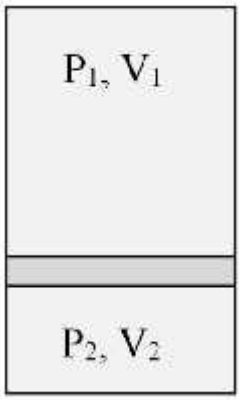
Критерии оценки задачи №2:

1	Переход в систему отсчёта, связанной с концом В и нахождение нормального ускорения точки С в этой системе $a'_{An} = \frac{v'^2_A}{l}$ (3)	2
2	Найдено выражение для ускорения a_A (4)	2
3	Установлено равенство ускорений точки С в системах отсчёта	1
4	Записано соотношение между скоростями точек А и С в системе отсчёта, связанной с точкой В	2
5	Установление пропорциональности скоростей и ускорений и записано соотношение (6)	2
6	Приведён правильный ответ	1

Задача №3

10 баллов

В вертикальном цилиндрическом сосуде с газом находится в равновесии тяжелый поршень. Масса газа и температура под поршнем и над ним одинаковы. Отношение объема над поршнем к объему под поршнем равно $V_1/V_2 = n = 3$. Каким будет это отношение, если температуру в сосуде увеличить в $k = 2$ раза? Трение поршня о стенки цилиндра пренебрежимо мало. Ответ дайте с точностью до десятых.



Решение №3.

Условие равновесия поршня до нагревания и после

$$P_2 = P_1 + \frac{mg}{S}, \qquad P'_2 = P'_1 + \frac{mg}{S}. \qquad (1)$$

Здесь штрихом обозначены параметры газа после нагревания.

Вычитая из первого равенства второе, получаем

$$P'_2 - P'_1 = P_2 - P_1 \qquad (2)$$

Выражая из уравнения Клапейрона-Менделеева $PV = \nu RT$ давления и подставляя их в (1) получаем

$$\frac{T_2}{V_2} - \frac{T_1}{V_1} = \frac{T'_2}{V'_2} - \frac{T'_1}{V'_1}.$$

Учитывая, что $T_1 = T_2 = T$, $T'_1 = T'_2 = kT$, $V_1 = nV_2$ имеем

$$\frac{1}{V_2} - \frac{1}{nV_2} = k\left(\frac{1}{V'_2} - \frac{1}{V'_1}\right) \quad \text{или} \quad \frac{n-1}{nV_2} = k\left(\frac{1}{V'_2} - \frac{1}{V'_1}\right) \qquad (3)$$

Суммарный объем газа над поршнем и под поршнем не изменяется

$$V = V_1 + V_2 = (n+1)V_2 = V'_1 + V'_2.$$

Отсюда $$V_2 = \frac{V'_1 + V'_2}{n+1}. \qquad (4)$$

Подставляя в (2) получаем

$$\frac{(n+1)(n-1)}{n(V_1'+V')}=k\left(\frac{1}{V_2'}-\frac{1}{V_1'}\right).$$

По условию задачи $n=3,\ k=2$. Вводя обозначение $\frac{V_1'}{V_2'}=r$, имеем

$$\frac{4}{3(r+1)}=\left(1-\frac{1}{r}\right) \quad \text{или} \quad 3r^2+4r-3=0. \qquad (5)$$

Решая квадратное уравнение и отбрасывая не имеющий физического смысла корень, получаем

$$r=\frac{2+\sqrt{13}}{3}\approx 1{,}9.$$

Ответ: 1,9

Критерии оценки задачи №3:

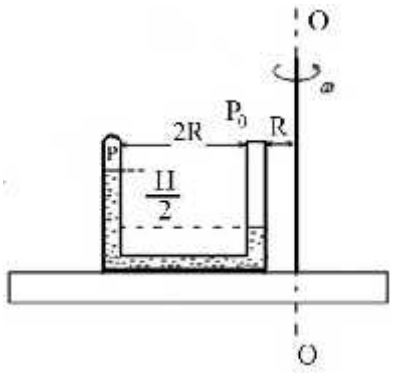
1	Записаны условия равновесия поршня до нагревания и после (1)	2 балла
2	Получено соотношение между температурами и объёмами в двух состояниях	2 балла
3	Получено уравнение связывающее объёмы (4)	2 балла
4	Составлено уравнение отношения объёмов (5)	3 балла
5	Решено уравнение (5) и представлен ответ	1 балл

Задача №4

10 баллов

Тонкая трубка с двумя коленами расположена на горизонтальной платформе. Вертикальное колено высотой 2H находится на расстоянии R и 3R от вертикальной оси вращения OO'. В трубку наливают жидкость плотности ρ до высоты H.

Левое колено закрывают пробкой и платформу вращают. При вращении по оси OO' с постоянной угловой скоростью ω в коленах установилась разность H/2. Найти давление воздуха под пробкой и угловую скорость вращения ω.



Решение №4

Изобразим схематичный рисунок второго случая задачи, когда платформа вращается (рис. 1). Расстояние между коленами 2R, x - высота малого столба жидкости открытого колена.

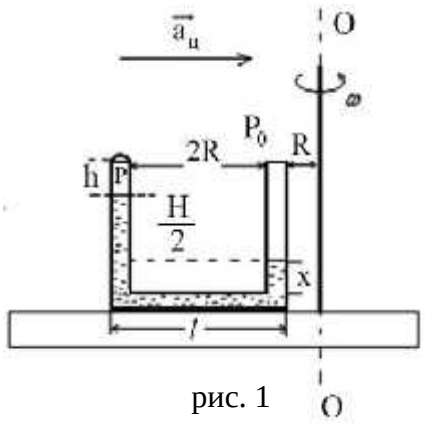


рис. 1

Из постоянства объема заключаем:

$$(2H+l)=\frac{H}{2}+2x+l \quad \Rightarrow \quad x=\frac{3}{2}H$$

Высота запаянного столба воздуха:

$$h=\frac{3}{2}H-\frac{3}{4}H=\frac{3}{4}H$$

Центростремительное ускорение:

$$a_ц=\omega^2 r_C=\omega^2\cdot 2R \qquad (1)$$

Из иллюстрации рис. 1 становится понятным, что более предпочтительным будет рассмотреть горизонтальную часть.

Соответственно, на рис. 2 изобразим действующие на нижнюю трубку силы. Здесь S - площадь сечения трубки. F_1 - сила давления большого столба жидкости (запаянное колено), F_2 - сила давления малого столба жидкости (открытое колено).

Уравнение движения $m\vec{a}_ц = m\vec{g}+\vec{N}+\vec{F}_1+\vec{F}_2$, в проекция на ось OX (рис. 2) выглядит:

$$ma_ц = F_1 - F_2 \quad . \qquad (2)$$

F_2 зависит от давления открытого столба жидкости, и соответственно $\Rightarrow$ $F_2 = F_2 = P\cdot S$, где $P = P_0 + \rho g x$ – гидростатическое давление. Таким образом:

$$F_2 = (P_0 + \rho g x)\cdot S \quad .$$

F_1 зависит от давления в запаянном конце. Найдем выражение для силы F_1 запаянного конца трубки. По закону Бойля-Мариотта находим искомое давление:

$$P_0 \cdot H \cdot S = P \cdot \frac{3}{4} \cdot H \cdot S \;\Rightarrow\; P = \frac{4}{3}P_0 \qquad (3)$$

$$F_1 = \left(P + \rho g\left(\frac{H}{2} + x\right)\right)\cdot S = \left(\frac{4}{3}P_0 + \rho g\left(\frac{H}{2} + x\right)\right)\cdot S \qquad (4)$$

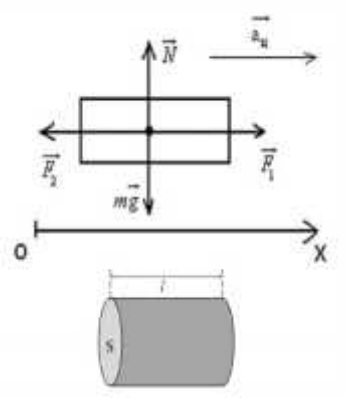


рис.2

$m = \rho\cdot V = \rho\cdot S\cdot 2R$ - масса воды в нижней трубке. Поэтому, с учетом (1):

$$ma_ц = \rho\cdot S\cdot 2R\cdot\mu^2\cdot 2R = \rho\cdot S\cdot 4R^2\cdot\mu^2 \qquad (5)$$

С учетом всех промежуточных вычислений, перепишем уравнение (2) и находим уравнение для ω:

$$\mu^2 = \frac{gH}{8R^2} + \frac{1}{3}\frac{P_0}{4R^2\rho} \;\Rightarrow\; \mu = \frac{1}{2R}\sqrt{\frac{2P_0 + 3\rho g H}{6\rho}} \qquad (6)$$

Ответ: $P = \frac{4}{3}P_0$, $\mu = \frac{1}{2R}\sqrt{\frac{2P_0 + 3\rho g H}{6\rho}}$

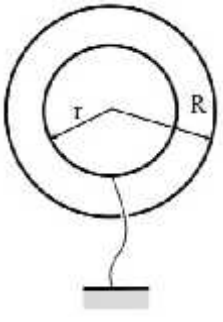
Критерии оценки задачи №4:

1	Найдена высота столба жидкости в правом (по рис.) колене	1 балл
2	Выделена трубка жидкости и написаны уравнения движения в векторном и скалярном виде (2)	2 балла
3	Найдено выражение для искомого давления (3)	2 балла
4	Получено выражение для силы, действующей со стороны левого колена (4)	2 балла
5	Получено выражение для центростремительной силы (5)	1 балл
6	Получено и решено уравнение для угловой скорости (6)	2 балла

Задача №5

10 баллов

Внутри тонкостенной металлической сферы радиуса R=20 см находится металлический шар радиуса r=10 см, имеющий общий центр со сферой. Шар через отверстие в сфере соединён с помощью очень длинного провода с Землёй (см. рис.) . На внешнюю сферу



помещён заряд $Q=10^{-8}$Кл. Вычислите потенциал этой сферы и электрическую ёмкость полученной системы проводящих тел.

Решение №5.

Потенциал сферы в случае отсутствия заряда на шаре равен

$$\varphi_{0C} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{R} \quad .$$

При соединении шара, находящегося внутри сферы, с Землей потенциал шара равен нулю, между ним и сферой существует электрическое поле, под действием которого на шар с Земли перетечёт некоторый заряд q. Заряд Q, равномерно распределённый на сфере, не создаёт поля внутри сферы, поэтому поле внутри сферы определяется только зарядом шара q, и разность потенциалов между шаром и сферой равна:

$$\Delta\varphi = \varphi_{Ш} - \varphi_{C} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{r} - \frac{q}{R}\right) \qquad (1)$$

Поле вне сферы такое, как если бы все заряды были расположены в центре сферы

$$\varphi_{C} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q+Q}{R} \quad . \qquad (2)$$

Следовательно, потенциал шара :

$$\varphi_{Ш} = \varphi_{C} + \Delta\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q+Q}{R} + \frac{q}{r} - \frac{q}{R}\right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q}{R} + \frac{q}{r}\right) = 0 \quad , \qquad (3)$$

откуда следует, что

$$q = -Q\frac{r}{R} \quad . \qquad (4)$$

Подставляя выражение (4) в (2), получим искомое значение для потенциала сферы:

$$\varphi_{C} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q - Q\frac{r}{R}}{R} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q\cdot(R-r)}{R^2} = 225 \text{ В} \qquad (5)$$

Эквивалентная электрическая ёмкость полученной системы проводящих тел равна

$$C = \frac{Q}{\varphi_{C}} = \frac{4\pi\varepsilon_0 R^2}{R-r} = 4{,}4\times10^{-11} \text{ Ф} = 44 \text{ пФ} \qquad (6)$$

Ответ: 225 В, 44 пФ

Критерии оценки задачи №5:

1	Записан потенциал сферы в случае отсутствия заряда	1 балла
2	Описан процесс перетекания заряда q с Земли на шар	1 балла
3	Определена разность потенциалов Δφ между шаром и сферой	2 балла
4	Определен потенциал шара (3) и заряд шара (4)	2 балла
5	Найдено значение потенциала сферы φ_c (5)	2 балла
6	Найдено значение ёмкости сферы C (6)	2 балла