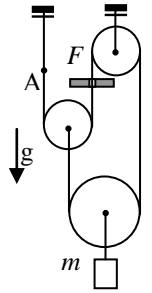


11 класс

1. Ускорение с трением

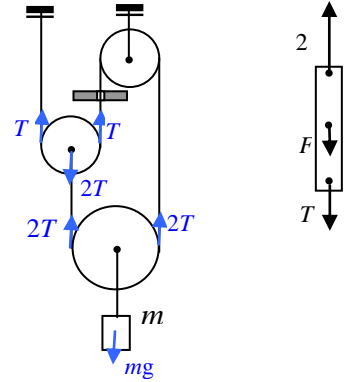
(Замятин М.)

Определите ускорение груза массой m в системе, состоящей из трех невесомых блоков и невесомой нерастяжимой нити, пропущенной через отверстие (в лапке штатива), в котором при скольжении нити возникает сила трения F . Найдите силу T_A натяжения нити в районе узелка А. Трение в осях блоков отсутствует.



Возможное решение

Предположим, что проскальзывание нити в отверстии есть. Тогда силы натяжения, действующие на левый подвижный блок, вследствие его невесомости, отличаются в два раза. Из-за невесомости фрагмента нити пропущенного через отверстие $2T = F + T$. Откуда $T = F$. Из второго закона Ньютона для груза $a = g - \frac{4F}{m}$. Что возможно при $F < \frac{mg}{4}$. В противном случае система неподвижна, и сила трения меньше максимального значения F . В покоящейся системе ($a = 0$) сила натяжения нити $T = \frac{mg}{4}$. Если проскальзывание есть, то $T = F$.



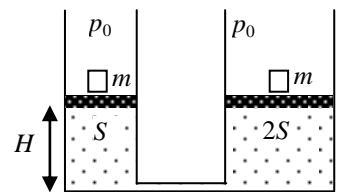
Критерии оценивания

- | | |
|--|---------|
| • Учет невесомости блока в расстановке сил | 1 балл |
| • Учет невесомости нити в расстановке сил | 1 балл |
| • Правильный учет силы трения на нить | 2 балла |
| • Нахождение силы натяжения нити (учет двух случаев) | 3 балла |
| • Нахождение ускорения (учет двух случаев) | 3 балла |

2. Кубики

(Замятин М.)

Два вертикальных цилиндра с сечениями S и $2S$, соединенные снизу тонкой трубкой, заполнены одноатомным газом и закрыты сверху подвижными невесомыми поршнями, находящимися изначально на одинаковой высоте H от основания. Давление p_0 над поршнями атмосферное. Одновременно на оба поршня кладут кубики одинаковой массы m . В каком направлении сместятся поршни к тому моменту, когда система придет в новое равновесное состояние. Определите, на какие расстояния сместятся поршни. Температуру газа можно считать неизменной. Трение между стенками цилиндра и поршнем не учитывайте.



Возможное решение

Для того чтобы оба поршня находились над газом необходимо, чтобы под ними были давления $p_1 = p_0 + \frac{mg}{S}$ и

$p_2 = p_0 + \frac{mg}{2S}$ соответственно. Но так как сосуды сообщаются, то разные давления в правом левом сосуде невозможны. Газ полностью перетечет из левого сосуда в правый. Поэтому смещение левого поршня находится сразу $h_1 = H$. Для определения смещения правого поршня запишем уравнение Клапейрона для начального и

конечного состояния газа $3p_0SH = \left(p_0 + \frac{mg}{2S}\right)2S(h_2 + H)$. Откуда $h_2 = H \frac{p_0S - mg}{p_02S + mg}$. Видно, что правый

поршень может как подняться, так и опуститься в зависимости от массы кубика. Для нормального атмосферного давления $p_0 = 10^5$ Па высота кубика сделанного даже из ртути должна составлять около метра. Но если атмосфера разрежена, то такой вариант возможен.

Сегодня, 19 декабря 2015 года, на портале online.mipt.ru составители олимпиады проведут онлайн-разборы задач. Время начала разборов: 7 класс 15:30, 8 класс 16:30, 9 класс 17:30, 10 класс 19:00, 11 класс 20:30.

Для участия в разборе необходимо заранее зарегистрироваться на портале online.mipt.ru.

Заметим, что начальное состояние системы неустойчивое. Если на один из поршней положить малый перегрузок, то поршень опустится до основания цилиндра.

Критерии оценивания

- | | |
|---|---------|
| • Новое давление под поршнями | 2 балла |
| • Описание нового состояния равновесия | 2 балла |
| • Изменение высоты левого поршня | 1 балл |
| • Уравнение Клапейрона для газа | 2 балла |
| • Изменение высоты правого поршня | 2 балла |
| • Анализ возможных вариантов подъема/опускания поршня | 1 балл |

3. Теплота и энергия

(Фольклор)

Электрическая цепь состоит из соединенных последовательно: идеального источника тока, с ЭДС $E = 15$ В, резистора, ключа и незаряженного конденсатора. Ключ замыкают. Определите напряжение U на конденсаторе для того момента, когда энергия, выделившаяся на резисторе, в 9 раз превысит энергию конденсатора.

Возможное решение

По закону сохранения энергии работа источника тока приводит к выделению теплоты на резисторе и накоплению электростатической энергии в конденсаторе:

$$Eq = W_R + W_C = 10W_C.$$

Энергия конденсатора $W_C = \frac{qU}{2}$. Откуда $U = \frac{E}{5} = 3$ В.

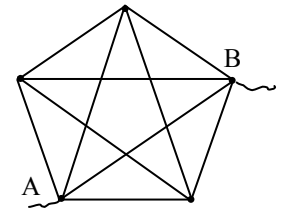
Критерии оценивания

- | | |
|--|----------|
| • Записан закон сохранения энергии с учетом работы источника | 5 баллов |
| • Записано выражение для энергии конденсатора | 3 балла |
| • Найдено выражение для напряжения конденсатора | 1 балл |
| • Получено численное значение напряжения | 1 балл |

4. Звезда и пентагон

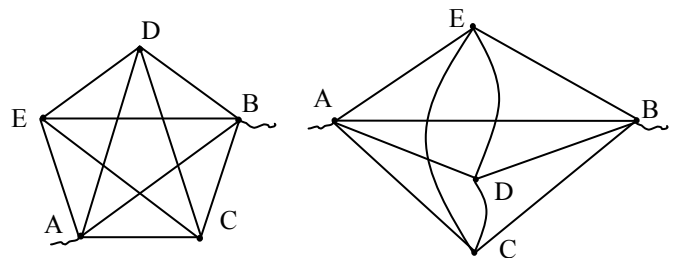
(Гордеев 3.)

Вычислите эквивалентное сопротивление R_0 между узлами А и В проволочной конструкции, изображенной на рисунке. Сопротивление каждого отдельного провода $R = 0,5$ Ом. Провода соединяются друг с другом только в узлах отмеченных точками в вершинах внешнего пятиугольника.



Возможное решение

Обозначим узлы схемы и перерисуем ее так, чтобы заметнее стала симметрия.



Получаем сбалансированную мостиковую схему. По проводам, соединяющим узлы Е, D, С, ток не пойдет, и при расчете общего сопротивления их можно не учитывать. Окончательно, между узлами А и В мы имеем четыре параллельные ветви (три с сопротивлением $2R$ и одна с сопротивлением R , которая эквивалентна ещё двум параллельным ветвям с сопротивлениями по $2R$). Их эквивалентное сопротивление $\frac{1}{R_0} = \frac{5}{2R}$, откуда

$$R_0 = \frac{2}{5}R = 0,2 \text{ Ом.}$$

Сегодня, 19 декабря 2015 года, на портале online.mipt.ru составители олимпиады проведут онлайн-разборы задач. Время начала разборов: 7 класс 15:30, 8 класс 16:30, 9 класс 17:30, 10 класс 19:00, 11 класс 20:30.

Для участия в разборе необходимо заранее зарегистрироваться на портале online.mipt.ru.

Заметим, что сопротивление системы из N точек попарно соединенных одинаковыми проводниками с сопротивлением R не зависит от того между какими именно точками измеряется эквивалентное сопротивление и равно $R_0 = \frac{2}{N} R$.

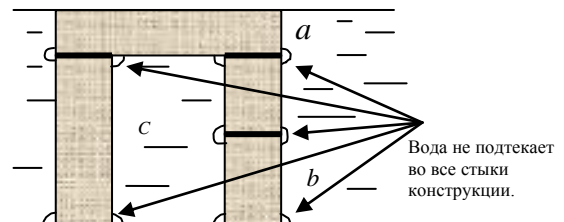
Критерии оценивания

- Обоснование отсутствия тока по трем проводам схемы 5 баллов
- Расчет сопротивления упрощенной схемы 4 балла
- Численный ответ 1 балл

5. Подтекания нет!

(Кармазин С.)

Кирпич представляет собой параллелепипед, ребра которого относятся как $a : b : c = 1 : 2 : 4$. Плотность кирпича $\rho_k = 3\rho_o$, где $\rho_o = 1000 \text{ кг/м}^3$ – плотность воды. Кирпичная конструкция, изображенная на рисунке, состоит из 4-х кирпичей и находится на дне аквариума. Уровень налитой воды точно совпадает с верхней плоскостью верхнего кирпича. Все стыки этой конструкции тщательно проклеены герметиком, и поэтому вода в них не подтекает, но, в этих стыках сохранился воздух, находящийся там при атмосферном давлении. Чему равно отношение давления левой «ноги» на дно аквариума к давлению правой «ноги»? Массой и объемом герметика можно пренебречь.



Возможное решение

Левая и правая ноги этой конструкции испытывают только боковое давление воды. Поэтому они (без верхнего кирпича) давят на дно с силой mg и $2mg$ соответственно. На верхний кирпич, кроме силы тяжести, действует вверх сила давления воды Q . Площадь контакта воды с кирпичом равна

$S = (c-2a)b = (4a-2a)b = 2ab = (c/2)b = 4a^2$. Нижняя грань кирпича находится на глубине a .

Таким образом $Q = \rho_w g a (c/2)b = F/2$, где $F = \rho_w g a c b$ – сила Архимеда, которая действовала бы на кирпич, если бы он был полностью погружен в воду. Следовательно, верхний кирпич давит на две симметричные опоры с силой $T = (mg - (F/2))/2 = 5F/4$ на каждую. Площадь основания левой ноги $S_n = ab = 2a^2$, площадь основания правой ноги равна $S_n = ac = 4a^2$. С учетом сказанного, давление на дно аквариума левой ноги $P_n = (mg + T)/2a^2$, а правой ноги $P_n = (2mg + T)/4a^2$. Так как по условию $mg = 3F$, получаем: $P_n = (17F/8a^2)$ и $P_n = (29F/16a^2)$. Окончательно, $P_n/P_n = 34/29$.

Критерии оценивания

- Указано, что давление по определению $P = F/S$ 1 балл
- Указано, что на ноги сила Архимеда не действует 1 балл
- Указано, что на верхний кирпич действует вверх сила давления воды 1 балл
- Вычислена сила Q давления воды, действующая на верхний кирпич 1 балл
- Указано, что верхний кирпич давит одинаково на обе опоры с силой $(mg-Q)/2$ 2 балла
- В вычислениях учтено, что $mg = 3F$ или $F = mg/3$ 1 балл
- Правильно записаны площади опор (отличие в 2 раза) 1 балл
- Проведены вычисления и получен правильный ответ 2 балла