10 класс

1. Ответ: Минимальная скорость жучка равна $\frac{\omega R}{\sqrt{2}}$.

Решение: Скорость жучка относительно земли равна векторной сумме его скорости относительно диска и скорости той точки диска, в которой в данный момент находится жучок. Поскольку складываемые скорости взаимно перпендикулярны, величина скорости жучка относительно земли U находится по теореме Пифагора:

$$U = \omega\sqrt{2r^2 - 2Rr + R^2}\,.$$

Минимальное значение скорости U достигается в вершине параболы $r^* = R/2$ и равно $\frac{\omega R}{\sqrt{2}}$.

2. Ответ: Камень будет на высоте $\frac{V_0^2}{6g}$. Максимальная скорость тени равна $2V_0\cos 15°$.

Решение: Скорость движения тени по земли обратится в нуль в момент, когда вектор скорости камня будет направлен навстречу лучам света, т.е. под углом 30° к земле. Вертикальная скорость камня в этот момент равна

$$V_0\cos 45°\mathrm{tg}30° = \frac{V_0}{\sqrt{6}},$$

где $V_0\cos 45°$ - горизонтальная скорость камня, не меняющаяся в ходе полета. Высоту h камня над землей в этот момент найдем из формулы

$$\frac{V_0^2}{2} - \frac{V_0^2}{6} = 2gh.$$

Скорость тени будет максимальной непосредственно перед ударом камня о землю. Скорость камня при этом равна V_0, ее проекция на перпендикулярное к лучам направление равна $V_0\cos 15°$, а скорость тени равна $V_0\cos 15°/\sin 30° = 2V_0\cos 15°$.

3. Ответ: При движении бруска вверх сила трения равна $mg(\sin\alpha + \mu\cos\alpha)\cos\alpha$. При движении бруска вниз сила трения равна $mg(\sin\alpha - \mu\cos\alpha)\cos\alpha$.

Решение: Искомую силу трения можно найти, записывая второй закон Ньютона для бруска и рассматривая условие баланса сил, действующих на клин. Однако, проще решить задачу, используя то обстоятельство, что искомая сила трения является единственной горизонтальной внешней силой, изменяющей горизонтальную проекцию импульса системы «брусок-клин». Таким образом, $F_{тр} = ma_{гор}$, где $a_{гор}$ – горизонтальная компонента ускорения бруска.

4. Ответ: Искомый угол определяется формулой $\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ и примерно равен 35°. Максимальный импульс равен $m\sqrt{gL}\,\frac{2}{\sqrt{3\sqrt{3}}} \approx 0{,}9m\sqrt{gL}$.

Решение: Поскольку на систему не действуют внешние силы вдоль спицы, горизонтальный импульс системы остается равным нулю. Вертикальный импульс системы равен вертикальному импульсу шарика (кольцо может двигаться только по горизонтали). Максимальное значение вертикального импульса шарика достигается в момент, когда ускорение шарика направлено горизонтально. Из второго закона Ньютона для шарика в проекции на вертикаль следует, что в этот момент сила натяжения нити T равна $mg/\sin\alpha$. Для нахождения угла α запишем второй закон Ньютона для шарика в проекции на нить и закон сохранения энергии, считая кольцо неподвижным:

$$\frac{mV^2}{L} = T - mgL\sin\alpha = \frac{mg}{\sin\alpha} - mgL\sin\alpha, \qquad \frac{mV^2}{2} = mgL\sin\alpha.$$

Данное приближение оправдано, поскольку скорость и ускорение кольца пренебрежимо малы по сравнению со скоростью и ускорением шарика. Из приведенных уравнений находим $\sin\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$ и скорость шарика $V = \sqrt{\frac{2gL}{\sqrt{3}}}$. Вертикальный импульс шарика (системы) равен $mV\cos\alpha$.

Подчеркнем, что, несмотря на малую скорость кольца, его горизонтальный импульс в любой момент равен по величине горизонтальному импульсу шарика. При закрепленном кольце максимальный импульс системы достигался бы в нижней точке траектории шарика.

5. Ответ: Сопротивление резистора равно 1 Ом. В цепи выделяется мощность 15 Вт.

Решение: Ток через неизвестный резистор равен, очевидно, 1 А и течет сверху вниз. Из соображений симметрии ясно, что через резисторы 1 Ом и 3 Ом верхнего участка цепи текут соответственно токи 2 А и 1 А. Приравнивая напряжение, например, на левом нижнем резисторе и сумму напряжений на левом верхнем и неизвестном резисторах, находим, что сопротивление неизвестного резистора равно 1 Ом. Зная токи и сопротивления для всех резисторов, легко найти полную мощность.

Общая рекомендация: При проверке, даже если задача не решена, можно давать 1-2 балла за правильно написанные физические законы, относящиеся к задаче.