Задача №1

Стальной шарик массой 10 г вынут из печи и опущен в воду с температурой 10 ^oC. Температура воды поднялась до 25 ^oC. Какова была температура шарика в печи, если масса воды 50 г? Удельная теплоемкость стали 0,5 кДж/(кг*^{o}С). (10 баллов)

Дано

m_1=10 г

t_1=10 ^oC

t_2=25 ^oC

m_2=50 г

$C_{ст}$=0,5 кДж/(кг*^{o}С)

t - ?

Возможное решение

$C_в$ – удельная теплоемкость воды, $C_в$=4200 Дж/(кг*^{o}С)

Количество теплоты, отданное стальным шариком

$$Q_1 = C_{ст} * m_1 * (t - t_2)$$

Количество теплоты, полученное водой

$$Q_2 = C_в * m_2 * (t_2 - t_1)$$

Уравнение теплового баланса

$$Q_1 = Q_2$$

$$C_{ст} * m_1 * (t - t_2) = C_в * m_2 * (t_2 - t_1)$$

$$C_{ст} * m_1 * t - C_{ст} * m_1 * t_2 = C_в * m_2 * (t_2 - t_1)$$

$$C_{ст} * m_1 * t = C_в * m_2 * (t_2 - t_1) + C_{ст} * m_1 * t_2$$

$$t = \frac{C_в * m_2 * (t_2 - t_1) + C_{ст} * m_1 * t_2}{C_{ст} * m_1} = \frac{4200 * 50 * 10^{-3} * 15 + 500 * 10 * 10^{-3} * 25}{500 * 10 * 10^{-3}}$$

$$t = 655^o\ C.$$

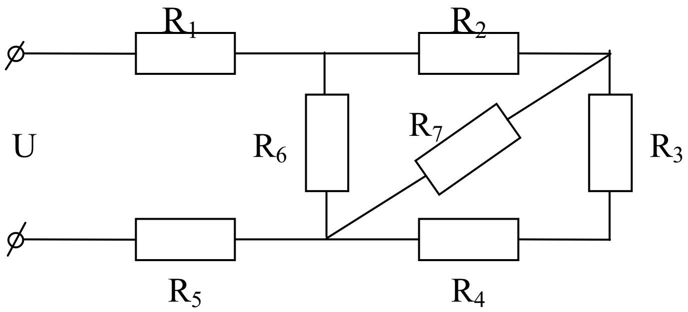
Ответ: температура шарика в печи t = 655 ^oC.

Критерии оценивания

1. Записано уравнение для шарика Q_1 – 3 балла.
2. Записано уравнение для нагрева воды Q_2 – 3 балла.
3. Применено уравнение теплового баланса. Выражено время t – 3 балла.
4. Получен числовой ответ – 1 балл.

Задача №2

Дана цепь, состоящая из сопротивлений: $R_1=R_5=1$ Ом; $R_2=R_4=2$ Ом; $R_3=R_6=5$ Ом; $R_7=7$ Ом. Определить сопротивление цепи и ток, проходящий по сопротивлению R_7, если U=4,62 В. (10 баллов)

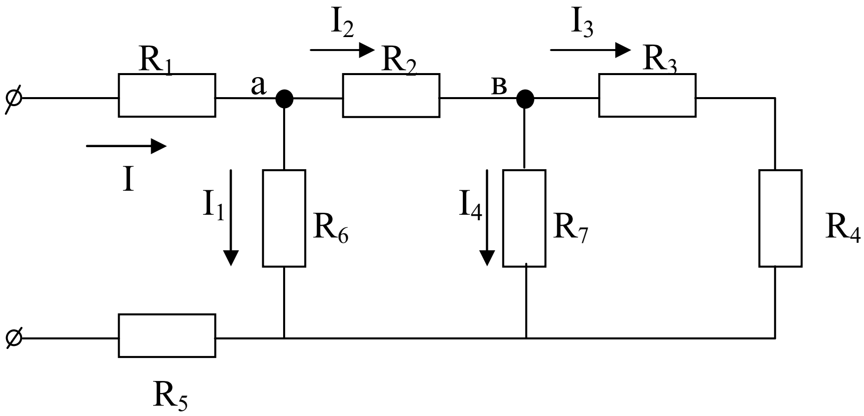


Дано
$R_1=R_5=1$ Ом
$R_2=R_4=2$ Ом
$R_3=R_6=5$ Ом
$R_7=7$ Ом
U=4,62 В

r - ?, I_4 - ?

Возможное решение

Начертим эквивалентную схему



Исходя из нее $r_1 = R_3 + R_4$. Соединено с R_7 параллельно. Их общее сопротивление

$$r_2 = \frac{R_7 * r_1}{R_7 + r_1}.$$

Сопротивление $r_3 = R_2 + r_2$ соединено параллельно с R_6. Общее сопротивление

$$r_4 = \frac{R_6 * r_3}{R_6 + r_3}.$$

Полное сопротивление цепи $r = R_1 + r_4 + R_5$.

Ток в цепи $I = \frac{U}{r}$ разветвляется в узле «а» на I_1 и I_2, причем $\frac{I}{I_2} = \frac{r_3}{r_4}$, $I_2 = I * \frac{R_6}{R_6 + r_3}$. Ток I_2 разветвляется в узле «в» на ток I_3 и I_4, причем $\frac{I_3}{I_4} = \frac{R_7}{r_2}$, $I_4 = I_2 * \frac{r_2}{R_7}$, $I_4 = I_2 * \frac{r_1}{R_7 * r_1}$.

Подставляя значения сопротивлений, получим r = 4,62 Ом, I_4 = 0,24 А.
Ответ: полное сопротивление r = 4,62 Ом, ток через резистор R_7 равен
I_4 = 0,24 А.

Критерии оценивания

1. Начерчена эквивалентная схема – 4 балла.
2. Применены законы параллельного и последовательного соединений – 2 балла.
3. Определено полное сопротивление цепи – 2 балла.
4. Найден ток, текущий через резистор R_7 – 2 балла.

Задача №3

От удара груза массой M=50 кг, падающего свободно с высоты 4 м, свая массой m=150 кг погружается в грунт на 10 см. Определить силу сопротивления грунта, считая ее постоянной, а удар абсолютно неупругим. (10 баллов)

Дано
M=50 кг
h=4 м
m=150 кг
ΔS=10 см

$F_{сопр}$ - ?

Возможное решение

При падении груза на сваю его скорость $\upsilon_0 = \sqrt{2gh}$. При абсолютно неупругом взаимодействии после удара груз и свая движутся с одинаковой скоростью υ.

К системе груз – свая применим закон сохранения импульса, считая, что импульс результирующих внешних сил.

Закон сохранения импульса в проекции имеет вид

$$M * \upsilon_0 = (m + M) * \upsilon_0 . \quad (1)$$

Кинетическая энергия системы свая – груз после удара равна

$$E_k = \frac{(m + M) * \upsilon^2}{2} .$$

Изменение кинетической энергии равно сумме работ силы сопротивления и силы тяжести

$$\Delta E_k = A_T + A_{сопр}, \quad (2)$$

$$0 - \frac{(m + M) * \upsilon^2}{2} = (m + M) * g * \Delta S - F_{сопр} * \Delta S ,$$

$$F_{сопр} = (m + M) * g + \frac{(m + M) * \upsilon^2}{2 * \Delta S} \quad (3).$$

Подставляя υ из уравнения (1) в уравнение (3), получим

$$F_{сопр} = (m + M) * g + \frac{2 * g * h * M^2}{2 * \Delta S * (m + M)} \quad (4)$$

$$F_{сопр} = 6890 \text{ Н}.$$

Ответ: сила сопротивления грунта равна $F_{сопр}$ = 6890 Н.

Критерии оценивания

1. Записан закон сохранения импульса – уравнения (1) – 3 балла.
2. Приведено уравнение теоремы об изменении кинетической энергии – формула (2) – 3 балла.

3. Получено уравнение (3) – 2 балла.
4. Найдено уравнение (4) – 2 балла.

Задача №4

Пуля, летящая со скоростью 141 м/с, попадает в доску и проминает ее на глубину 6 см. Если пуля в доске двигалась равнозамедленно, то на глубине 3 см ее скорость была равна … . (10 баллов)

Дано
υ_0=141 м/с
S=6 см
S\` = S/2=3 см

υ - ?

Возможное решение

Запишем уравнение кинематики

$$S = \upsilon_0 * t - \frac{a * t^2}{2} \quad (1)$$

$$\upsilon_k = \upsilon_0 - a * t = 0 \text{ (пуля остановилась) } (2)$$

$$t = \frac{\upsilon_0}{a}; \; S = \frac{\upsilon_0^2}{a} - \frac{\cancel{a}}{2} * \frac{\upsilon_0^2}{a^{\cancel{2}}} = \frac{\upsilon_0^2}{2 * a}$$

$$a = \frac{\upsilon_0^2}{2 * S} = \frac{141^2}{2 * 0{,}06} \approx 1{,}7 * 10^5 \; {}^{м}\!/_{с^2} \quad (3).$$

$$\upsilon = \upsilon_0 - a * t' = 0, \quad (4)$$

$$S' = \upsilon_0 * t' - \frac{a * t'^2}{2}, \quad (5)$$

$$\frac{a * t'^2}{2} - \upsilon_0 * t' + S' = 0$$

$$\frac{141^2}{0{,}24} * t'^2 - 141 * t' + 0{,}03 = 0 \quad (6).$$

Решим квадратное уравнение

t_1\` = 2,5*$10^{-4}$ с; $t_2$\` = 1,5*10^{-3} с.

Время t_2\` не подходит по условию задачи (a*$t_2$\` = 249 м/с) > 141 м/с, поэтому искомая скорость

$$\upsilon = \upsilon_0 - a * t_1' \quad (7)$$

$$\upsilon = 141 - 1{,}7 * 10^5 * 2{,}5 * 10^{-4} \approx 100 \, {}^{м}\!/_{с}.$$

Ответ: скорость пули υ = 100 м/с.

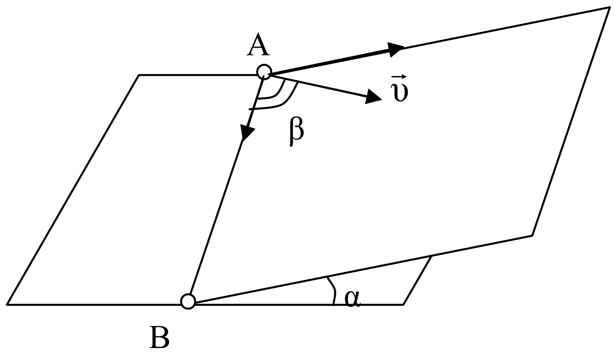
Критерии оценивания

1. Записано уравнение (1) – 1 балл.
2. Записано уравнение (2) – 1 балл.
3. Получено уравнение для ускорения – формула (3) – 1 балл.
4. Записано уравнение (4) – 1 балл.
5. Записано уравнение (5) – 1 балл.

6. Решено квадратное уравнение и найдено время t_1` - 3 балла.
7. Найдена искомая скорость – 2 балла.

Задача №5

Наклонная плоскость пересекается с горизонтальной плоскостью по прямой AB. Угол между плоскостями $\alpha=30^o$. Маленькая шайба начинает движение вверх по наклонной плоскости из точки A с начальной скоростью $\upsilon_o=2$ м/с под углом $\beta=60^o$ к прямой AB. В ходе движения шайба съезжает на прямую AB в точке B. Пренебрегая трением между шайбой и наклонной плоскостью, найдите расстояние AB.



Дано	
$\alpha=30^o$	
$\upsilon_0=2$ м/с	
$\beta=60^o$	
R_{AB} - ?	

Возможное решение

Выберем систему координат. Ось x направим по прямой AB, ось y – вверх по наклонной плоскости перпендикулярно линии AB.

Проекции вектора ускорения свободного падения g:

$$g_x = 0,\ g_y = -g*\sin\alpha.$$

Кинематика движения по наклонной плоскости эквивалентна кинематике движения тела, брошенного под углом β к горизонту, в поле тяжести с ускорением $g*\sin\alpha$.

Выпишем уравнения движения вдоль осей x и y (в известных уравнениях для тела, брошенного под углом β к горизонту, делается замена $g \rightarrow g*\sin\alpha$).

$$\upsilon_x(t) = \upsilon_0 * \cos\beta \ \ (1);$$

$$x(t) = \upsilon_0 * \cos\beta * t \ \ (2);$$

$$\upsilon_y(t) = \upsilon_0 * \sin\beta - g * \sin\alpha * t \ \ (3);$$

$$y(t) = \upsilon_0 * \sin\beta * t - \frac{g*\sin\alpha}{2} * t^2 \ \ (4).$$

Дополнительное условие y=0 позволяет найти расстояние AB. Исключая время t из выписанных уравнений для x и y:

$$R_{AB} = \frac{2 * \upsilon_0^2 * \sin\beta * \cos\beta}{2} \ \ (5)$$

$$R_{AB} = \frac{2*\sqrt{3}}{5} = 0{,}7\,\text{м}.$$

Ответ: расстояние АВ равно R_{AB} = 0,7 м.

Критерии оценивания

1. Найдено уравнение (1) – 2 балла.
2. Найдено уравнение (2) – 2 балла.
3. Записано уравнение (3) – 2 балла.
4. Записано уравнение (4) – 2 балла.
5. Получено уравнение (5) и найдено расстояние R_{AB} – 2 балла.