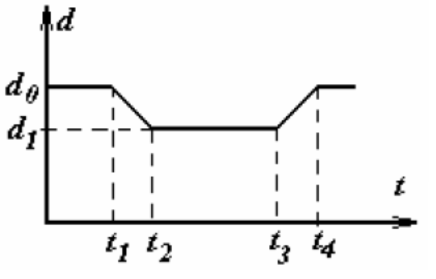
Возможные решения задач

10 класс

Задача 1. Два автомобиля

Относительно второго автомобиля впереди идущий автомобиль будет приближаться, въехав на «плохую» дорогу, затем остановится (когда второй автомобиль тоже въедет на плохую дорогу) и, наконец, начнет восстанавливать прежнюю дистанцию, первым выехав на хорошую дорогу. Сказанное достаточно наглядно можно проиллюстрировать графиком зависимости относительного расстояния между автомобилями от времени. **(10 баллов)**



Возможное решение:

На рисунке t_1 – момент времени въезда первого автомобиля на плохую дорогу, t_2 – второго, t_3 – время въезда первого на хорошую и t_4 –второго.

Следовательно, искомый путь равен:

$$S = 2(d_0 - d_1),\ \text{где}\ d_0 = l. \qquad (1)$$

d_1 легко определим следующим образом:

$$d_1 = d_0 - \left(\upsilon - \frac{\upsilon}{2}\right)\cdot\frac{l}{\upsilon} = d_0 - \frac{l}{2}. \qquad (2)$$

Из (1) и (2) находим

$$S = l. \qquad (3)$$

Полученное решение предполагает, что длина автомобиля намного меньше l.

Если же длины автомобилей L, то при

$$l \le L \qquad (4)$$

возможно столкновение автомобилей.

Критерии оценивания решения:

Представлен график зависимости относительного расстояния от t – 3 балла.

Соотношение (1) – 2 балла.

Соотношение (2)– 2 балла.

Получен путь S – 1 балл.

Написано условие столкновения – 2 балла.

Задача 2. Ускорение груза

В системе, состоящей из трех грузов и показанной на рис.1, $m_1 = 1$ кг, $m_2 = 5$ кг, $M = 6$ кг. Найдите ускорение груза массой M, если между остальными грузами и столом имеется трение с коэффициентом $\mu = 0{,}5$. Массой блоков и трением в их осях пренебречь. **(10 баллов)**

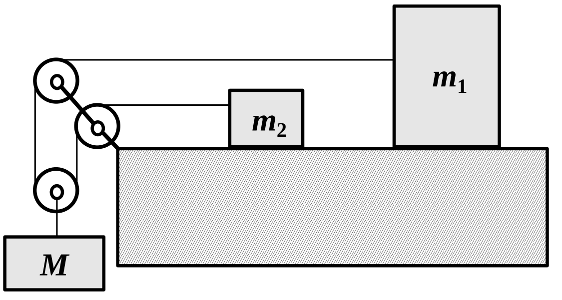


Рис.1

Возможное решение:

Возможны четыре варианта:
1) оба груза неподвижны;
2) груз массой m_1 неподвижен, а груз массой m_2 движется;
3) груз массой m_2 движется, а груз массой m_1 – неподвижен;
4) оба груза движутся.
Рассмотрим их.
1) Первый случай невозможен, так как тогда сила натяжения нити была бы равна $3mg$, а этого достаточно, чтобы сдвинуть каждый из грузов, лежащих на столе.
2) Второй случай невозможен, поскольку если сила натяжения нити способна сдвинуть груз массой m_2, то она тем более сдвинет груз массой m_1.
3) Рассмотрим третий случай: груз массой m_1 движется, а груз массой m_2 неподвижен.
Получим систему уравнений:

$$m_1 a_1 = T - \mu m_1 g,$$

$$Ma = Mg - 2T,$$

$$2a = a_1.$$

Из системы уравнений находим искомое ускорение груза массой M:

$$a = \frac{g}{2} = \frac{9{,}8}{2} = 4{,}9 \text{ м/с}^2.$$

4) В четвертом случае получаем систему уравнений:

$$m_1 a_1 = T - \mu m_1 g,$$

$$m_2 a_2 = T - \mu m_2 g$$

$$Ma = Mg - 2T,$$

$$2a = a_1 + a_2.$$

Получим $a_2 < 0$ и $T < \mu m_2 g$, то есть этот вариант тоже невозможен.

Критерии оценивания решения:

Рассмотрен первый случай – 1 балл.
Рассмотрен второй случай – 1 балл.

Рассмотрен третий случай:

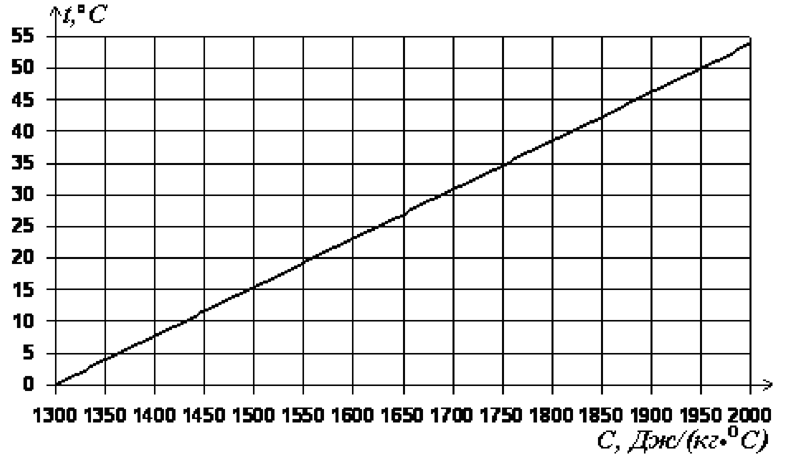
представлен рисунок с указанием сил и ускорений – 1 балл,
написаны уравнения – 2 балла,
получен ответ – 1 балл.

Рассмотрен четвертый случай:

представлен рисунок с указанием сил и ускорений – 1 балл,
написаны уравнения – 2 балла,
сделан вывод о невозможности данного варианта – 1 балл.

Задача 3. Новое вещество

В лаборатории было получено новое вещество с удельной теплоемкостью C, изменяющейся в зависимости от его температуры $t°$ так, как показано на графике . Экспериментатор берет брусок массой m_0 = 1 кг и начальной температурой $t_0°$= 0°С, изготовленный из нового материала, и опускает его в калориметр. В калориметре находится m_1 = 0,5 кг воды при температуре $t_1°$= 45°С. Найти установившуюся температуру воды в калориметре. Теплоемкостью калориметра и тепловыми потерями пренебречь. Удельная теплоемкость воды C_1=4200 Дж/(кг·°С). **(10 баллов)**



Возможное решение:

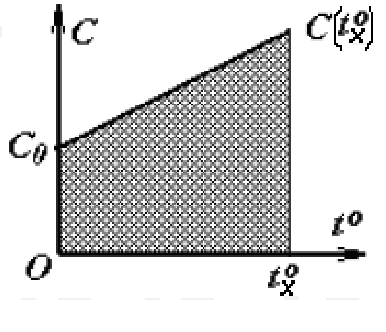
1) Из графика можно определить зависимость теплоемкости от температуры:

$$C(t) = C_0(1+\alpha t^0) = 1300 + 13t^0 = 1300(1+0.01t^0). \quad (1)$$

2) Задача решается с помощью уравнения теплового баланса. Горячая вода отдает

$$Q_1 = m_1 C_1 (t_1 - t_x). \quad (2)$$

3) Площадь под графиком зависимости $C(t)$ равна полученной бруском теплоте (m_0 = 1 кг):



Эту площадь найдем как площадь трапеции:

$$S = \frac{C_0 + C(t_x)}{2} \cdot t_x = \frac{C_0 + C_0(1+\alpha t_x)}{2} \cdot t_x = C_0 \cdot t_x + \frac{\alpha C_0 t_x^2}{2}. \qquad (3)$$

Полученная теплота:

$$Q_2 = m_0 \left(C_0 \cdot t_x + \frac{\alpha C_0 t_x^2}{2} \right). \qquad (4)$$

4) Приравнивая (2) и (4), получим квадратное уравнение относительно t_x:

$$m_0 C_0 \frac{\alpha}{2} t_x^2 + m_0 C_0 t_x = m_1 C_1 t_1 - m_1 C_1 t_x. \qquad (5)$$

В приведенном виде:

$$t_x^2 + \frac{2(m_0 C_0 + m_1 C_1)}{\alpha m_0 C_0} t_x - \frac{2 m_1 C_1 t_1}{\alpha m_0 C_0} = 0. \qquad (6)$$

Это уравнение в числах

$$t_x^2 + 523 t_x - 14538 = 0.$$

5) Находим корни уравнения: $t_{x1} =\approx -549^0 C$, $t_{x2} =\approx 26{,}5^0 C$.

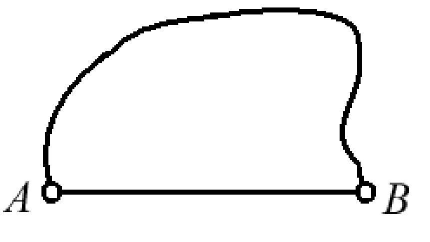
Первый корень не имеет физического смысла, ответ: $t_x =\approx 26{,}5^0 C$.

Критерии оценивания решения:

Пункт 1) решения – 3 балла.
Пункт 2) решения – 1 балл.
Пункт 3) решения – 3 балла.
Пункт 4) решения – 2 балла.
Пункт 5) решения (получен правильный ответ)– 1 балл.

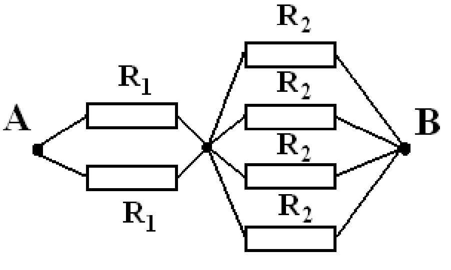
Задача 4. Две проволоки

На закрепленные неподвижно клеммы A и B (см. рис.), расстояние между которыми равно 40 см, может подаваться постоянное напряжение 0,3 В. К клеммам прикреплены две медные проволоки без изоляции, всюду имеющие круглое поперечное сечение. Одна из проволок натянута и имеет длину 40 см, а другая имеет длину 70 см. Диаметр обеих проволок 0,6 мм. Как сделать так, чтобы тепловая мощность, выделяющаяся в этой системе, была максимальной? Найдите эту мощность. Проволоки можно приводить в электрический контакт друг с другом всеми возможными способами, но нельзя обрывать их и отсоединять концы проволок от клемм. Удельное сопротивление меди $1{,}7 \cdot 10^{-8}$ Ом·м. **(10 баллов)**



Возможное решение:

1. При фиксированном значении напряжения мощность максимальна тогда, когда сопротивление участка цепи минимально.
2. Сопротивление уменьшается, когда проволоки соединяются параллельно.
3. Соединение проволок, при котором мощность будет максимальной, такое: нужно длинную проволоку натянуть вдоль короткой проволоки, а оставшийся участок длинной проволоки сложить вдвое и, перегнув в точке B, приложить к отрезку AB. Эквивалентная схема представлена на рисунке, здесь R_1 – сопротивление участка длиной l_1 = 25 см, R_2 – сопротивление участка длиной l_2 = 15 см.



4. Общее сопротивление всей цепи:

$$R = \frac{R_1}{2} + \frac{R_2}{4} = \frac{2R_1 + R_2}{4} = \frac{\rho}{4S}\left(2l_1 + l_2\right) = \frac{\rho}{\pi d^2}\left(2l_1 + l_2\right) = \approx 9{,}8 \cdot 10^{-3} \text{ Ом.}$$

5. Искомая мощность:

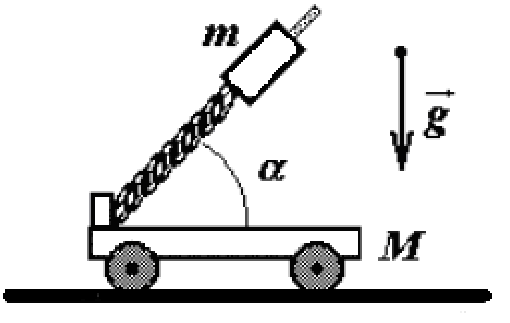
$$P = \frac{U^2}{R} = \approx 9{,}2 \text{ Вт.}$$

Критерии оценивания решения:

Пункт 1) решения – 1 балл.
Пункт 2) решения – 2 балла.
Указан способ соединения проволок, при котором будет достигаться максимальная мощность – 4 балла.
Найдено общее сопротивление – 2 балла.
Определена искомая мощность – 1 балл.

Задача 5. Пружинная пушка

Пружинная пушка (см. рис.) представляет собой гладкий стержень, на который насажен цилиндрический «снаряд» массой $m = 1$ кг и упругая пружина. Пушка установлена под углом $\alpha = 45°$ к горизонту на тележке массой $M = 5$ кг, которая может катиться без трения по длинным горизонтальным рельсам. Если тележку закрепить, то пушка выбрасывает снаряд на расстояние $S_0 = 3$ м. Найдите расстояние между снарядом и тележкой в момент падения снаряда, если выстрел произведен с незакрепленной тележки. Высотой тележки, длиной стержня и сопротивлением воздуха пренебречь. **(10 баллов)**



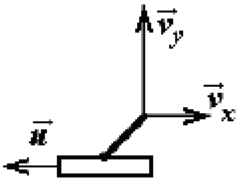
Возможное решение:

При неподвижной тележке дальность полета рассчитывается по известной формуле

$$S_0 = \frac{\upsilon_0^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{\upsilon_0^2}{g}, \qquad (1)$$

где υ_0 – начальная скорость снаряда.

Скорость снаряда относительно тележки (а не относительно земли) будет направлена под углом $\alpha = 45^{\circ}$ к горизонту. Разложим вектор скорости снаряда (относительно земли) на горизонтальную υ_x и вертикальную υ_y составляющие, скорость тележки обозначим u. Тогда



$\upsilon_y = u + \upsilon_x$. (2)

При выстреле с подвижной тележки будет сохраняться механическая энергия (причем она будет равна энергии снаряда при стрельбе с неподвижной тележки)

$$\frac{Mu^2}{2} + \frac{m\upsilon_x^2}{2} + \frac{m\upsilon_y^2}{2} = \frac{m\upsilon_0^2}{2}. \qquad (3)$$

Также будет сохраняться проекция импульса на горизонтальное направление

$$Mu = m\upsilon_x. \qquad (4)$$

Время полета можно найти по формуле

$$t = \frac{2\upsilon_y}{g}. \qquad (5)$$

Тогда расстояние между снарядом и тележкой следует рассчитать по формуле (с учетом соотношений (2) и (5))

$$S = (\upsilon_x + u)t = \frac{2\upsilon_y^2}{g}. \qquad (6)$$

Теперь можно выразить компоненту скорости υ_y (используя соотношения (2) – (4))

$$\upsilon_y^2 = \frac{1 + m/M}{2 + m/M}\upsilon_0^2. \qquad (7)$$

Подставляя выражения (1) и (7) в формулу (6), получаем окончательный ответ

$$S = 2\frac{1 + m/M}{2 + m/M}S_0 =\approx 3{,}27 \text{ м}.$$

Критерии оценивания решения:

Выражение для дальности полета при неподвижной тележке (1) – 0,5 балла.
Выражение для скоростей относительно земли (2) – 3 балла.
Записан правильно закон сохранения энергии (3) – 2 балла.
Выражение для закона сохранения импульса (4) – 1 балл.
Выражение для времени полета (5) – 0,5 балла.
Формула для расстояния между снарядом и тележкой (6) – 1 балл.
Сделаны математические преобразования и получен ответ – 2 балла.