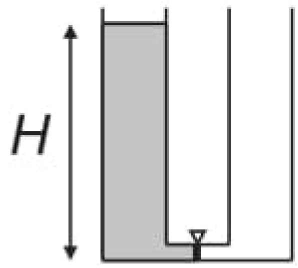
Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по физике
Свердловская область
2017-2018 учебный год
10 класс
Решения задач, рекомендации по проверке

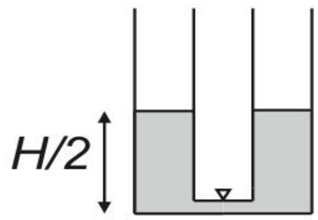
Задача 1. Два сосуда



Сообщающиеся сосуды имеют форму двух одинаковых цилиндров, соединенных внизу узкой трубкой с краном. Пока кран закрыт, в левом сосуде находится столб жидкости высотой H (см. рис.). Система приведена в тепловое равновесие при температуре T_0. Кран открыли, и дали системе вновь прийти в равновесие. Найдите изменение высоты центра масс жидкости в сосудах? Считая, что теплообмен с внешней средой отсутствует, а сосуды все время неподвижны, определите, будет ли установившаяся температура системы T больше, меньше или равной T_0? Если они различаются, то на сколько? Удельная теплоемкость жидкости c, а теплоемкостью сосудов можно пренебречь.

Решение

В начальном состоянии центр масс находился на половине высоты столба жидкости, т.е. на уровне $H/2$ (пренебрегая перемычкой). Конечное состояние изображено на рисунке. Центр масс жидкости в сосудах сместился вниз на высоту $H/4$, это означает, что потенциальная энергия системы уменьшилась.



Изменение потенциальной энергии составило:

$$\Delta E = \frac{MgH}{4},$$

где M – масса жидкости.

Потенциальная энергия целиком перешла в внутреннюю теплоту системы, т.к. сосуды остаются неподвижными и теплообмен с внешней средой отсутствует: $Q = \Delta E$. В результате температура жидкости увеличится.

Найдём приращение температуры жидкости. Чтобы нагреть систему на ΔT, нужно передать ей количество теплоты $Q = cM\Delta T$(пренебрегая теплоёмкостью сосудов), следовательно, изменение температуры составляет

$$\Delta T = \frac{\Delta E}{cM} = \frac{MgH}{4cM} = \frac{gH}{4c}.$$

Критерий оценивания	**Значение**	**Балл**
Указано, что центр масс жидкости понизился	H/4	2
Указано, что T>T_0		3
Рассчитана величина повышения температуры	$\frac{gH}{4c}$	5

Задача 2. Гравитация

Космонавт находится на сферическом астероиде, который не имеет атмосферы и не вращается вокруг своей оси, а средняя плотность астероида равна средней плотности планеты Земля. Прыгнув вертикально вверх со скоростью $v = 1\,\text{м/с}$, он заметил, что максимальная высота его подъема $h = 5\,\text{м}$. Пренебрегая изменением силы тяжести с высотой, найдите ускорение свободного падения на поверхности данного астероида. Во сколько раз радиус и масса астероида отличаются от соответствующих параметров Земли? Ускорение свободного падения вблизи поверхности Земли считать равным $g = 10\ \text{м}/c^2$.

Решение

Ускорение свободного падения на поверхности астероида g_a связано с начальной скоростью прыжка и максимальной высотой подъема космонавта согласно кинематической формуле:

$$g_a = \frac{v^2}{2h} = 0{,}1\,\text{м/с}^2.$$

В свою очередь, g_aсвязано с радиусом астероида R_aи его массой M_a соотношением:

$$g_a = \frac{GM_a}{{R_a}^2}.$$

Для Земли запишем аналогичную формулу:

$$g_з = \frac{GM_з}{{R_з}^2},$$

где $R_з$и $M_з$ – радиус и масса Земли соответственно.

Составим пропорцию:

$$\frac{g_з}{g_a} = \frac{M_з}{M_a}\frac{{R_a}^2}{{R_з}^2}.$$

Если средние плотности астероида и Земли равны, то их массы относятся как кубы радиусов

$$\frac{M_з}{M_a} = \frac{{R_з}^3}{{R_a}^3},$$

следовательно

$$\frac{g_з}{g_a} = \frac{{R_з}^3}{{R_a}^3}\frac{{R_a}^2}{{R_з}^2} = \frac{R_з}{R_a}.$$

Радиус астероида меньше радиуса Земли в

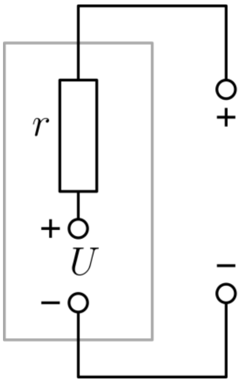
$$N = \frac{R_з}{R_a} = \frac{g_з}{g_a} = \frac{2hg_з}{v^2} = 100.$$

Масса астероида меньше массы Земли в

$$\frac{M_з}{M_a} = \frac{{R_з}^3}{{R_a}^3} = N^3 = 10^6.$$

Критерий оценивания	**Значение**	**Балл**
Найдено g_a	$0{,}1\,\text{м/с}^2$	3
Произведено сравнение R_a и $R_з$	$\frac{R_з}{R_a} = 100$	3
Произведено сравнение M_a и $M_з$	$\frac{M_з}{M_a} = 10^6$	4

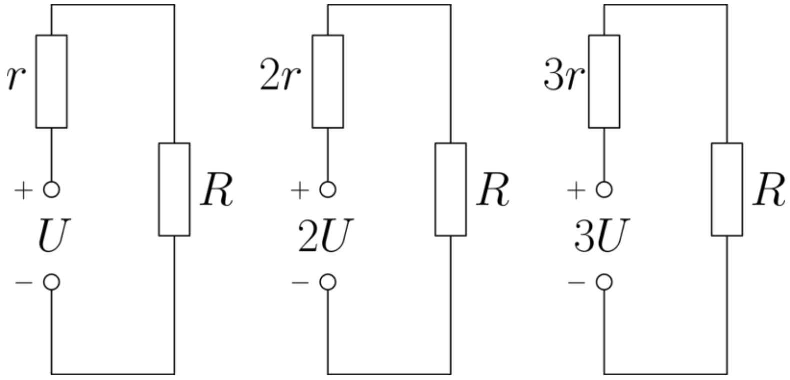
Задача 3. Батарейка



Ученик проводит опыты с источником тока, имеющим некоторое внутреннее сопротивление, а также резистором нагрузки R. Источник тока имеет три положения переключателя напряжения: U, $2U$, $3U$, при этом его внутреннее сопротивление также растет: r, $2r$ и $3r$ соответственно. Схема источника тока в первом положении переключателя приведена на рисунке. В первом положении в цепи пошел ток 1 А. Во втором положении ток составил 1.5 А. Найдите отношение внутреннего сопротивления источника тока к сопротивлению нагрузки r/R. Какой ток будет идти в третьем положении?

Решение

Нарисуем эквивалентные схемы для всех трёх положений переключателя:



Для первого положения источника тока с напряжением U по закону Ома имеем:

$$I_1 = \frac{U}{r+R} = 1\text{А}.$$

Для второго положения:

$$I_2 = \frac{2U}{2r+R} = 1.5\text{А}.$$

Для третьего положения:

$$I_3 = \frac{3U}{3r+R}.$$

Выразим из первого уравнения напряжение U и подставим во второе:

$$I_2 = \frac{2I_1(r+R)}{2r+R}.$$

Отсюда выразим внутреннее сопротивление через сопротивление нагрузки:

$$r = R\frac{2I_1-I_2}{2I_2-2I_1} = \frac{R}{2},\ \frac{r}{R} = \frac{1}{2}.$$

Ток для третьего положения будет:

$$I_3 = \frac{3I_1(r+R)}{3r+R} = \frac{3I_1(r/R+1)}{3r/R+1} = \frac{3\cdot 1.5}{3\cdot 0.5+1} = 1.8\text{А}.$$

Критерий оценивания	**Балл**
Записан закон Ома в 3-х случаях (по 1б за случай)	3
Найдено отношение $\frac{r}{R} = \frac{1}{2}$	3
Найден ток в третьем положении источника напряжения	4

Задача 4. Сизифов труд

Силачу требуется переместить куб с ребром l и массой m, лежащий на горизонтальном полу, на расстояние L, кратное длине ребра куба. У него есть на выбор два способа: равномерно толкать куб, прикладывая к нему горизонтальную силу, либо “катить” – ставить на ребро, а потом отпускать, причем коэффициент трения куба о пол μ такой, что ребро, касающееся пола, в процессе движения не скользит.

Силач хочет затратить на перемещение минимум энергии. Какую минимальную работу должен совершить силач в первом случае? Во втором? Какой способ энергетически выгоднее и во сколько раз, если коэффициент трения куба о пол μ = 0,8?

Решение

Чтобы передвинуть куб первым способом, требуется прикладывать силу

$$F_1 = \mu m g.$$

Работа, которая совершается при первом способе передвижения:

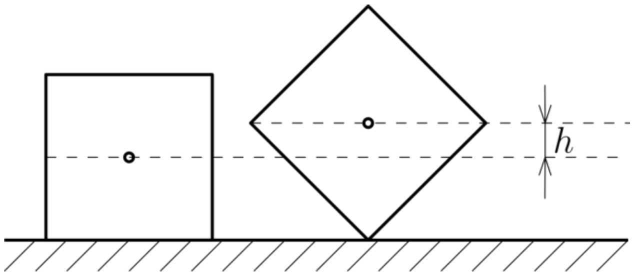
$$A_1 = F_1 L = \mu m g L = 0{,}8 m g L.$$

При втором способе куб нужно поставить на ребро N раз

$$N = L/l.$$

С каждым разом, когда куб встает на ребро, центр масс куба поднимается на высоту:

$$h = \left(\sqrt{2}-1\right) l/2$$



Значит работа, которую требуется совершить, чтобы перекатить куб на расстояние L, может быть найдена из закона сохранения энергии:

$$A_2 = mghN = \frac{(\sqrt{2}-1)l}{2}\frac{mgL}{l} = \frac{(\sqrt{2}-1)mgL}{2} \approx 0.2mgL.$$

В силу условия, накладываемого на коэффициент трения, $A_2 < A_1$, причем

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{2\mu}{\sqrt{2}-1} \cong 4$$

Критерий оценивания	**Значение**	**Балл**
Рассчитана работа A_1, необходимая, чтобы толкать куб	$A_1 = \mu m g L$	3
Рассчитана работа A_2, необходимая, чтобы передвинуть куб вторым способом	$A_2 = \frac{\left(\sqrt{2}-1\right) m g L}{2}$	6
Произведено сравнение A_1 и A_2	$\frac{A_1}{A_2} = \frac{2\mu}{\sqrt{2}-1}$	1

Задача 5Э. Свободные колебания

Для затухающих колебаний существует понятие *декремента затухания*. Определить его можно следующим образом:

$$\lambda = \frac{1}{N},$$

где N – это число колебаний, за которое начальная амплитуда колебания уменьшится в e раз, где $e \cong 2{,}72$.

Коэффициент затухания можно определить по следующей формуле:

$$\beta = \frac{\lambda}{T},$$

где λ – декремент затухания, T – период колебания.

Изучите затухание колебаний математического маятника. Определите декремент и коэффициент затухания колебаний маятника. Постройте график изменения амплитуды колебания маятника от времени.

Проведите два эксперимента при разных длинах маятника.

Оборудование: нить, груз, 2 линейки, канцелярский зажим, лист миллиметровой бумаги.

Решение

Собираем математический маятник произвольной длины. Период колебания находим по формуле, измерив длину нити маятника от груза до точки подвеса:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

Далее проводим эксперимент, запускаем маятник с малым углом отклонения, линейкой измеряем амплитуду каждого колебания. Зная время одного колебания, можно построить график зависимости амплитуды уже не от номера колебания, а от времени. По указанным в задании формулам рассчитываем декремент и коэффициент затухания.

Осталось повторить эксперимент с разными длинами подвеса маятника.

Критерий оценивания	**Балл**
Оговорено условие соблюдения именно малых колебаний, так как только они будут изохронны при затухании.	1
Рассчитан период колебания маятника.	1
Учтена не только длина нити, но и геометрические размеры груза (длина измерена до центра масс груза)	1
Для одной длины маятника проведено 1 измерение	0
Для одной длины маятника проведено 2 измерения	1
Для одной длины маятника проведено 3 и более измерений	3
Построен график в координатах A(t) (амплитуда от времени)	1
Оценка погрешности измерения (отмечена на графике)	2
Проведены все два эксперимента с маятниками различной длины	2
Определен декремент затухания колебаний	2
Определен коэффициент затухания колебаний	2