

СТАВРОПОЛЬСКИЙ КРАЙ
Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
2017/18 учебного года

ФИЗИКА

11 класс

Решения

Задача 1

Чашка массой 0,150 кг подвешена на пружине, вызывая при этом растяжение в 0,070 м. Камень массой 0,200 кг бросают на чашку с высоты в 30,0 см без начальной скорости. Определите максимальное перемещение камня.

Возможное решение

Найдем жесткость пружины:

$$kx_0 = mg$$

$$k = \frac{mg}{x_0}; \quad (*)$$

После удара камня о чашку он продолжит движение по инерции, но будет тормозиться упругостью пружины. Если в момент падения в системе полная механическая энергия

$$E_0 = \frac{mv^2}{2} + \frac{kx_0^2}{2};$$

то в момент остановки:

$$E = \frac{kx^2}{2} + mgh, \text{ где } x = x_0 + h;$$

В свою очередь

$$\frac{mv^2}{2} = mgh_0, \text{ т.е. } E_0 = \frac{kx_0^2}{2} + mgh_0;$$

По ЗСЭ: $E_0 = E$

$$\frac{kx_0^2}{2} + mgh_0 = \frac{kx^2}{2} + mgh;$$

Или

$$\frac{kx_0^2}{2} + mgh_0 = \frac{kx_0^2}{2} + kxh + \frac{kh^2}{2} + mgh;$$

с учетом (*): $mgh_0 = \frac{mgx_0h}{x_0} + \frac{mgh^2}{2x_0} + mgh;$

$$h_0 = h + \frac{h^2}{2x_0} + h;$$

$$2x_0h_0 = 4x_0h + h^2; \quad h^2 + 4x_0h - 2x_0h_0 = 0$$

$$h = -2x_0 + \sqrt{4x_0^2 + 2x_0h_0};$$

$$h = -2 \cdot 7 \cdot 10^{-2} + \sqrt{4 \cdot 49 \cdot 10^{-4} + 2 \cdot 7 \cdot 30 \cdot 10^{-4}} =$$

$$= -14 \cdot 10^{-2} + 24,8 \cdot 10^{-2} = 10,8 \cdot 10^{-2};$$

Итого, полное перемещение: $S = h_0 + h = 40,8 \text{ см}.$

Примерные критерии оценки

№	Критерий	Максимальный балл
1.	Найдена упругость пружины	2
2.	Указано условие остановки	2
3.	Записан закон сохранения энергии для обоих состояний	1
4.	Найдено выражение для высоты опускания	2
5.	Получен верный численный ответ	3

Задача 2

Спутник Юпитера – Европа покрыт океанами, скрытыми от поверхности небесного тела тонкой коркой льда. Для исследования возможности наличия жизни в этих океанах было предложено отправить на Европу подводную лодку. Зная что масса Европы $4.8 \cdot 10^{22}$ кг, а ее диаметр 3138 км определите на какую максимальную глубину может опуститься такая лодка, имея иллюминатор площадью $25,0 \text{ см}^2$, сделанный из стекла выдерживающего нагрузку в 9750 Н. Атмосфера на спутнике отсутствует.

Возможное решение

По определению давления:

$$p = \frac{F}{S};$$

В свою очередь $p = \rho gh$, где g -ускорение свободного падения на поверхности планеты.

Из закона гравитации:

$$g = G \frac{M}{R^2};$$

Тогда

$$\rho \frac{GM}{R^2} h = \frac{F}{S}; \quad h = \frac{FR^2}{\rho GMS}.$$

Таким образом

$$h = \frac{9750 \cdot 3138^2 \cdot 10^6}{10^3 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 4,8 \cdot 10^{22} \cdot 25 \cdot 10^{-4}} = \frac{1,2 \cdot 10^8 \cdot 10^6}{10^3 \cdot 10^{-11} \cdot 10^{22} \cdot 10^{-4}} = 1,2 \cdot 10^4 \text{ м} = 12 \text{ км}.$$

Учитывая размер Европы глубина погружения достаточно небольшая, а следовательно приближение постоянности ускорения свободного падения применимо.

Примерные критерии оценки

№	Критерий	Максимальный балл
1.	Найдено ускорение свободного падения на спутнике	4
2.	Найдена глубина погружения	3
3.	Получен верный численный ответ	1
4.	Проведен анализ разумности решения	2

Задача 3

Тело может совершать гармонические колебания периодом 0,300 с и амплитудой 6,00 см. В начальный момент времени тело находится в покое в точке $x = 6.00$ см – на максимальном удалении от положения равновесия. Определите минимальное время, которое затратит тело на перемещение из этой точки в положение $x = -1,5$ см

Возможное решение

Из условия гармоничности колебаний и учета начальной фазы колебаний определяем

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \quad \text{и} \quad x = A \cos(\omega t)$$

$$x_1 = A \cos(\omega t);$$

$$t = \frac{1}{\omega} \arccos \frac{x_1}{A} = \frac{T}{2\pi} \arccos \frac{x_1}{A};$$

$$t = \frac{0,3}{2 \cdot 3,14} \arccos \frac{-1,5}{6} = \frac{0,3}{6,28} \arccos 0,25 = \frac{0,3}{6,28} \cdot 1,32 = 63 \text{ мс.}$$

Важно! $[\omega t] = \text{рад}$ Значит вычисления на калькуляторе проводятся в радианах. Вычисление в градусах – ошибка не вычислительная, а не знание единиц измерения, а следовательно, базовых принципов физики.

Примерные критерии оценки

№	Критерий	Максимальный балл
1.	Получено уравнение колебаний	3
2.	Получено выражение для времени	3
3.	Верный численный ответ	4

Задача 4

Искусственный спутник Земли с антенной в виде штыря длиной 2 м находится на высоте в 400 км над поверхностью планеты и вращается на широте экватора. Антенна ориентирована перпендикулярно поверхности Земли. Над экватором магнитное поле Земли имеет горизонтальную направленность. Считая величину индукции магнитного поля Земли равной $8,2 \cdot 10^{-5}$ Тл определите разностью потенциалов между краями антенны. Радиус Земли принять равным 6400 км.

Возможное решение

Из условия нахождения спутника на орбите:

$$G \frac{M}{R^2} = \frac{v^2}{R}; \quad v = \sqrt{G \frac{M}{R}}, \quad \text{где } R = R_0 + h.$$

По закону ЭМИ:

$$\Delta\varphi = |\varepsilon| = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \frac{2\pi RLB}{\Delta t} = vLB; \quad (*)$$

Тогда $\Delta\varphi = LB \sqrt{G \frac{M}{R}};$

$$\Delta\varphi = 2 \cdot 8,2 \cdot 10^{-5} \sqrt{6,67 \cdot 10^{-11} \frac{5,972 \cdot 10^{24}}{6800 \cdot 10^3}} = 16,4 \cdot 10^{-5} \sqrt{10^{10} \cdot 59 \cdot 10^{-4}} = 129 \cdot 10^{-2} \approx 1,3 \text{ В}.$$

Примерные критерии оценки

№	Критерий	Максимальный балл
1.	Найдена скорость спутника	1
2.	Получено и обосновано выражение (*)	5
3.	Получен численный результат	4

Задача 5

Стратостат, выполненный из эластичного материала, на Земле имеет объем $2,0 \cdot 10^3 \text{ м}^3$ и наполнен гелием при температуре $t = 15,0 \text{ }^\circ\text{C}$ при нормальном атмосферном давлении p_0 . Шар начинает стремительно подниматься вверх и достигает высоты, где атмосферное давление составляет величину $p = 0,900 p_0$. Считая процесс адиабатическим определите:

1. Объем гелия на этой высоте
2. Изменение внутренней энергии гелия в ходе подъема

Возможное решение

По условию процесс адиабатический, т.е.:

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma; \quad \text{где} \quad \gamma = \frac{i+2}{i}. \quad \text{Для гелия } i=3, \text{ следовательно } \gamma = 1,67.$$

Легко получаем, что

$$V_2 = V_1 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{\gamma}}, \quad (1)$$

откуда $V_2 = 2,13 \cdot 10^3 \text{ м}^3$.

Из уравнения Менделеева-Клапейрона:

$$\Delta(pV) = \nu R \Delta T; \quad \text{т.е.}$$

$$\Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T = \frac{i}{2} \Delta(pV) = \frac{i}{2} (p_2 V_2 - p_1 V_1). \quad (2)$$

Тогда $\Delta U = -1,24 \cdot 10^7 \text{ Дж}$.

Примерные критерии оценки

№	Критерий	Максимальный балл
1.	Получено выражение (1)	3
2.	Получено выражение (2)	3
3.	Найден объем	2
4.	Найдено изменение внутренней энергии	2