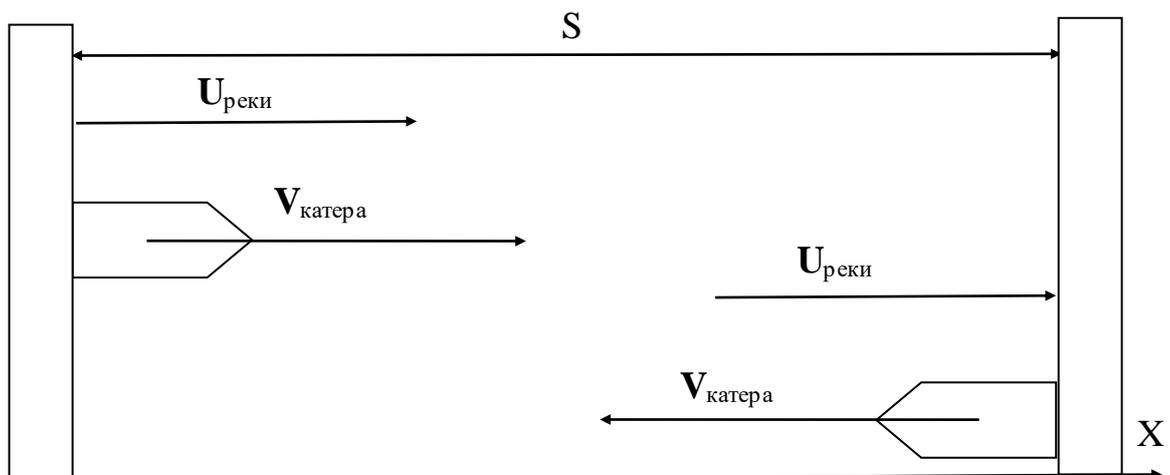


Задача 1. Приехав на дачу, Петя решил заняться полезными измерениями. Он взял радиоуправляемый катер, нашел песочные часы, рассчитанные на измерение времени 5 минут, линейку и пошел на ближайшую речку Кочеты, где решил измерить расстояние между двумя пирсами. Запустив катер, он перевернул песочные часы и стал ждать, когда катер доплывет до пирса ниже по течению. Как только катер до него доплыл, Петя развернул катер в обратном направлении и стал его ждать на своем пирсе. Когда катер подплыл к Пете, мальчик измерил уровень песка в нижней части песочных часов, так как песок еще сыпался. Уровень песка в нижней части часов составлял 40 мм, тогда как уровень песка до измерения времени составлял 50 мм. В паспорте катера было указано, что скорость модели составляет 2м/с. На уроках Кубановедения Петя запомнил, что средняя скорость течения реки Кочеты – 1м/с. Помогите Пете определить расстояния между пирсами.

Решение:

Составим схему движения



Найдем скорость катера в проекции на ось X в системе отсчета, связанной с землей, в прямом и обратном направлениях:

$$V_1 = V_{\text{катера}} + U_{\text{реки}};$$

$$V_2 = -V_{\text{катера}} + U_{\text{реки}};$$

Таким образом пройденный путь можно определить как

$$S = (V_{\text{катера}} + U_{\text{реки}}) * t_1 = (V_{\text{катера}} - U_{\text{реки}}) * t_2 \quad \text{или} \quad S = V_1 * t_1 = |V_2| * t_2$$

Отсюда $t_2 = (V_1 / |V_2|) * t_1 = 3t_1$. Общее время равно 4/5 от пяти минут, то есть 4 минуты.

$$t = t_2 + t_1 = 4t_1. \quad \text{Следовательно, } t_1 \text{ равно } 1 \text{ мин или } 60 \text{ с.}$$

$$S = (V_{\text{катера}} + U_{\text{реки}}) * t_1 = 180 \text{ м.}$$

Критерии:

Составлена схема движения – 1 балл. Записаны формулы для скорости катера в обоих направлениях – 2 балла. Записаны формулы для расстояния между пирсами – 1 балл. Определено общее время движения по песочным часам – 2 балла. Составлена пропорция для времени движения в разных направлениях – 2 балла. Рассчитано время движения в одном направлении – 1 балл. Рассчитано расстояние между пирсами – 1 балл.

Итого 10 баллов.

Задача 2. На следующий день Петя опять пошел на речку Кочеты, чтобы измерить ее ширину. На этот раз он забыл песочные часы. Запустив катер под прямым углом к берегу, он начал идти вниз по течению, считая шаги. Когда катер, доплыв до противоположного берега, вернулся к Пете, тот насчитал 60 шагов. Длина шага Пети 0,6 метра. Какова ширина реки Кочеты? Напоминаем, что скорость катера 2 м/с, а течения – 1 м/с.

Решение:

Выберем ось X вдоль берега, в направлении течения реки.

Уравнение движения катера по оси X: $x(t) = U_{\text{реки}} * t$, по оси Y в одном направлении: $y(t) = V_{\text{катера}} * t$. Петя прошел расстояние $S = U_{\text{реки}} * t_1$. За это же время катер преодолевает две ширины реки h : $2h = V_{\text{катера}} * t_1$. Получив выражение для t_1 из каждого уравнения, получим $S / U_{\text{реки}} = 2h / V_{\text{катера}}$. Отсюда $h = S * V_{\text{катера}} / (2U_{\text{реки}})$. Путь, пройденный Петей или катером относительно берега $S = 60 * 0,6 \text{ м} = 36 \text{ м}$. Подставив все значения получим $h = 36 \text{ м}$.

Критерии:

Составлена схема движения – 1 балл. Записаны оба уравнения движения относительно осей X и Y – 2 балла. Записана формула для расстояния S, которое прошел Петя, – 2 балла. Записана формула для расстояния, которое прошел катер, по оси Y, – 2 балла. Составлена пропорция, либо рассчитано полное время перемещения – 1 балл. Рассчитана ширина реки – 2 балла.

Итого 10 баллов.

Задача 3. Саша вместе с папой поехал на рыбалку за город. Вначале они ехали три минуты по улице, где действовало ограничение скорости 40 км/ч, потом три минуты от границы города до речки. Одометр автомобиля показал, что они проехали 6 километров. С какой скоростью ехал папа за городом? Превысил бы папа разрешенную в городе скорость 60 км/ч, если бы они двигались весь путь с одинаковой скоростью и за то же время, но по соседней улице, где нет ограничения скорости 40 км/ч?

Решение:

Путь, пройденный автомобилем, $S = V_1 * t_1 + V_2 * t_2$. По условию задачи $t_1 = t_2$, следовательно $S = V_1 * t_1 + V_2 * t_1 = (V_1 + V_2) * t_1$. Отсюда $V_2 = S/t_1 - V_1 = 80$ км/ч. Для ответа на второй вопрос надо вспомнить, что скорость во втором случае постоянная, следовательно $V = S/(t_1 + t_2) = S/2t_1 = 60$ км/ч, значит папа не превысит разрешенную скорость во втором случае.

Критерии:

Записана формула для пути, пройденного автомобилем, – 2 балла. Получена конечная формула для скорости за городом V_2 – 2 балла. Рассчитана скорость за городом в первом случае – 2 балла. Записана формула для скорости V во втором случае – 2 балла. Рассчитана средняя скорость во втором случае – 2 балла.

Итого 10 баллов.

Задача 4. Тягач массой 3 тонны и длиной 4 метра тянет многоосный прицеп длиной 10 метров с грузом 12 тонн. Перед ним мост длиной 6 метров, который может выдержать груз 7,5 тонн, распределенный по всей длине моста. Может ли тягач проехать мост без риска его разрушить?

Решение:

Для решения задачи надо разделить процесс на три случая: тягач въезжает на мост, тягач достигает противоположного конца моста, затягивая часть платформы на мост, тягач съезжает с моста, оставляя на нем только платформу. Рассчитаем максимальную удельную нагрузку на мост Муд моста = $M_{\max}/L_{\text{моста}} = 1,25$ тонн/м. В условии ничего не сказано про распределение массы тягача, однако для платформы так же можно рассчитать удельное распределение массы Муд пл = $M_{\text{платформы}}/L_{\text{платформы}} = 1,2$ тонны/м. В первом случае мы видим, что тягач, въезжая на мост, не превышает максимально допустимую нагрузку и длину моста. Во втором случае к массе тягача добавляется часть массы платформы, равная Муд пл * (L моста – L тягача) = 2,4 тонны. Складывая эту массу с массой тягача, получаем 5,4 тонны, что не превышает максимальную нагрузку на мост. В третьем случае достаточно сравнить удельную нагрузку на мост и удельное распределение массы платформы – очевидно, что второе меньше первого, значит во всех трех случаях максимальная нагрузка не превышена и данный автопоезд может проехать этот мост.

Критерии:

Определены все три этапа движения – 1 балл. Отмечено, что вес тягача надо учитывать целиком – 1 балл. Рассчитана максимальная удельная нагрузка на мост – 1 балл. Рассчитано удельное распределение массы по длине платформы – 1 балл. Определена нагрузка на мост в первом случае – 2 балла. Определена суммарная нагрузка на мост во втором случае – 2 балла. Проведено сравнение удельных значений массы платформы и нагрузки на мост в третьем случае – 1 балл. Сделан правильный вывод – 1 балл.

Итого 10 баллов.