

Задача 1. В стакан с водой опустили стеклянную трубку с прикрепленной к ней линейкой (смотри рисунок 1). Потом начали капать в трубку масло, пока оно полностью не вытеснило воду из трубки. Высота столба масла составила $h_2=107$ мм, разница между уровнем масла и воды $\Delta h=7$ мм. Определите плотность масла, если плотность воды $\rho_1=1$ г/см³. Известно, что масло плавает на поверхности воды и диаметр трубки достаточно большой, чтобы не учитывать капиллярные явления.

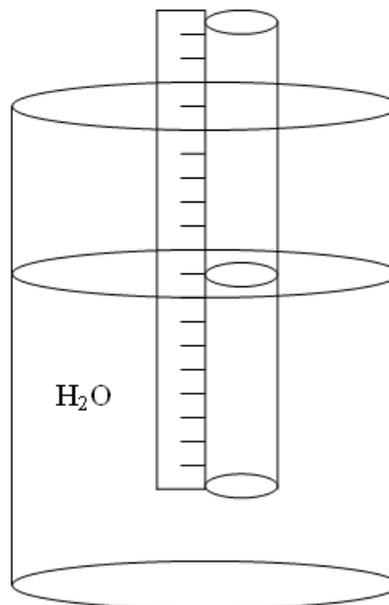


Рисунок 1

Решение:

Рассмотрим данную систему как систему сообщающихся сосудов. В таком случае на конце трубки, заполненной маслом, будет наблюдаться состояние равенства давления, как масла, так и воды на одном и том же уровне. Следовательно, можно будет составить следующее равенство $\rho_1 g h_1 = \rho_2 g h_2$, где h_1 – уровень воды, h_2 – уровень масла, а ρ_2 – плотность масла. Отсюда,

$p_2 = p_1 * h_1 / h_2$. Разница между уровнем масла и воды составляет 7 мм, значит, уровень воды h_1 относительно нижнего конца трубки может быть либо $h_2 - \Delta h = 100$ мм, либо $h_2 + \Delta h = 114$ мм. Решая уравнение с двумя разными значениями h_1 , получим два значения p_2 - 0,93 г/см³ и 1,06 г/см³. Так, как нам известно, что масло плавает в воде, то его плотность должна быть меньше плотности воды. Следовательно, уровень воды был ниже уровня масла и $p_2 = 0,93$ г/см³.

Критерии:

Сформулировано условие равенства давлений на границе раздела масла и воды – 1 балл. Записана формула, выражающая условие равенства давлений на границе раздела масла и воды – 1 балл. Выведена формула для определения плотности масла – 2 балла. Есть предположения о двух возможных по условию значениях уровня воды (только одно) – 2 балла (1 балл). Обоснован выбор реально наблюдаемого значения уровня воды – 1 балл. Правильно определен формулой или численно уровень воды – 1 балл. Правильно рассчитана плотность масла – 2 балла.

Итого 10 баллов.

Задача 2. Вася уронил в бассейн плиту из пенополистерола, на которой было написано, что его плотность $\rho = 400$ кг/м³. Поднимая ее с поверхности воды, он измерил силу, которая понадобилась для ее извлечения из воды, и она составила 30 Н. Выдержит ли эта плита банку мастики весом 4,2 кг, не утонув? Плотность воды считать 1000 кг/м³.

Решение:

Сила, которая понадобилась для извлечения плиты из воды, равна силе тяжести: $F_1 = mg = \rho Vg$, где m – масса тела, $V = F_1 / \rho g$ – объем тела. Чтобы ответить на вопрос задачи надо сравнить вес банки мастики с силой Архимеда F_A для полностью погруженной плиты. Условие равновесия при полном погружении $F_2 + mg = F_A = \rho_1 Vg$, где ρ_1 – плотность воды, а F_2 – сила, необходимая для полного погружения плиты. Учитывая, что $F_1 = mg$, получим $F_A = F_1 + F_2 = \rho_1 g * F_1 / \rho g = F_1 \rho_1 / \rho$, где ρ – плотность пенополистерола. Следовательно, $F_2 = F_1 \rho_1 / \rho - F_1 = F_1 (\rho_1 / \rho - 1) = 45$ Н. Банка с мастикой давит на плиту с силой $F_N = mg = 41,16$ Н. Так как $F_N < F_2$, банка мастики не сможет утопить плиту.

Критерии:

Записана формула для силы тяжести, действующей на плиту – 1 балл. Записана формула для определения объема плиты (или вычислен объем плиты) – 1 балл. Записано условие равновесия при полном погружении – 1 балл. Записана формула для силы Архимеда – 1 балл. Получена формула для определения силы F_2 , вызывающей полное погружение, – 2 балла. Рассчитана сила F_2 , вызывающая полное погружение, – 1 балл. Сформулировано условие нахождения на плаву плиты с банкой мастики - 1 балл. Обоснован верный ответ – 2 балла.

Итого 10 баллов.

Задача 3. В калориметр добавили 5 порций воды. Первая порция имела массу $m=1$ г и температуру $t=10$ С. Каждая следующая порция была на один грамм больше, а температура в два раза меньше предыдущей. Найти установившуюся температуру смеси. Потерями теплоты пренебречь.

Решение 1:

Количество теплоты, которое выделится при остывании всей воды в системе от температуры t до 0 С.

$$Q_1 = cmt + 2mct/2 + 3mct/4 + 4mct/8 + 5mct/16 = ((9/16) + 3)cmt$$

Количество теплоты, пошедшей на нагревание всей воды, имеющей массу $m+2m+3m+4m+5m=15m$, от 0 С до искомой температуры T : $Q_2 = 15cmT$.

Система теплоизолированная, следовательно, в ней выполняется закон сохранения энергии: $Q_1 = Q_2$. Уравнение для определения установившейся температуры: $((9/16) + 3)cmt = 15cmT$. Формула для вычисления установившейся температуры: $T = (57t/16)/15 = 2,375$ С.

Критерии 1: В общем виде записано выражение для количества теплоты, выделившейся при остывании всей воды в системе до 0 С – 2 балла. Выполнено упрощение полученного выражения – 1 балл. В общем виде записано выражение для количества теплоты, пошедшей на нагревание всей воды в системе от 0 С до искомой температуры – 2 балла. Выполнено упрощение этого выражения – 1 балл. Сформулировано положение о сохранении энергии – 1 балл. Составлено уравнение для определения искомой температуры – 1 балл. Получена формула для вычисления установившейся температуры – 1 балл. Рассчитано значение установившейся температуры – 1 балл.

Решение 2:

Количества теплоты, необходимой для изменения температуры тела на Δt : $\Delta Q = cm\Delta t$. Уравнение теплового баланса в теплоизолированной системе:

$$cm(t - T) + 2mc(t/2 - T) + 3mc(t/4 - T) + 4mc(t/8 - T) + 5mc(t/16 - T) = 0.$$

Упрощение уравнения теплового баланса:

$$(t - T) + 2(t/2 - T) + 3(t/4 - T) + 4(t/8 - T) + 5(t/16 - T) = 0,$$

$$t + t + 3t/4 + 4t/8 + 5t/16 = T + 2T + 3T + 4T + 5T,$$

$$(9/16) + 3)t = 15T.$$

Формула для вычисления установившейся температуры: $T = (57t/16)/15$.

Рассчитано значение $T = 2,375$ С.

Критерии 2: Записано выражение для количества теплоты, необходимой для изменения температуры тела на Δt – 2 балла. Составлено правильное уравнение теплового баланса – 3 балла. Выполнено упрощение уравнения теплового баланса – 3 балла. Получена формула для установившейся температуры – 1 балл. Рассчитано значение установившейся температуры – 1 балл.

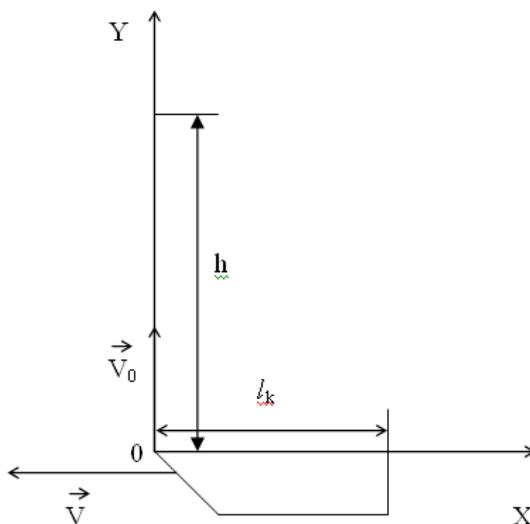
Итого 10 баллов.

Задача 4. Моряк, находящийся на носу стоящего катера, подкинул вертикально вверх камень на высоту $h=10$ метров. После броска катер начал двигаться со скоростью $V=7,2$ км/ч. Упадет ли камень на палубу катера, если

длина катера $l_k=6$ м. Сопротивлением воздуха и начальным ускорением катера пренебречь.

Решение:

Составим схему движения:



Представим данную ситуацию как два независимых движения: камня относительно оси Y на высоту h и моряка на носу катера относительно оси X после начала движения катера. В системе отсчета, связанной с землей, надо вычислить время t движения камня относительно оси Y и определить, пройдет ли за это время нос катера расстояние S по оси X , больше чем его длина. Камень упадет на палубу катера, если $S < l_k$. Запишем уравнения движения камня относительно оси Y : $y(t)=V_0t-gt^2/2$; $V_y(t)=V_0-gt$. В наивысшей точке подъема имеем $y(t_1)=h$; $V(t_1)=0$, где $t_1=t_2/2$ так как время подъема и время падения камня одинаковы. Т.е. $h=V_0t_1-gt_1^2/2$ и $0=V_0-gt_1$. Из этого следует, что $V_0=gt_1=gt_2/2$ и $h=gt_1^2-gt_1^2/2=gt_2^2/8$. Воспользовавшись последней формулой, вычислим общее время движения камня $t_2=(8h/g)^{1/2}=2,9$ с. Теперь запишем уравнение движения носовой части катера относительно оси X : $x(t)=-V*t$. Катер пройдет расстояние $S=V*t_2=5,8$ м. Сравним это расстояние с длиной катера 6м. Получается, что за время полета камня катер не успеет покинуть точку падения камня и он упадет на палубу в 5,8 метрах от носа и 0,2 м от кормы.

Критерии:

Сформулировано условие падения камня на палубу – 1 балл. Записаны уравнения движения камня по оси Y : $y(t)$ – 1 балл, $V_y(t)$ – 1 балл. Выведена формула для времени подъема (или движения) камня – 2 балла. Рассчитано время движения камня – 1 балл. Записано уравнение движения катера – 2 балла. Рассчитано расстояние, которое пройдет катер – 1 балл. Определена точка падения камня относительно носа (кормы) катера – 1 балл.

Итого 10 баллов.