Всероссийская олимпиада школьников по физике

2018-2019 учебный год

Муниципальный этап

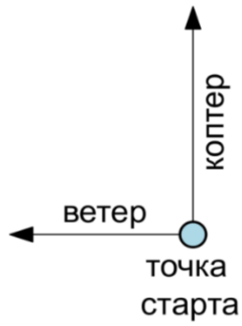
Свердловская область

9 класс

Решения задач и критерии оценивания

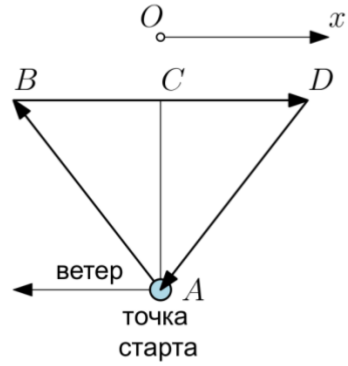
Задача 1. Квадрокоптер (8 баллов)

Квадрокоптер запрограммирован на облет территории по траектории в форме квадрата, ориентируясь по компасу (летит t секунд на север, затем столько же на восток, юг и т.д.). К сожалению, программист не учел, что на улице дует западный ветер. В результате, пролетев только 3t секунд, квадрокоптер внезапно оказался на точке, откуда он стартовал. Считая, что ветер дул с постоянной скоростью V, найдите скорость квадрокоптера. Во сколько раз сократился его маршрут по сравнению с запрограммированным вариантом?



Решение

Траектория коптера будет иметь следующий вид:



Введем ось OX, которая будет направлена против ветра вдоль той же прямой. Воспользуемся тем фактом, что квадрокоптер вернулся в исходную точку. Запишем его смещение после каждого этапа полета. Пусть V_k - скорость квадрокоптера.

При полете по компасу на север (отрезок AB) смещение вдоль оси Ox: $-Vt$, поскольку направление движение коптера перпендикулярно ветру.

При полете на восток (отрезок BD) он преодолевает сопротивление ветра, поэтому результирующая скорость будет $(V_k - V)$, причем $V_k > V$, так как в другом случае коптер бы никогда не смог вернуться в исходную точку. В итоге он сместится на $(V_k - V)t$ в положительном направлении оси Ox. При полете на юг (отрезок DA) коптер мы используем те же рассуждения, что и в случае полета на север, смещение будет отрицательное: $-Vt$ вдоль оси Ox.

Поскольку он вернулся в точку старта, суммарное смещение должно быть равно нулю. Отсюда: $(V_k - V)t - Vt - Vt = 0$

В итоге: $V_k = 3V$.

Запрограммированный путь квадрокоптера был равен $4tV_k = 12tV$, из-за ветра его маршрут сократился. Учитывая симметрию задачи, достаточно посчитать только две стороны равнобедренного треугольника. При полете на Север путь составил:

$$l = t\sqrt{V^2{}_k + V^2} = t\sqrt{10}V \ .$$

При пути на Запад:

$$l = 2tV.$$

В итоге отношение:

$$\frac{12tv}{tv(2\sqrt{10}+2)} = \frac{6}{\sqrt{10}+1} \simeq 1.4 \text{ раза.}$$

Критерий оценивания		**Балл**
Изображена верная схема движения квадрокоптера		2
Записаны верные уравнения движения по каждому из периодов полета		2
Вычислено значение скорости квадрокоптера	$V_k = 3V$	2
Подсчитано отношение длин маршрутов	$\frac{6}{\sqrt{10}+1} \simeq 1.4$	2

Задача 2. Лужа(10 баллов)

Весной на солнце вода в луже имеет температуру 10 ^{0}С и нагревается на 1 ^{0}С в час. Сосулька над лужей начала таять, с нее вниз полетели холодные капли температурой 0 ^{0}С. Когда в лужу начало попадать n капель в час, нагрев воды в луже остановился. Определите, во сколько раз масса воды в луже больше массы средней капли. Насколько остынет вода в луже за час, если капли будут капать в полтора раза чаще? Считать, что температура воды в луже выравнивается быстро. Масса воды в луже постоянна, а лишняя вода стекает в виде ручейка.

__Решение:__

Солнце нагревает лужу на $\Delta t_1 = 1$ ^{0}С в час. Количество теплоты, которое вода в ней при этом получает, равно

$$Q_л = cm_л \Delta t_1, (1)$$

где $m_л$ - масса воды в луже.

Если в лужу попадает n капель в час, то количество тепла, которое они отнимают, равно

$$Q_{к1} = ncm_к \Delta t_2, \qquad (2)$$

где $m_к$ - масса средней капли, $\Delta t_2 = 10$ ^{0}С- разница между температурой капли и лужи.

Из соотношения $Q_л = Q_{к1}$ нетрудно найти искомое отношение масс

$$\frac{m_л}{m_к} = \frac{n\Delta t_2}{\Delta t_1} = 10n \qquad (3)$$

Если в лужу будет капать $1{,}5n$ капель в час, то они будут отнимать количество теплоты

$$Q_{к2} = 1{,}5ncm_к \Delta t_2 \quad (4)$$

Величину Δt_3, на которую уменьшится температура воды в луже за час, найдем из уравнения теплового баланса

$$cm_л \Delta t_3 = Q_{к2} - Q_л = 0{,}5ncm_к \Delta t_2 (5)$$

$$\Delta t_3 = \frac{Q_{к2} - Q_л}{cm_л} = \frac{0{,}5nm_к \Delta t_2}{m_л} = \frac{0{,}5n \cdot 10}{10n} = 0{,}5\ ^0\text{С} (6)$$

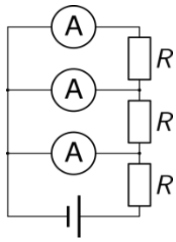
Допустим следующий ход рассуждений, также приводящий к ответу на второй вопрос задачи: теплоты $Q_л$, передаваемой солнцем луже за час, хватает на нагрев воды в ней на 1

^{0}С. Теплота, которую забирают n капель, равна $Q_л$. Если добавить дополнительные 0,5n капель, в сумме лужа потеряет количество теплоты $0{,}5Q_л$ и вместо нагрева охладится на 0,5 ^{0}С.

Критерий оценивания		Балл
Верно записаны выражения для $Q_л$, $Q_{к1}$	(1), (2)	3
Найдено соотношение масс воды в луже и капли	$10n$	4
Из верных соображений получен ответ на второй вопрос задачи	0,5 ^{0}C	3

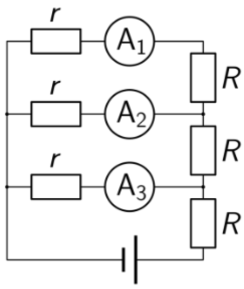
Задача 3. Амперметры (8 баллов)

В электрической схеме присутствуют три одинаковых амперметра и три резистора одинакового номинала, который неизвестен. Показания крайнего амперметра I_1, следующего $I_2 = 2I_1$. Укажите токи на схеме. Во сколько раз показания последнего амперметра (I_3) будут отличаться от I_1?



Решение

В данной задаче мы имеем три параллельных участка цепи, для двух из которых известны значения протекающих токов. В условии не указано, где протекают токи. Пронумеруем амперметры в порядке приближения к источнику тока: А1, А2, А3. Поскольку средний амперметр А2 показывает значение, отличное от нуля, амперметры не являются идеальными и имеют внутреннее сопротивление, которое одинаково у всех амперметров по условию задачи. Учитывая тот факт, что все амперметры включены параллельно, но у всех, кроме А3, последовательно с ними более одного резистора R, показания амперметра А3 должны быть максимальными, а А1 минимальными. Следовательно, ток I_1должен течь именно через амперметр А1, поскольку $I_2 > I_1$.



Запишем соотношение протекающих токов для участка с амперметрами А1 и А2. Поскольку при параллельном соединении напряжения на цепочках совпадают, с использованием $U = IR$, мы можем написать отношение для токов и сопротивлений:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r}{r + R}$$

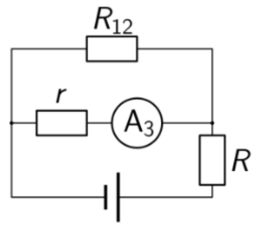
где r - внутреннее сопротивление амперметра. Исходя из того, что

$$I_2 = 2I_1, \ (1)$$

немедленно вытекает тот факт, что

$$r = R. \ (2)$$

Подсчитаем суммарное сопротивление участка цепи с амперметрами А1 и А2 . С учетом соотношения (2) оно будет равно: $R_{12} = R + 2/3 \cdot R = 5/3 \cdot R$. Если нарисовать эквивалентную схему, то амперметр А3 будет включен в цепь параллельно с этим сопротивлением. Запишем вновь соотношение токов при параллельном соединении, учитывая, что ток, идущий через сопротивление R_{12}, равен сумме показаний амперметров А1 и А2:



$$\frac{I_1 + I_2}{I_3} = \frac{r}{R_{12}} = \frac{r}{5/3 \cdot R}$$

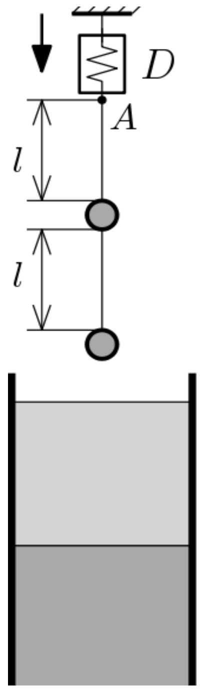
Подставляя равенства (1) и (2), получаем:

$$\frac{I_1 + 2I_1}{I_3} = \frac{3}{5}.$$

Отсюда $I_3 = 5 \cdot I_1$.

Критерий оценивания		Балл
Правильно и аргументированно пронумерованы токи через амперметры		1
Установлен факт, что внутреннее сопротивление амперметра совпадает с сопротивлением нагрузки		3
Верно посчитано значение тока через третий амперметрI_3	$I_3 = 5 \cdot I_1$	4

Задача 4. Два шара (14 баллов)



В сосуд с постоянной площадью сечения S = 80 см^2 налиты две несмешивающиеся жидкости: 1 литр воды ($\rho_{вод}$= 1,0 г/см^3) и 1 литр бензина ($\rho_{бен}$= 0,71 г/см^3). Над сосудом на подвесе висят два маленьких шарика одинакового диаметра, причем плотности верхнего и нижнего шариков относятся как 4:3. В основании подвеса установлен динамометр D, показывающий силу натяжения F в прикрепленной к нему нити. Шарики начинают медленно погружать в жидкость. До момента погружения динамометр показывал значение 5мН, а после полного погружения первого шарика его показания уменьшились на треть. Определите объём и плотности материалов шариков. Постройте график зависимости показаний динамометра от высоты точки A над уровнем жидкости до момента её касания поверхности. Длина обоих отрезков нити $l = 10$ см. Ускорение свободного падения: $g = 9{,}8$ м/с^2.

Решение:

Рассмотрим силы, действующие на грузы до их погружения в жидкость. Запишем ОУД для верхнего

$$m_1 g - T_1 + T_2 = 0 \quad (1)$$

и нижнего шарика:

$$m_2 g - T_2 = 0. \qquad (2)$$

Здесь T_1, T_2 — силы натяжения, действующие в первом и втором отрезке нити. Тогда динамометр будет показывать величину T_1.

$$T_2 = m_2 g; \;\; T_1 = m_1 g + T_2 = m_1 g + m_2 g = (\rho_1 + \rho_2) V g = F_0, \qquad (3)$$

где ρ_1, ρ_2 — плотности материалов шариков, V — их объём.

После опускания в жидкость нижнего шарика (2) на него дополнительно будут действовать сила Архимеда со стороны бензина (бензин будет расположен выше, т.к. имеет меньшую плотность):

$$m_2 g - T_2 - \rho_{бен} V g = 0. \qquad (4)$$

$$T_2 = m_2 g - \rho_{бен} V g, T_1 = (\rho_1 + \rho_2 - \rho_{бен}) V g = \frac{2}{3} F_0. \qquad (5)$$

Сравнивая (3) и (5), получаем $\rho_{бен} V g = \frac{F_0}{3}$, откуда найдём объём каждого шарика $V = \frac{F_0}{3\rho_{бен} g}$ =0,24 см^3.

Плотности шариков

$$\rho_1 + \rho_2 = \frac{F_0}{gV} = \frac{F_0 3\rho_{бен} g}{g F_0} = 3\rho_{бен}, \qquad (6)$$

с другой стороны, из условия имеем:

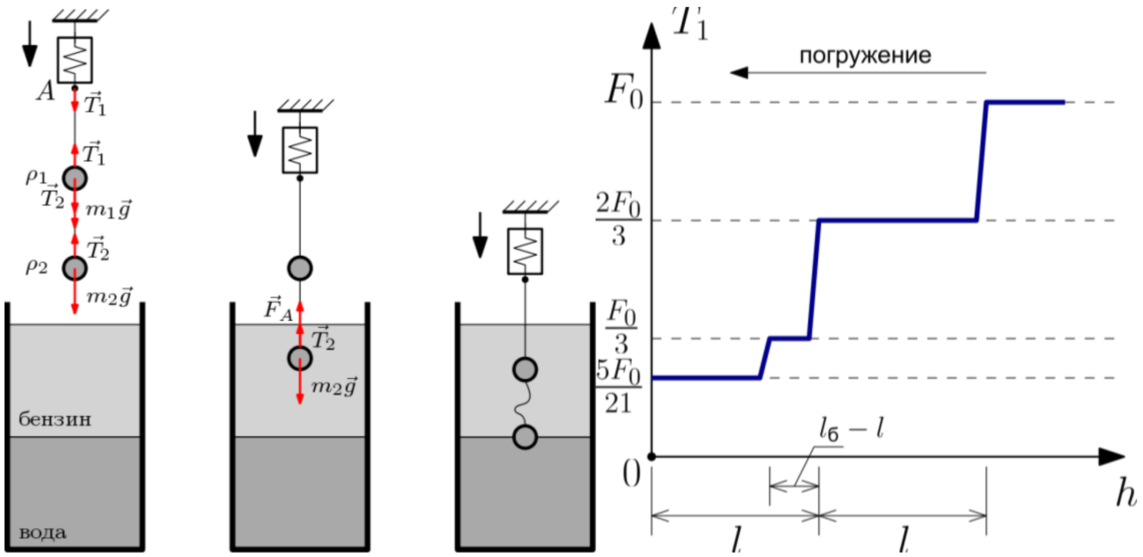
$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{4}{3}. \qquad (7)$$

Выражая из уравнений (6) и (7) плотности шариков, получим $\rho_1 = \frac{12}{7}\rho_{бен} \simeq 1{,}22$ г/см^3, $\rho_2 = \frac{9}{7}\rho_{бен} \simeq 0{,}91$ г/см^3.

Теперь построим график силы натяжения нити T_2 в процессе погружения шариков. Высота слоя бензина $l_б = \frac{V_0}{S} = 12{,}5$ см $> l$, следовательно, сначала оба шарика погрузятся в бензин, а только затем шарик 2 достигнет границы раздела жидкостей. После погружения шарика 1 в бензин сила натяжения T_1 уменьшится на величину действующей на него выталкивающей силы $\rho_{бен} V g = \frac{F_0}{3}$, т.е. общая сила будет $\frac{F_0}{3}$. Плотность второго шарика меньше плотности воды $\rho_2 < \rho_{вод}$, поэтому, когда шарик 2 достигнет границы жидкостей, он будет плавать на этой границе, а крепящаяся к нему нить провиснет – исчезнет T_2. Сила, действующая на динамометр, будет определяться как

$$T_1 = (\rho_1 - \rho_{бен}) V g = \left(\frac{12}{7}\rho_{бен} - \rho_{бен}\right) \frac{F_0}{3\rho_{бен} g} g = \frac{5}{21} F_0. \qquad (8)$$

Полная зависимость силы натяжения от высоты приведена на правом рисунке.



Критерий оценивания		**Балл**
Указано, что в верхнем слое жидкости будет бензин		2
Рассмотрены условия равновесия шариков (аналоги (1), (2) и (4))		2
Найден объём шариков	$\dfrac{F_0}{3\rho_{бен}g}$	2
Найдены плотности шариков	$\rho_1 = \frac{12}{7}\rho_{бен} = 1{,}22$ г/см^3	2
	$\rho_2 = \frac{9}{7}\rho_{бен} = 0{,}91$ г/см^3	2
Указано, что при погружении нижнего шарика в воду шарик будет плавать и нить провиснет		2
Правильно построен график для силы натяжения		2

Задача 5э. Плотность скрепки (20 баллов)

Определите среднюю плотность канцелярской скрепки с максимально возможной точностью, используя выданное оборудование.
Оборудование: лист писчей бумаги известной плотности формата А4 (2 штуки), линейка деревянная (1 шт), скрепка канцелярская (1 шт), шариковая ручка.

Возможное решение
Для определения плотности материала скрепки необходимо знать массу и объем скрепки.
Массу скрепки можно узнать, взвесив ее на рычажных весах, сделанный из линейки, разместив ее, например, на стержне ручки. В качестве гирь можно использовать бумагу, известной плотности ρ, которая дана в граммах на квадратный метр. Скрепку уравновешиваем на весах кусочками бумаги. Измерив площадь бумаги, потребовавшейся для уравновешивания определяем массу бумаги ($m = \rho S$), а значит и массу скрепки.
Определяем объем скрепки. Для этого необходимо распрямить скрепку. Измеряем линейкой длину получившейся скрепки. Диаметр скрепки можно определить или сложив ее в несколько раз, или прокатив расправленную скрепку по линейке, считая обороты.
Масса скрепки составляет примерно 0,4–0,5 г.
Диаметр проволоки скрепки: ~1,33 мм
Длина проволоки скрепки: ~90 мм
Объем: ~125 мм^3
Примерная плотность скрепки с полимерным покрытием **3,2–3,9 г/см^3 (значения указаны для скрепки 28 мм)**
Внимание организаторов: в таблице критериев не имеет смысла суммировать все баллы во втором столбце, так как в некоторых критериях есть взаимоисключающие пункты

оценивания (баллы за них не суммируются, а ставится балл пункта, соответствующего решению участника).

Критерий оценивания	**вариации решения**	**Балл**
Приведен чертеж (схема) установки и описан ход эксперимента по определению плотности скрепки		3
Проведено взвешивание скрепки	не менее 3 раз	3
	2 раза	2
	1 раз	1
Определена масса скрепки с точностью относительно реальной	+/- 0.1 грамма	3
	в большем диапазоне	1
Определен диаметр скрепки или методом рядов (не менее четырех проволочек), или методом прокатывания проволоки по линейке с точностью относительно реальной	+/- 0.1 мм	4
	в большем диапазоне	1
Определен объем скрепки		3
Определена плотность скрепки с точностью относительно реальной	+/- 0.35 г/см^3	4
	в большем диапазоне	1