

Решения задач 10 класса

Задача 1

В квалификационных заездах автогонщик на протяжении четырех кругов должен показать среднюю скорость $v = 220 \text{ км/ч}$. Из-за сбоев в работе двигателя средняя скорость на первых двух кругах оказалась равной $v_1 = 170 \text{ км/ч}$. С какой средней скоростью v_2 гонщик должен пройти два последних круга?

Решение:

Пусть l – длина одного круга. Тогда

$$v = \frac{4l}{t} \quad (1)$$

По условию

$$v_1 = \frac{2l}{t_1} \quad (2)$$

Искомая скорость

$$v_2 = \frac{2l}{t_2} \quad (3)$$

Кроме того

$$t = t_1 + t_2 \quad (4)$$

Находя t , t_1 и t_2 из (1)-(3) и подставляя их в (4), получаем

$$\frac{2}{v} = \frac{1}{v_1} + \frac{1}{v_2}, \text{ откуда}$$

$$v_2 = \frac{v \cdot v_1}{2v_1 - v} \approx 243 (\text{км/ч})$$

Ответ: 243 км/ч

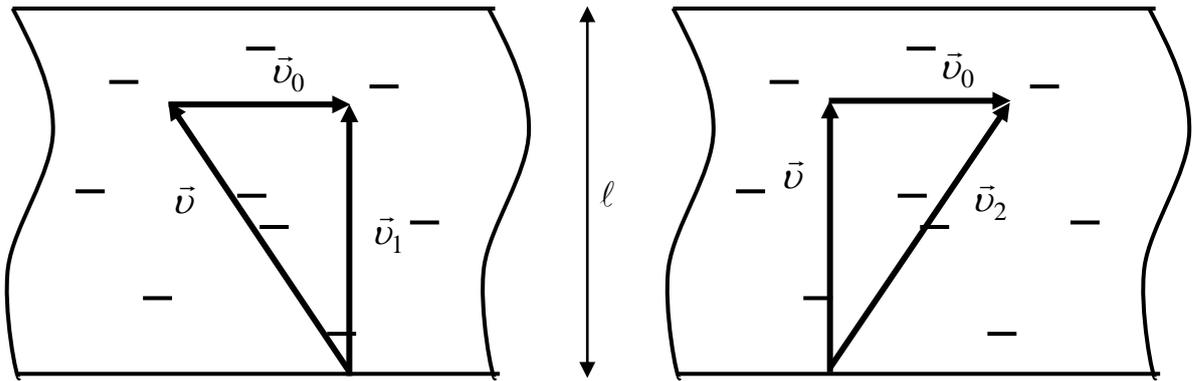
Критерии оценивания (10 баллов)

Получено выражение средней скорости на всём пути.....	1
Получено выражение (2) средней скорости на первых двух кругах	2
Получено выражение (3) средней скорости на последних двух кругах	2
Получено выражение (4) для общего времени движения	1
Получено окончательное выражение для скорости и правильный ответ.....	4

Задача 2

Время, за которое лодка переплывает реку по кратчайшему пути, в $n = 2$ раза больше минимального времени, за которое лодка может переплыть ту же реку. Чему равна скорость лодки относительно воды, если скорость течения реки $v_0 = 5,0 \text{ м/с}$?

Решение:



По кратчайшему пути:

$$t_1 = \frac{l}{V_1} = \frac{l}{\sqrt{v^2 - v_0^2}}$$

За кратчайшее время:

$$t_2 = \frac{l}{v}$$

По условию задачи

$$\frac{t_1}{t_2} = n$$

или

$$\frac{v}{\sqrt{v^2 - v_0^2}} = n$$

Отсюда:

$$v = v_0 \frac{n}{\sqrt{n^2 - 1}} \approx 5,8 \text{ (м/с)}$$

Ответ: 5,8 м/с

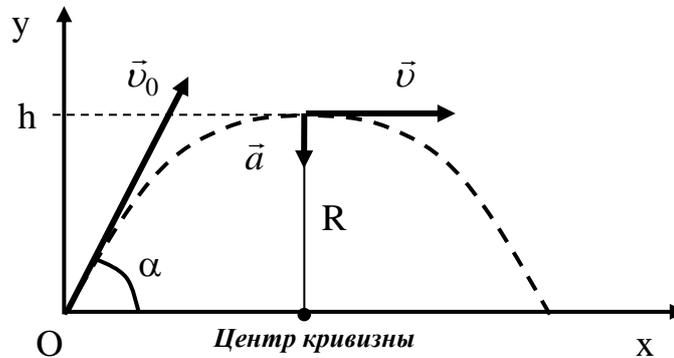
Критерии оценивания (10 баллов)

Применены правильно законы сложения скоростей (перемещений) для двух случаев	2
Найдено время движения по кратчайшему пути	2
Найдено кратчайшее время движения.....	2
Получено выражение для скорости и правильный ответ	4

Задача 3

Под каким углом α к горизонту нужно бросить тело, чтобы центр кривизны верхней точки траектории находился на поверхности земли?

Решение:



R - радиус кривизны траектории.

По условию, высота подъёма

$$R = h = \frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g} \text{ (известный результат).}$$

В любой точке траектории ускорение

$$\vec{a} = \vec{g}$$

В верхней точке

$$a = a_{\text{ц}} = \frac{v^2}{h}$$

где $v = v_0 \cdot \cos \alpha$.

Следовательно, в верхней точке, для центростремительного ускорения имеем:

$$g = \frac{v_0^2 \cdot \cos^2 \alpha}{\frac{v_0^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g}}$$

или

$$\text{tg}^2 \alpha = 2.$$

Отсюда:

$$\alpha = \operatorname{arctg}(\sqrt{2}) \approx 55^\circ$$

Ответ: 55°

Критерии оценивания (10 баллов)

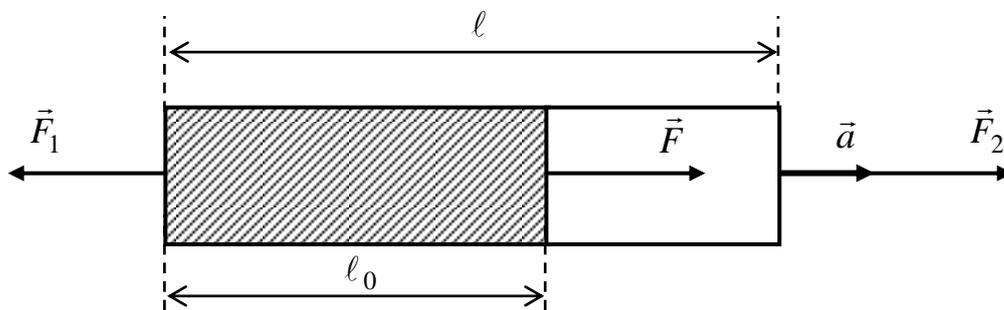
Получено выражение для радиуса кривизны в верхней точке.....	2
Прописана равенство между полным ускорением и ускорением свободного падения.....	2
Получено выражение для центростремительного ускорения в верхней точке.....	4
Найден угол α	2

Задача 4

На однородный стержень длиной l действуют две силы \vec{F}_1 и \vec{F}_2 , приложенные перпендикулярно его торцам и направленные в противоположные стороны. С какой силой F растянут стержень в сечении, находящемся на расстоянии l_0 от одного из его концов?

Решение:

Введём: m – масса всего стержня, \vec{a} – ускорение стержня.



Очевидно из однородности стержня:

$$m_0 = m \frac{l_0}{l} - \text{масса заштрихованной части.}$$

Для всего стержня

$$m \cdot a = F_2 - F_1 \quad (1)$$

Для заштрихованной части стержня

$$m \cdot \frac{l_0}{l} a = F - F_1 \quad (2)$$

Разделив (2) на (1), получим

$$\frac{F - F_1}{F_2 - F_1} = \frac{l_0}{l}$$

Отсюда

$$F = F_1 + \frac{l_0}{l} (F_2 - F_1)$$

или

$$F = F_1 \frac{l - l_0}{l} + F_2 \frac{l_0}{l}$$

Ответ: $F = F_1 \frac{l - l_0}{l} + F_2 \frac{l_0}{l}$

Критерии оценивания (10 баллов)

Найдено соотношение между массой и длиной участка стержня.....	2
Получено выражение второго закона Ньютона для всего стержня (1)	1
Получено выражение второго закона Ньютона для участка (2)	3
Получена и решена система уравнений относительно силы упругости в сечении.....	4

Задача 5

В медную квадратную пластину массой 57 г и толщиной 1 мм, покрытую по всей поверхности (всем граням) льдом толщиной 0,1 мм, попадает пуля массой 5 г и застревает в ней. В результате взаимодействия весь лёд растаял, а пластина с водой нагрелась до температуры $t = 5^\circ \text{C}$. Определите, какую скорость имела пуля, если известно, что в тепловую энергию превратилось 70% первоначальной энергии пули, а начальная температура льда и пластины $t_0 = -2^\circ \text{C}$?

Изменением температуры пули и испарением воды пренебречь.

Табличные значения

Удельная теплоёмкость льда	2100 Дж/(кг·°C)
Удельная теплоёмкость воды	4200 Дж/(кг·°C)
Удельная теплоёмкость меди	380 Дж/(кг·°C)
Удельная теплота плавления льда	$3,3 \cdot 10^5$ Дж/кг
Плотность льда	900 кг/м ³
Плотность меди	8900 кг/м ³

Решение:

Согласно условия: $Q = 0,7E_k$ (1)

Для тепловой энергии имеем:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4. \quad (2)$$

Где, для нагрева льда до $t_1 = 0^\circ \text{C}$ и его плавления имеем:

$$Q_1 = c_{\text{л}} \cdot m_{\text{л}} \cdot (t_1 - t_0), \quad (3)$$

$$Q_2 = \lambda \cdot m_{\text{л}} \quad (4)$$

Для самой пластины:

$$Q_3 = c_{\text{м}} \cdot m_{\text{м}} \cdot (t - t_0) \quad (5)$$

Для образовавшейся воды:

$$Q_4 = c_{\text{в}} \cdot m_{\text{в}} \cdot (t - t_1), \quad m_{\text{в}} = m_{\text{л}} \quad (6)$$

Из объёма меди определим сторону квадрата пластины без льда:

$$V_{\text{м}} = \frac{m_{\text{м}}}{\rho_{\text{м}}}$$

$$V_{\text{м}} = 6,4 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

$$a = \sqrt{\frac{V_M}{h}}$$

$$a \approx 0,08 \text{ м}$$

Тогда из объёма льда, распределённого по всем граням пластины определим массу льда:

$$V_{\text{л}} = (a + 2\Delta h)^2 \cdot (h + 2\Delta h) - V_M \quad (7)$$

$$V_{\text{л}} \approx 7,72 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 - 6,4 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3 \approx 1,32 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

$$m_{\text{л}} = V_{\text{л}} \cdot \rho_{\text{л}}$$

$$m_{\text{л}} \approx 1,2 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

Находим из (1) и (2):

$$Q \approx 5,0 + 396 + 151,6 + 25,2 \approx 578 \text{ Дж}, \quad E_k \approx 826 \text{ Дж}$$

Откуда:

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m_{\text{л}}}}$$

$$v \approx 575 \text{ м/с.}$$

Ответ: $\approx 575 \text{ м/с.}$

Критерии оценивания (10 баллов)

Записана связь тепловой и кинетической энергии.....	1
Получено выражение (2).....	1
Получено выражение (3)	1
Получено выражение (4)	1
Получено выражение (5)	1
Получено выражение (6)	1
Получено выражение (7)	1
Найдена масса льда	1
Получено выражение для скорости и её значение.....	2

Примечание: Из-за округлений в промежуточных результатах, ответы могут несколько отличаться.