**Муниципальный этап Всероссийской олимпиады школьников по физике**

11 класс, 2018/2019 учебный год. Длительность 3 часа 30 минут.

***Возможные решения и разбалловка***

---

**Задача 1. Движение блока.**

К одному концу нити, перекинутой через легкий блок, подвесили тело массой 2 кг, а другой конец нити закрепили неподвижно. Какую силу надо приложить к оси блока, чтобы он поднимался с ускорением 3 м/с$^2$?

**Решение:**

Из невесомости блока следует, что, во-первых, силы натяжения нити $T$ справа и слева от блока равны друг другу (для раскручивания невесомого блока без трения не нужен вращательный момент) и, во-вторых, что сила $F$, которую нам нужно приложить к блоку, равна $2T$. Действительно, второй закон Ньютона для блока имеет вид: $F - 2T = 0$ (члены $mg$ и $ma$ равны нулю вследствие невесомости блока).

Из нерастяжимости нити следует кинематическая связь между ускорением блока и ускорением движущегося груза: $a_1 = 2a = 6$ м/с$^2$. (Эту связь можно получить, например, из условия неизменности длины нити).

Тогда запишем второй закон Ньютона для тела в проекциях на вертикальную ось:

$$T - mg = ma_1, \text{ тогда } T = mg + ma_1 = 31{,}6 \text{ Н}.$$

Значит, искомая сила равна $F = 2T = 63{,}2$ Н.

***Разбалловка:***

Указано, что $F = 2T$ …………………………………………………………………. 3 балла

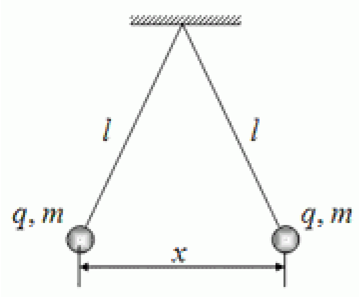
Верно записан второй закон Ньютона для тела ……………………………………... 3 балла

Получена верная связь между ускорением блока и ускорением тела ……………... 3 балла

Получен верный числовой ответ ………………………………………………………. 1 балл

**Задача 2. Утечка заряда.**

Два одинаковых маленьких шарика массой $m$ и зарядом $q$ каждый висят на нитях одинаковой длины $l$ на расстоянии $x \ll l$. Из-за медленной утечки заряда по нити величина заряда каждого



шарика изменяется со временем по закону $q = q_0(1 - at)^{3/2}$ (где $a$ – постоянная), а шарики сближаются. Величины $q_0$, $m$, $a$, $l$ заданы. Найдите скорость $v = \Delta x/\Delta t$ сближения шариков.

**Решение:**

Так как ток утечки мал, то можно считать, что в каждый момент времени сумма всех сил, действующих на шарик, равна нулю. Тогда из второго закона Ньютона можно получить связь между силой Кулона и силой тяжести:

$$F_{\text{к}} = k\frac{q^2}{x^2} = mg \cdot \text{tg}\alpha,$$

где α – половинный угол между нитями. Учитывая, что $x \ll l$ и тангенс угла α примерно равен синусу, получим:

$$kq_0^2(1 - at)^3 = \frac{mgx^3}{2l}.$$

Выразим отсюда $x$, получим:

$$x = \left(\frac{2klq_0^2}{mg}\right)^{1/3}(1 - at),$$

откуда скорость сближения шариков равна $v = a\left(\frac{2klq_0^2}{mg}\right)^{1/3}$.

Получить скорость можно либо из сравнения формулы для $x$ с формулой $x = x_0 + vt$, либо через нахождение производной.

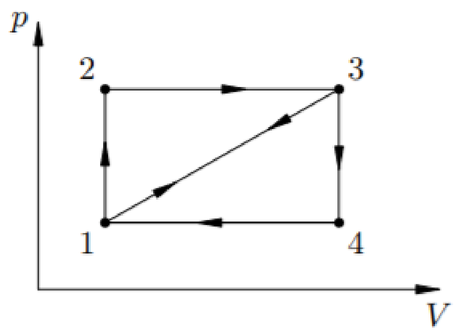
**Разбалловка:**

Записан второй закон Ньютона и получена формула, связывающая силу Кулона, силу тяжести и половинный угол …………………………………………………… 3 балла

Получено выражение для $x$ в приближении, что $\sin\alpha \approx \text{tg}\alpha$ ………………………...…3 балла

Получено верное выражение для скорости сближения шариков …………………... 4 балла

**Задача 3. Смежные циклы.**




Идеальный газ используется как рабочее вещество в тепловой машине. Цикл 1-2-3-1 состоит из изохоры 1-2, изобары 2-3 и участка 3-1 линейной зависимости давления от объема. КПД этого цикла равен $\eta_1$. Второй цикл 1-3-4-1 состоит из участка 1-3 линейной зависимости давления от объема, изохоры 3-4 и изобары 4-1. Найти КПД второго цикла.

**Решение:**

Сначала проанализируем цикл 1-2-3-1. По определению

$$\eta_1 = \frac{A_0}{Q_н},$$

где $A_0$ – работа газа за цикл, $Q_н$ – количество теплоты, полученное газом от нагревателя за цикл. Поэтому определим, на каких участках цикла газ получает тепло, а на каких – отдает.

Процесс 1-2 – это изохорный процесс, в котором газ работы не совершает, а давление при этом возрастает. Следовательно, ориентируясь на уравнение Менделеева-Клапейрона ($pV = \nu RT$), можно сделать вывод, что температура в этом процессе также возрастает. Тогда увеличивается внутренняя энергия газа ($\Delta U>0$). По первому началу термодинамики ($Q = \Delta U + A$) получаем, что в процессе 1-2 газ получает некоторое количество теплоты $Q_{12}$.

Процесс 2-3 – это изобарный процесс, в котором при постоянном давлении возрастает объем, поэтому газ совершает положительную работу по расширению и его температура возрастает. Согласно первому началу термодинамики так как $A>0$, $\Delta U>0$, то в процессе 2-3 газ также получает некоторое количество теплоты $Q_{23}$.

Процесс 3-1 не относится к изопроцессам. Тем не менее, его также можно проанализировать. В этом процессе давление и объем уменьшаются, поэтому работа газа в этом процессе и изменение его внутренней энергии отрицательны. Поэтому в этом процессе газ отдает тепло: $Q_{31}<0$.

Итак, для цикла 1-2-3-1 можно сделать вывод, что $Q_{н1} = Q_{12} + Q_{23}$, а $Q_{х1} = Q_{31}$. Работу за цикл $A_0$ можно найти как площадь внутри цикла (площадь треугольника). Так как $Q_{н1} = |Q_{х1}| + A_0$, то *можно записать:*

$$\eta_1 = \frac{A_0}{|Q_{\text{х}1}| + A_0}. \qquad (1)$$

Рассмотрим цикл 1-3-4-1. Рассуждая аналогично написанному выше, получим, что в этом цикле $Q_{н2} = Q_{13} = |Q_{х1}|$, а работа газа за цикл находится как площадь внутри графика и равна работе в цикле 1-2-3-1. Тогда:

$$\eta_2 = \frac{A_0}{Q_{\text{н}2}} = \frac{A_0}{|Q_{\text{х}1}|}. \qquad (2)$$

Выразим из (1) $|Q_{х1}|$, получим:

$$|Q_{\text{х}1}| = \frac{A_0(1-\eta_1)}{\eta_1},$$

тогда

$$\eta_2 = \frac{\eta_1}{1-\eta_1}.$$

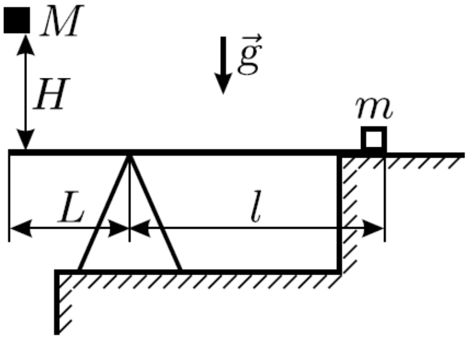
**Разбалловка:**

Проанализирован процесс 1-2-3-1, определено, на каких процессах газ получает тепло, а на каких отдает, записано выражение для КПД цикла…………………………… 4 балла

Проанализирован процесс 1-3-4-1, определено, на каких процессах газ получает тепло, а на каких отдает, записано выражение для КПД цикла …………………….....…….3 балла

Определена связь между циклами 1-2-3-1 и 1-3-4-1, получена конечная формула ..4 балла

**Задача 4. Абсолютно жесткий рычаг.**




Тело массой $M$ падает с высоты $H$ на конец невесомого абсолютно жёсткого горизонтального рычага с плечами длиной $L$ и $l$, на другом конце которого лежит тело массой $m$ (см. рисунок). На какую высоту $h$ взлетит тело m после удара? Тела считайте абсолютно упругими, а их размеры — малыми.

**Решение:**

Второй закон Ньютона для любой части невесомого тела записывается, как

$$0 = m\vec{a} = \sum_i \vec{F}_i.$$

Следовательно, силы, действующие в данный момент на невесомое тело, не могут зависеть от состояния его движения и, таким образом, совпадают с силами, действующими на это тело при его равновесии. Значит, для сил давления обоих тел на рычаг мы можем записать условие равенства моментов: $N_1L=N_2l$. (1)

Следовательно, для полных импульсов этих двух сил за все время удара справедливо соотношение: $p_1L=p_2l$. (2)

В то же время, согласно закону изменения импульса, суммарный импульс сил, действующих на тело во время удара, равен изменению импульса тела; импульсом силы тяжести мы можем пренебречь из-за малой длительности удара.

Итак, мы можем записать соотношение для величин изменения импульсов тел:

$$M(v + \sqrt{2gH})L = mul, \quad (3)$$

где v и u – скорости тел M и m сразу после удара. Отсюда выразим v:

$$v = \frac{m}{M} \cdot \frac{l}{L} u - \sqrt{2gH}. \quad (4)$$

Так как тела абсолютно упругие, то из закона сохранения механической энергии следует, что

$$MgH = \frac{Mv^2}{2} + \frac{mu^2}{2}, \quad (5)$$

откуда с учетом предыдущего соотношения получаем:

$$\frac{m^2}{2M}\left(\frac{l}{L}\right)^2 u^2 - m\frac{l}{L}\sqrt{2gH}u + \frac{mu^2}{2} = 0.$$

Таким образом, скорость тела массой m после удара будет равна:

$$u = \sqrt{2gH} \cdot 2M/\left(\frac{ML}{l} + \frac{ml}{L}\right), \quad (6)$$

а высота, на которую оно взлетит,

$$h = \frac{u^2}{2g} = 4H\left(M/\left(\frac{ML}{l} + \frac{ml}{L}\right)\right)^2. \quad (7)$$

**Разбалловка:**

Записано условие равенства моментов (1) ………………………………………... 1 балл

Записана связь между импульсами (2) ……………………………………………1 балл

Записано соотношение для величин изменения импульсов тел (3) ………………... 2 балла

Получено выражение для скорости (4) ……………………………………………1 балл

Записан закон сохранения энергии (5) ……………………………………………….. 2 балла

Проведены верные математические преобразования и получено выражение для искомой скорости (6) ……………………………………………………………………………… 1 балл

Получено выражение для высоты подлета (7) ………………………………………. 2 балла

**Задача 5. Нетерпеливый пешеход.**

Не дождавшись автобуса, пешеход пошёл пешком к следующей автобусной остановке, павильон которой был виден вдали. Через некоторое время он обнаружил, что кажущаяся высота этого павильона в $k$ = 1,5 раза меньше кажущейся высоты павильона, от которого он отошёл. Пройдя ещё $L$ = 100 метров, пешеход заметил, что, наоборот, павильон впереди кажется ему в $k$ = 1,5 раза выше павильона позади. Найдите расстояние между остановками. Считайте, что кажущийся размер предмета обратно пропорционален расстоянию до него. Остановочные павильоны одинаковы, пешеход идёт по соединяющей их прямой.

**Решение:**


Для решения задачи сделаем чертеж. Обозначим на нём буквами $A$ и $B$ начальную и конечную автобусные остановки, буквой $C$ — точку, откуда остановочный павильон $B$ казался пешеходу в $k$ = 1,5 раза ниже павильона $A$, буквой $D$ — точку, откуда остановочный павильон $A$ казался пешеходу в $k$ = 1,5 раза ниже павильона $B$.

Поскольку видимый размер павильона обратно пропорционален расстоянию до него, то справедливы следующие пропорции:

$$\frac{AC}{CD+DB}=\frac{1}{k},\quad \frac{DB}{AC+CD}=\frac{1}{k}.$$

Из этих соотношений получаем:

$$\frac{AC}{AC+CD+DB}=\frac{1}{k+1}=\frac{AC}{AB},$$

$$\frac{DB}{AC+CD+DB}=\frac{1}{k+1}=\frac{DB}{AB}.$$

С другой стороны, $CD = AB - AC - DB$, откуда

$$\frac{CD}{AB}=1-\frac{AC}{AB}-\frac{DB}{AB}=1-\frac{1}{k+1}-\frac{1}{k+1}=\frac{k-1}{k+1}.$$

Отсюда, учитывая, что $CD = L$, получаем:

$$AB=\frac{k+1}{k-1}L=500\text{ м}.$$

**Разбалловка:**

Построен верный рисунок ………………………………………………………...2 балла

Имеется утверждение о том, что видимый размер предмета обратно пропорционален расстоянию до предмета……………………………………………………….. 3 балла

Записаны геометрические соотношения между расстояниями и размерами павильона, выполнены верные математические преобразования, получен численный ответ...5 баллов

***Примечание:*** *В случае если решение не доведено до конечного ответа, то по последнему пункту баллы ставятся исходя из того, насколько участник продвинулся в своих преобразованиях в направлении верного результата.*

**Максимально возможный балл в 11 классе - 50 баллов.**