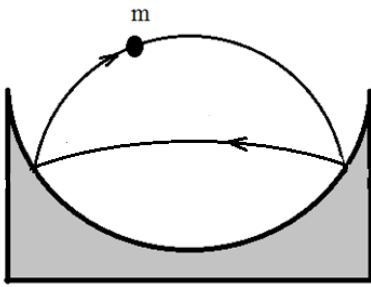


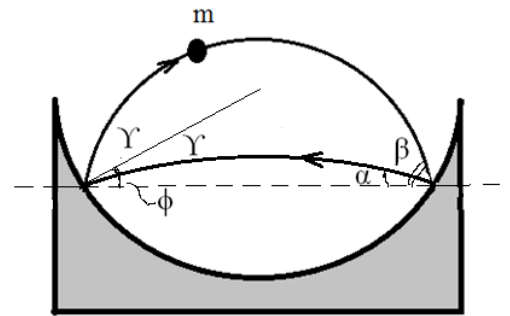
Задача 1. (10 баллов)



Шарик бросили в колодец в виде полусферы радиусом R . Шарик стал скакать, упруго отражаясь от стенок в двух точках, расположенных на одном горизонтальном уровне, как показано на рисунке. Время полета шарика влево не меняется, также как и время полета шарика вправо (при этом время полета шарика влево не обязательно равно времени полета шарика вправо). Определите период движения шарика, если известна скорость, с которой он отражается от стенки - v_0 .

Вариант решения

Движение шарика можно рассматривать как движение под углом к горизонту с одинаковой начальной скоростью, но под разными углами. Если провести хорду, соединяющую точки ударов, то шарик движется по одной траектории (налево) под углом α к горизонту, а по другой (направо) - под углом β . Относительно радиуса, проведенного в точку удара, угол падения шарика γ равен углу отражения. Если обозначить угол между радиусом и хордой ϕ , то будут выполняться соотношения:



$\alpha = \phi - \gamma$; $\beta = \phi + \gamma$, следовательно, для угла ϕ справедливо $\phi = (\alpha + \beta)/2$. Так как дальность полета шарика в обоих случаях одинакова то, используя известное выражение для дальности полета, можно записать:

$$\frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\beta}{g}$$

Из этого равенства следует соотношение между углами α и β ; $\sin 2\alpha = \sin 2\beta$, откуда $2\beta = \pi - 2\alpha$, или $\beta = (\pi/2) - \alpha$. Таким образом, представленное в условиях движение существует в единственном случае когда $\phi = (\alpha + \beta)/2 = \pi/4$. Тогда длина хорды, или дальность полета, равна $L = R\sqrt{2}$, следовательно, из выражения для дальности полета $L = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$ можно получить соотношение $\sin 2\alpha = \frac{gR\sqrt{2}}{v_0^2}$.

Период движения шарика T будет равен сумме времен полета налево и направо:

$$T = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} + \frac{2v_0 \sin \beta}{g} = \frac{2v_0}{g} (\sin \alpha + \cos \alpha)$$

Используя соотношение $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 = \sin 2\alpha + 1$, получим выражение для периода движения T :

$$T = \frac{2v_0}{g} \sqrt{1 + \frac{gR\sqrt{2}}{v_0^2}}$$

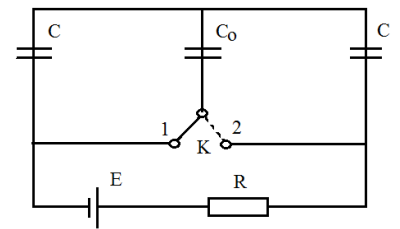
Критерии оценивания

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение
9	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение
7-8	Решение в целом верное, однако, содержит существенные математические ошибки
4-6	Есть понимание физики явления, но не определены все необходимые для решения уравнения, в результате полученная система уравнений не полна и невозможно найти решение
2-3	Присутствуют суждения направленные на правильный ответ

1	Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении)
0	Решение неверное, или отсутствует

Задача 2. (10 баллов)

Электрическая цепь состоит из конденсаторов с электрическими емкостями C и C_0 ; источника тока с ЭДС равным E ; резистора с сопротивлением R ; переключателя K , как показано на рисунке. Какое количество тепла выделится в цепи при переключении переключателя из положения 1 в положение 2?

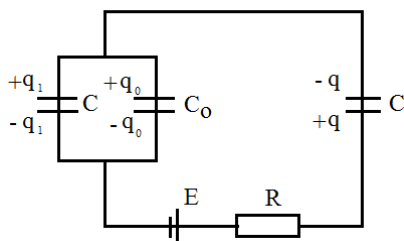


Вариант решения

При протекании тока в рассматриваемой цепи, по закону сохранения энергии, $A_{\text{стор}} = \Delta W_c + Q$, где $A_{\text{стор}} = E \Delta q$ — работа сторонних сил источника тока, q — заряд, прошедший через источник тока, ΔW_c — изменение энергии конденсаторов, Q — выделившееся в цепи тепло. Рассмотрим процессы в схеме при переключении ключа K .

Сразу после переключения будет происходить выравнивание напряжений на конденсаторах C и C_0 , и правом конденсаторе C . В результате энергия конденсаторов уменьшится на величину ΔW_{c1} и выделится тепло $Q_1 - |\Delta W_{c1}| + Q = 0$. По окончании всех переходных процессов, после переключения, в новом установившемся состоянии из-за симметрии схемы энергия конденсаторов станет такой же, как и до переключения, т. е. $|\Delta W_{c2}| + Q = E \Delta q$, откуда $Q = Q_1 + Q_2 = E \Delta q$. Таким образом, чтобы определить количество выделившегося тепла, необходимо определить величину заряда, прошедшего через источник тока после переключения.

Рассмотрим начальное состояние системы до переключения ключа. Распределение зарядов на обкладках конденсаторов в этом состоянии:



Причем

$$q_1 + q_0 = q \quad (1)$$

Так как напряжения па включенных параллельно конденсаторах C и C_0 равны, то

$$q_1/C = q_0/C_0, \quad (2)$$

Суммарное напряжение на конденсаторах равно ЭДС:

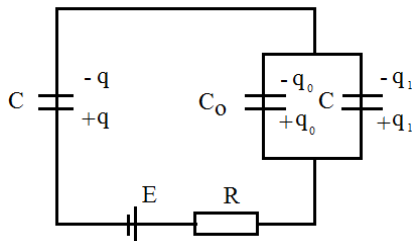
$$q_1/C + q/C = E \quad (3)$$

Решая систему уравнений (1) – (3) определим величины зарядов на конденсаторах в начальном состоянии:

$$q_1 = \frac{EC^2}{2C+C_0}; \quad q_0 = \frac{EC_0^2}{2C+C_0}; \quad q = \frac{EC(C+C_0)}{2C+C_0}.$$

Рассмотрим состояние сразу после переключения ключа из положения 1 в положение 2. Соединенные вместе пластины конденсаторов C_0 и правого конденсатора C окажутся заряжены зарядами разного знака. Так как сопротивление подводящих проводов пренебрежимо мало, то практически мгновенно по внутреннему контуру, минуя источник тока, произойдет перераспределение заряда и выравнивание напряжений на конденсаторах. Суммарный заряд на обкладках этих конденсаторов будет равен $q - q_0 = q_1$.

Рассмотрим теперь установившееся состояние после переключения.



Видно, что для достижения этого состояния на нижнюю пластину левого конденсатора должен прийти от источника тока отрицательный заряд $-\Delta q' = -(q - q_1) = -q_0$, а на нижние пластины правых конденсаторов — положительный заряд $\Delta q'' = (q_0 + q_1) - q_1 = q_0$. Таким образом, после переключения ключа через источник тока должен пройти заряд $\Delta q = q_0$, следовательно, в схеме, а именно на резисторе, выделится тепло, равное

$$Q = E\Delta q = Eq_0 = E^2 \frac{CC_0}{2C + C_0}$$

Критерии оценивания

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение
9	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение
7-8	Решение в целом верное, однако, содержит существенные математические ошибки
4-6	Есть понимание физики явления, но не определены все необходимые для решения уравнения, в результате полученная система уравнений не полна и невозможно найти решение
2-3	Присутствуют суждения направленные на правильный ответ. Изображены эквивалентные схемы для двух случаев
1	Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении)
0	Решение неверное, или отсутствует

Задача 3. (10 баллов)

Два лаборанта, случайно разлили на пол 1,5 литра воды. Так как они уже собирались уходить домой, то один из них предложил не вытирать воду, потому что она до следующего дня сама высохнет. Второй лаборант очень сильно в этом сомневался, поскольку лаборатория на ночь герметично закрывается. С помощью таблицы зависимости плотности насыщенного пара от температуры, определите кто из лаборантов прав? Объем лаборатории 50 м³. В лаборатории поддерживается комфортная для работы температура.

t, °C	10	20	30	40	50	60	70	80	90
ρ, кг/м ³	0,009	0,017	0,030	0,051	0,085	0,130	0,198	0,294	0,422

Вариант решения

Для полного высыхания воды необходимо, чтобы давления паров воды после высыхания не превышало давления насыщенного пара. Если предположить, что в начальный момент воздух был абсолютно сухой, то после высыхания в нем будет содержаться 1,5 кг воды и плотность водяных паров составит $\rho = 1,5/50 = 0,03$ кг/м³. По данным таблицы это соответствует давлению насыщенных паров при 30°C. Во-первых, вряд ли температура в лаборатории достигает таких значений т.к. не является комфортной для работы. Во-вторых, в начальный момент в воздухе уже имелась определенная масса воздуха. Таким образом, вода не сможет полностью испариться до следующего дня.

Критерии оценивания

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение
7-8	Решение в целом верное, однако, содержит существенные математические ошибки
4-6	Есть понимание физики явления, но рассуждения ведутся без опоры на табличные значения.
2-3	Присутствуют суждения направленные на правильный ответ
0	Решение неверное, или отсутствует

Задача 4. (10 баллов)

В конструкции двигателя Стирлинга в качестве источника тепла используется нагретое до температуры $T_H=60^{\circ}\text{C}$ тело, теплоемкостью $c=3$ кДж/К. Холодильником служит внешняя среда (неограниченная) с постоянной температурой $T_x=20^{\circ}\text{C}$. Найдите максимальную работу, которую можно получить за счет охлаждения тела в таком двигателе. Двигатель Стирлинга является тепловой машиной с внешним подводом тепла.

Вариант решения

Максимальное количество теплоты, которое может отдать нагретое тело: $Q_H = c(T_H - T_x)$

Максимальное КПД тепловой машины $\eta = 1 - \frac{T_x}{T_H}$

При этом будет совершаться работа: $A = \eta_{\text{ср}} Q_H = \eta_{\text{ср}} c (T_H - T_x)$, где $\eta_{\text{ср}}$ - среднее КПД на интервале температур от T_H до T_x .

Для вычисления $\eta_{\text{ср}}$ возьмем среднюю температуру нагревателя как $T_{\text{ср}} = (T_H + T_x)/2$

Тогда $\eta_{\text{ср}} = 1 - \frac{T_x}{T_{\text{ср}}}$

Сводя все к одной формуле, получим: $A = \frac{c(T_H - T_x)^2}{T_H + T_x} \approx 7668$ Дж

Критерии оценивания

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение
9	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение
7-8	Решение в целом верное, однако, содержит существенные математические ошибки
4-6	Есть понимание физики явления, но не определены все необходимые для решения уравнения, в результате полученная система уравнений не полна и невозможно найти решение
2-3	Присутствуют суждения направленные на правильный ответ.
1	Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении)
0	Решение неверное, или отсутствует

Задача 5. (10 баллов)

Пассажир летит в винтокрылом самолете, который за 2 часа преодолевает расстояние 1400 км. Какой путь при этом преодолевает точка, расположенная на винте самолета, удаленная на 1 м от оси вращения, если частота вращения винта 2000 об/мин?

Вариант решения

Точка винта самолета движется со скоростью самолета $v=1400/2=700$ км/час и вращается со скоростью $u=2\pi Rn$

Где $R=0,001$ км, а $n=120000$ об/час. Так как скорости поступательного движения и вращательного взаимно перпендикулярны, то полная скорость движения точки винта:

$$V = \sqrt{v^2 + u^2} = \sqrt{v^2 + (2\pi Rn)^2}$$

Путь, пройденный точкой винта за время $t=2$ ч, найдем по формуле:

$$s = Vt = \sqrt{v^2 + (2\pi Rn)^2} = 2058 \text{ км.}$$

Критерии оценивания

Баллы	Правильность (ошибочность) решения
10	Полное верное решение
9	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение
7-8	Решение в целом верное, однако, содержит существенные математические ошибки
4-6	Есть понимание физики явления, но не определены все необходимые для решения уравнения, в результате полученная система уравнений не полна и невозможно найти решение
2-3	Присутствуют суждения направленные на правильный ответ.
1	Есть отдельные уравнения, относящиеся к сути задачи при отсутствии решения (или при ошибочном решении)
0	Решение неверное, или отсутствует