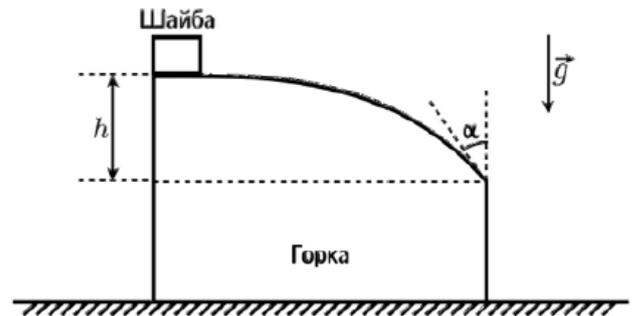


## 10 класс

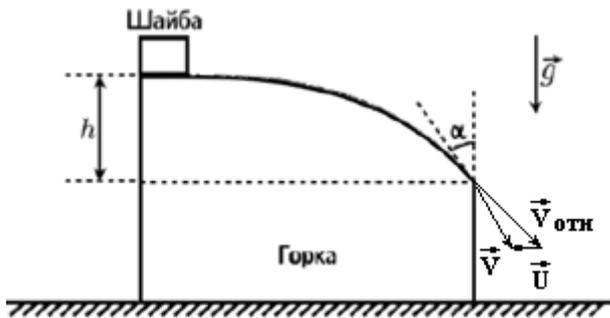
### Задача 1

Горка с небольшой шайбой покоилась на гладкой горизонтальной поверхности стола. От незначительного толчка шайба начала скользить по горке без трения, не отрываясь от её поверхности, и покинула горку со скоростью  $V = 5$  м/с относительно стола. Горка, неотрывавшаяся от стола, приобрела скорость  $V/5$ . Определите высоту  $h$ , если нижняя часть поверхности горки составляет угол  $\alpha = 45^\circ$  с вертикалью.



Направления всех движений параллельны плоскости рисунка.

### Решение задачи



$$V_{\text{отн}} = \frac{(k+1)U}{\sin\alpha}, \quad (1)$$

где  $k = M/m$ .

Закон сохранения энергии (ЗСЭ) в (СОГ):

$$mgh + (mU^2 + MU^2)/2 = m(V_{\text{отн}})^2/2$$

или учетом (1) и  $\sin^2(45^\circ) = 0,5$ :

$$h = (U^2/2g)(2\beta^2 - \beta), \quad (2)$$

где  $\beta = k + 1$ .

Из треугольника скоростей по теореме косинусов:

$$V^2 = (V_{\text{отн}})^2 + U^2 - 2V_{\text{отн}}U\cos(90-\alpha),$$

или учетом (1),  $\sin^2(45^\circ) = 0,5$  и  $\cos(90-\alpha) = \sin\alpha$ :

$$2\beta^2 - 2\beta = (V/U)^2 - 1 = 24$$

Откуда:

$$\beta = 4.$$

Подставим в (2):

$$h = (U^2/2g)(32 - 4) = (14V^2)/25g = 1,4\text{ м}$$

### Критерии оценивания.

1. Переход в СОГ – 2 балла.
2. ЗСИ - 2 балла.
3. ЗСЭ – 2 балла.
4. Треугольник скоростей – 2 балла.
5. Правильный ответ - 2 балла.

Пусть  $U = (V/5)$  - скорость горки в момент отрыва шайбы.  $V_{\text{отн}}$  - скорость шайбы относительно горки.

По закону сложения скоростей:

$$\vec{V} = \vec{V}_{\text{отн}} + \vec{U}$$

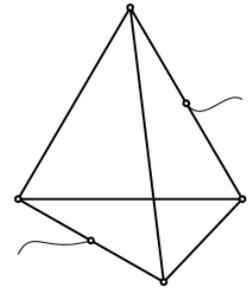
Закон сохранения импульса (ЗСИ) в системе отсчета горки (СОГ):

$$mU + MU = V_{\text{отн}} \sin\alpha$$

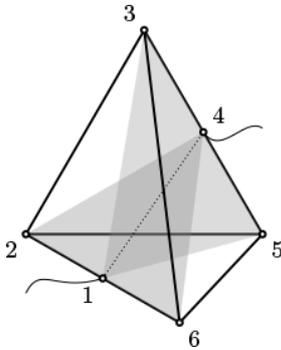
или:

## Задача 2

Из проводника с постоянным сечением был собран каркас (см. рис.) в форме правильного тетраэдра. Сопротивление каждого из равных отрезков равно  $r=40$  Ом. Определите эффективное сопротивление  $R$  между клеммами.

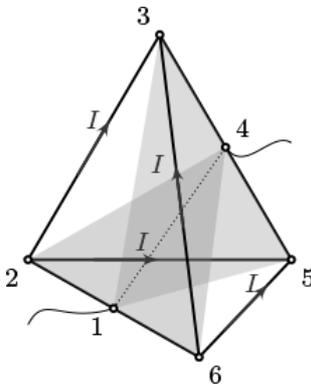
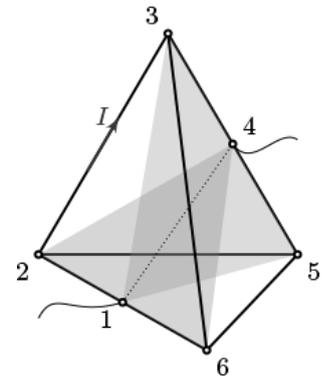


### Решение задачи



Пронумеруем узлы и обратим внимание на симметричность схемы относительно двух плоскостей.

Представим, что ток идет в направлении от клеммы 1 до клеммы 4, получается, что ток претерпит одно разветвление, а потом перед клеммой 4 токи вновь соберутся. Из этих рассуждений ясно, что минимальным будет ток, идущий по, например, отрезку 2-3.

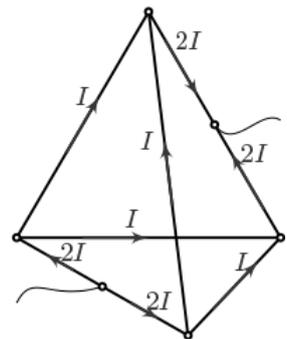


Ребро 6-3 симметрично ребру 2-3 относительно плоскости 3-1-5. Ребро 6-5, в свою очередь, симметрично ребру 6-3 относительно плоскости 2-4-6. Так же можно рассуждать и о токе в ребре 2-5.

Основываясь на выводе из закона сохранения заряда, определим остальные токи:

Суммарный ток между подводящими клеммами  $4I$ . Заметьте, что напряжение между клеммами можно представить как сумму падений напряжений на любом из кратчайших путей от клеммы к клемме. Таким образом:

$$U=2Ir/2+Ir+2Ir/2=3Ir$$
$$R=3Ir/4I=120/4=30 \text{ Ом}$$

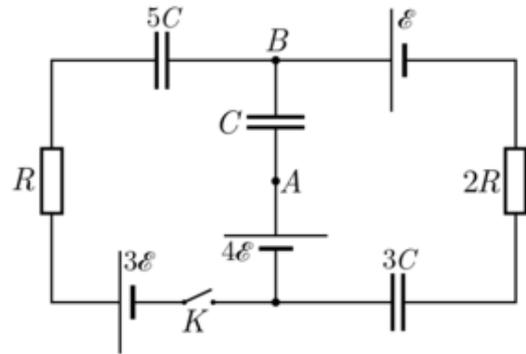


### Критерии оценивания.

1. Участок минимального тока – 2 балла.
2. Найдены симметричные токи - 2 балла.
3. Токи по закону сохранения электрического заряда – 2 балла.
4. Напряжение между клеммами – 2 балла.
5. Правильный ответ - 2 балла.

### Задача 3

В электрической цепи, собранной из резисторов, батарей и первоначально незаряженных конденсаторов, все возникшие после соединения процессы перезарядки закончились. Все элементы можно считать идеальными, их параметры указаны на рисунке. Известно, что  $\mathcal{E}=4\text{ В}$  и  $R=250\text{ Ом}$ . Найдите разность потенциалов  $\varphi_A - \varphi_B$  в установившемся режиме при разомкнутом ключе К.

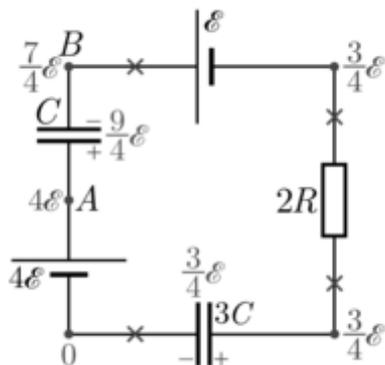
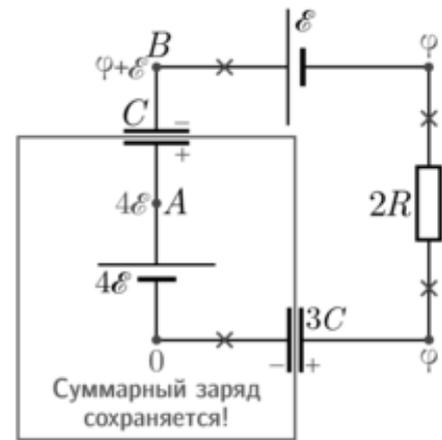


### Решение задачи

Ток через этот резистор  $2R$  отсутствует и напряжения на конденсаторах имеют ненулевые значения. Выберем полярности на конденсаторах произвольным образом и воспользуемся методом потенциалов.

Для того, чтобы его найти потенциал  $\varphi$ , следует выделить изолированную область этой части цепи и применить для неё закон сохранения заряда. Сделав это, мы получим уравнение  $+C \cdot (4\mathcal{E} - (\varphi + \mathcal{E})) - 3C \cdot (\varphi - 0) = 0$ .

Суммарный заряд в правой части этого уравнения равен нулю, потому что до того, как эта замкнутая часть цепи была собрана и



приведена нам в задаче, конденсаторы были не заряжены. Решив уравнение, получаем, что  $\varphi = 3\mathcal{E}/4$ . Поскольку  $0 < \varphi < 3\mathcal{E}$ , то мы верно выбрали полярности на конденсаторах. Итак, напряжение на конденсаторе ёмкостью  $C$  составляет  $9\mathcal{E}/4$ , а на конденсаторе ёмкостью  $3C$  –  $3\mathcal{E}/4$ . Конденсатор ёмкостью  $5C$  отключён от этой части цепи, поэтому он, очевидно, не заряжен.

Видим, что  $\varphi_A - \varphi_B = 9\mathcal{E}/4 = 9\text{ В}$ .

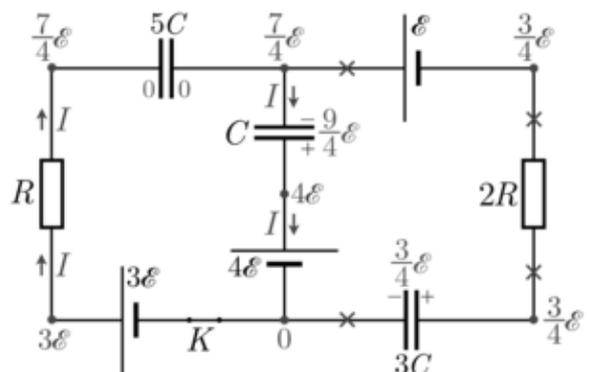
Сразу после замыкания ключа К напряжения и

полярности на конденсаторах скачком не изменятся. Чтобы определить величину тока через резистор сопротивлением  $R$ , вновь воспользуемся методом потенциалов.

Видим, что искомый ток  $I = 3\mathcal{E} - 7\mathcal{E}/4R = 5\mathcal{E}/4R = 5 \cdot 4\text{ В} / 250\text{ Ом} = 0,02\text{ А} = 20\text{ мА}$ .

### Критерии оценивания.

1. Отсутствие тока на  $2R$  до замыкания ключа – 2 балла.
2. Метод потенциалов – 2 балла.
3. Сохранение электрического заряда для изолированной области – 2 балла.
4. Напряжения на конденсаторах до замыкания ключа – 2 балла.
5. Правильный ответ – 2 балла.

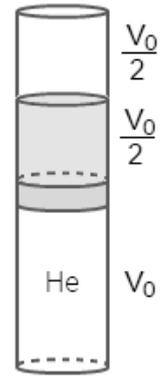


#### Задача 4

В вертикально расположенной, открытой с одного конца в атмосферу трубке легкий теплонепроницаемый поршень отделяет гелий (He) от жидкости, налитой поверх поршня. Объемы, занятые в трубке гелием, жидкостью и атмосферным воздухом, равны соответственно  $V_0$ ,  $V_0/2$  и  $V_0/2$ .

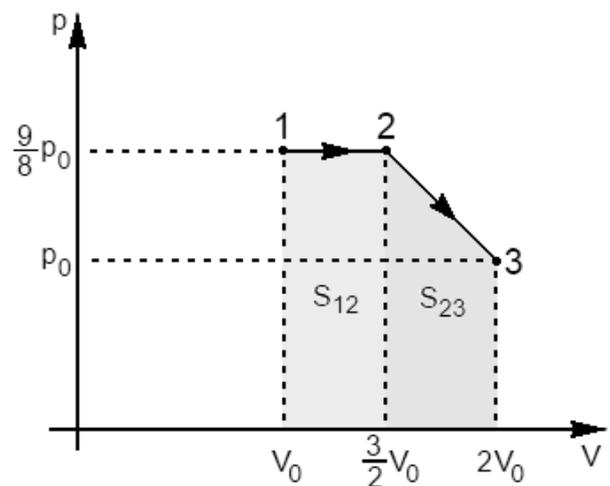
Атмосферное давление  $p_0=10^5$  Па,  $V_0=0,5$  л. Добавочное давление, создаваемое столбом жидкости, первоначально налитой в трубку, равно  $p_0/8$ . Гелий медленно нагревают и поршень, медленно двигаясь, вытесняет всю жидкость из трубки.

Какое количество теплоты получил гелий к моменту, когда вся жидкость вытекла из трубки? Трением поршня о трубку пренебречь.



#### Решение задачи

По условию задачи поршень легкий, значит его массой можно пренебречь. Поскольку он движется медленно, то можно считать поршень движется с нулевым ускорением, все время пребывая в состоянии, близком к состоянию равновесия. Поэтому давление над и под ним все время будет одинаковым. Давление над поршнем складывается из атмосферного давления  $p_0$  и гидростатического (добавочного) давления жидкости, которое не изменяется и остается равным  $p_0/8$ , пока жидкость не начнет вытекать из трубки. Когда она начнет вытекать из трубки, гидростатическое давление начнет линейно уменьшаться (так как поршень движется медленно с постоянной скоростью) вплоть до нуля.



Итак, сначала гелий расширяется от объема  $V_0$  до объема  $3V_0/2$  в процессе 1–2, при этом жидкость не вытекает, давление газа постоянно и равно  $p_0+p_0/8=9p_0/8$ . Дальнейшее расширение газа в процессе 2–3 сопровождается вытеканием жидкости. К моменту, когда она вся вытечет, гелий расширится от объема  $3V_0/2$  до объема  $2V_0$ , а его давление упадет от  $p_0+p_0/8=9p_0/8$  до  $p_0+0=p_0$ . Изобразим процесс 1–2–3 на  $pV$ -диаграмме.

Количество теплоты, подведенное к гелию за все время процесса 1–2–3 найдем по первому началу термодинамики  $Q_{123}=\Delta U_{123}+A_{123}$ , где:

- $\Delta U_{123}=U_3-U_1=32 \cdot \nu \cdot R \cdot T_3-32 \cdot \nu \cdot R \cdot T_1=32 \cdot p_0 \cdot 2V_0-32 \cdot 98p_0 \cdot V_0=2116 \cdot p_0 \cdot V_0$ ;
- $A_{123}=S_{12}+S_{23}=98p_0 \cdot (32V_0-V_0)+98p_0+p_0 \cdot 2 \cdot (2V_0-32V_0)=3532 \cdot p_0 \cdot V_0$ .

Итого  $Q_{123}=2116 \cdot p_0 \cdot V_0+3532 \cdot p_0 \cdot V_0=7732 \cdot p_0 \cdot V_0 \approx 120$  Дж.

#### Критерии оценивания.

1. Давление под поршнем до вытекания жидкости – 2 балла.
2. Изменение давления после вытекания жидкости – 2 балла.
3. Первый закон термодинамики – 1 балла.
4. Изменение внутренней энергии - 2 балла.
5. Работа газа - 2 балла.
6. Правильный ответ - 1 балла.

### Задача 5

Тонкая линза создаёт изображение предмета, расположенного перпендикулярно главной оптической оси. Если, не трогая линзу, передвинуть предмет вдоль главной оптической оси на расстояние  $\Delta=1$  см в направлении от линзы, то получится изображение с тем же увеличением, находящееся на расстоянии  $16\Delta$  от старого изображения. Найдите фокусное расстояние линзы.

#### Решение задачи

1. Поскольку при двух положениях предмета реализуется одно и то же увеличение  $\Gamma$  его изображения, то линза является собирающей.
2. Пусть  $d_1$  – расстояние от предмета до линзы вначале. После того, как предмет отодвинули на расстояние  $\Delta$  от линзы, расстояние от него до линзы стало равным  $d_2=d_1+\Delta$ .
3. Вначале изображение было мнимым и располагалось по ту же сторону, что и предмет, а после сдвига предмета оно стало действительным и расположилось по другую сторону от линзы, чем предмет.
4. Поскольку вначале изображение было мнимым, то согласно формуле тонкой линзы  $(1/F)=(1/d_1)-(1/f_1)$  следует  $\Gamma=f_1/d_1=F/(F-d_1)$ , откуда
$$\Gamma d_1=F-F\Gamma. \quad (1)$$
5. Затем изображение стало действительным, поэтому согласно формуле тонкой линзы  $(1/F)=(1/d_2)+(1/f_2)$  следует  $\Gamma=f_2/d_2=F/(d_2-F)$ , откуда
$$\Gamma d_2=F+F\Gamma. \quad (2)$$
6. Из уравнений (1), (2) и связи  $d_2-d_1=\Delta$  следует, что  $2F/\Gamma=\Delta$ , откуда
$$\Gamma=2F/\Delta. \quad (3)$$
7. Пусть  $f_1=\Gamma \cdot d_1$  – расстояния от изображения предмета до линзы вначале. После того, как предмет отодвинули на расстояние  $\Delta$  от линзы, расстояние от его изображения до линзы стало равным  $f_2=\Gamma \cdot d_1$ .
8. Изображения располагаются по разные стороны от линзы, поэтому  $f_1+f_2=16\Delta$ . Выходит, что
$$\Gamma \cdot (d_1+d_2)=16\Delta. \quad (4)$$
9. Из уравнений (1), (2) и (4) следует соотношение  $\Gamma \cdot 2F=16\Delta$ , откуда
$$\Gamma=8\Delta/F. \quad (5)$$
10. Из соотношений (3) и (5) следует, что  $F=2\Delta=2$  см.

#### Критерии оценивания.

1. Собирающая линза – 2 балла.
2. Мнимое и действительное изображение – 2 балла.
3. Формулы тонкой линзы для мнимого и действительного изображений – 2 балла.
4. Увеличение для мнимого и действительного изображений - 2 балла.
5. Правильный ответ - 2 балла.