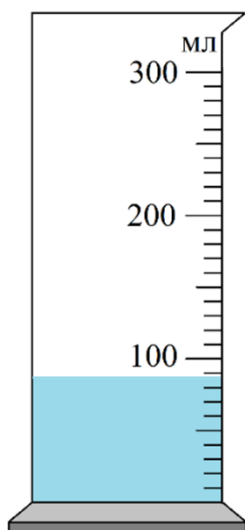


РАЗБОР ЗАДАНИЙ И КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ

1. Мензурка



На рисунке изображен измерительный прибор, который называется мензурка. Пользуясь рисунком определить:

- цену деления мензурки (в м^3) (1 балл);
- предел измерения мензурки (в м^3) (1 балл);
- какой объем жидкости налит в мензурку (в м^3) (1 балл).

В эту мензурку медленно и равномерно поступает жидкость, плотность которой равна $\rho = 1400 \text{ кг}/\text{м}^3$. Было установлено, что за одну минуту масса мензурки увеличивается на $m_0 = 70 \text{ г}$.

- С какой скоростью поднимается уровень жидкости в мензурке, если расстояние между ближайшими штрихами шкалы 2 мм? Ответ выразить в см/мин, см/час. Округлить до десятых. (7 баллов)

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

По рисунку определяем, что цена деления равна $10 \text{ мл} = 10^{-5} \text{ м}^3$, предел измерения $300 \text{ мл} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3$. В мензурку налит объем жидкости примерно $90 \text{ мл} = 9 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3$.

Определим объем жидкости V_0 , который поступает в мензурку за 1 минуту, для этого массу поступившей жидкости $m_0 = 70 \text{ г}$ разделим на её плотность

$$V_0 = \frac{m_0}{\rho}; V_0 = \frac{7 \cdot 10^{-2}}{1,4 \cdot 10^3} = 5 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3.$$

Это означает, что за 1 минуту жидкость поднимается на 5 делений, то есть на $L = 2 \cdot 5 = 10 \text{ мм} = 1 \text{ см} = 10^{-2} \text{ м}$. Следовательно, скорость подъема равна

$$v = \frac{1 \text{ см}}{1 \text{ мин}} = 1 \frac{\text{см}}{\text{мин}} = 60 \frac{\text{см}}{\text{ч}}.$$

Критерии проверки:

| | | |
|---|---|-----------------------------|
| 1 | Определена цена деления | 1 балл |
| 2 | Определен предел измерения | 1 балл |
| 3 | Найден объем налитой жидкости | 1 балл |
| 4 | Определение объема жидкости, поступающего в мензурку за 1 минуту: - записана формула $V=m/\rho$ - найдено числовое значение | 1 балл 2 балл |
| 5 | Определение скорости подъема: - установлено, что за 1 минуту уровень жидкости поднимается на 5 делений; - определена скорость подъема в см/мин, см/час - определена скорость подъема в см/час. | 2 балла 1 балл 1 балл |

2. Моторная лодка, катер и сухогруз (10 баллов)

Маленькая моторная лодка обгоняет прогулочный катер за время $t = 20$ с. Такое же время лодка движется вдоль сухогруза, идущего ей навстречу с такой же скоростью, что и катер. Длина сухогруза в 4 раза больше скорости катера. Во сколько раз скорость моторной лодки больше скорости прогулочного катера?

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Обозначим U собственную скорость катера и сухогруза (относительно воды), V – собственную скорость моторной лодки.

Если моторная лодка и катер движутся в одном направлении, то время обгона t_1 , длина прогулочного катера L и скорости связаны соотношением

$$L = (V - U) \cdot t. \quad (1)$$

Если же лодка и сухогруз движутся встречными курсами, то вдоль борта сухогруза лодка движется такое же время, а длина сухогруза равна $4L$, поэтому

$$4L = (V + U) \cdot t. \quad (2)$$

Из записанных уравнений легко можно записать соотношение между скоростями

$$4(V - U) = V + U. \quad (3)$$

Преобразовав которое найдем отношение скоростей

$$\frac{V}{U} = \frac{5}{3} = 1,67$$

Критерии проверки:

| | | |
|---|---|---------|
| 1 | Записано уравнение (1) | 2 балла |
| 2 | Записано уравнение (2) | 3 балла |
| 3 | Правильно проделаны математические преобразования | 4 балла |
| 4 | Получен правильный ответ | 1 балл |

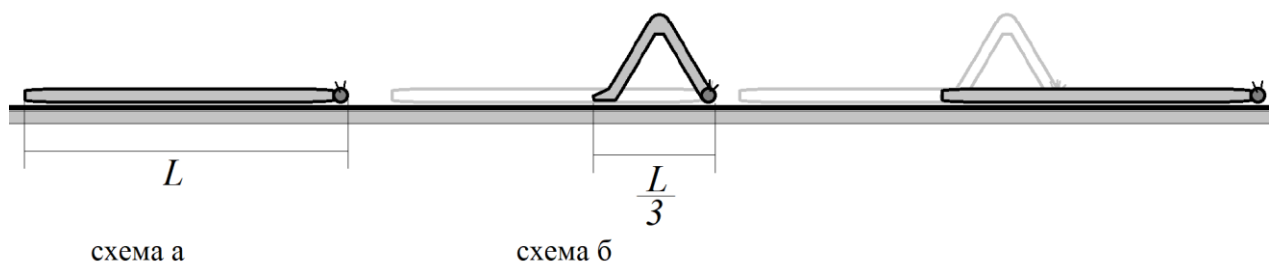
3. Инопланетянин

В недалёком будущем космонавты, изучая живой мир новой планеты, наткнулись на разумное существо, передвигающееся достаточно странным способом. Это существо похоже на большого червяка, для того чтобы начать движение, оно вытягивается во всю длину (схема а), затем подтягивает хвост к голове, так, как показано на схеме б, далее хвостовая часть остается неподвижной, а тело распрямляется, и голова равномерно и горизонтально передвигается вперед. Подтягивание хвоста к голове длится время $t_1 = 2$ мин, инопланетянин выпрямляется за время $t_2 = 15$ с.

Пусть x – координата головы. Постройте график зависимости координаты головы инопланетного существа от времени. Длина существа $L = 13,5$ м.

Найти:

- максимальную скорость движения головы;
- среднюю скорость движения инопланетянина за большой промежуток времени, считая, что в течение этого времени он не останавливался.



ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ И КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ:

Отсчет времени начнем в тот момент, когда инопланетянин полностью распрямился и вот-вот начнет подтягивать хвост. Подтягивание хвоста длится время t_1 , затем голова выдвигается вперед, весь «прыжок» длится время $t_1 + t_2 = 120 + 15 = 135$ с.

За один «прыжок» голова инопланетянина переместится на расстояние

$$S = \frac{2}{3}L; S = 9 \text{ м.}$$

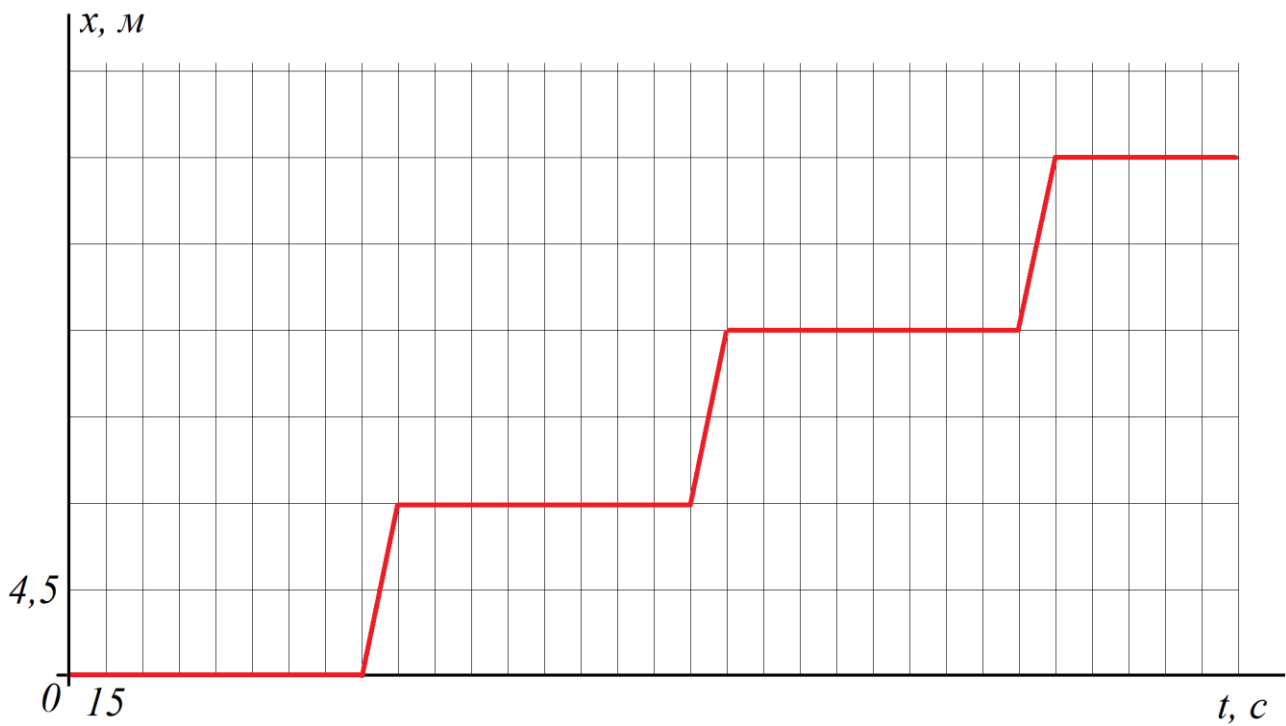
Пусть в начальный момент времени голова находилась в начале координат. 120 секунд голова покоится, за 15 секунд перемещается на 9 метров. Далее все продолжается в таком же режиме. График зависимости координаты головы от времени представлен на рисунке.

Таким образом, максимальная скорость движения головы равна

$$V_{max} = \frac{S}{t_2} = \frac{2L}{3t_2}; V_{max} = 0,6 \text{ м/с.}$$

Определим среднюю скорость движения инопланетянина. Пусть за большой промежуток времени он совершал N «прыжков», за это время он пройдет путь $N \cdot \frac{2}{3}L$, время движения равно $N \cdot (t_1 + t_2)$, следовательно, можно определить среднюю скорость движения

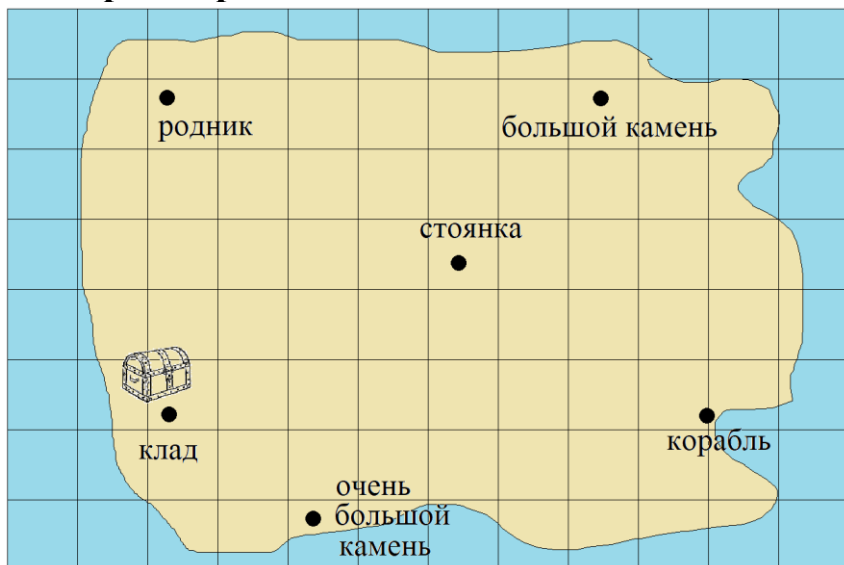
$$V_{cp} = \frac{\frac{2}{3}NL}{N(t_1 + t_2)}; V_{cp} = \frac{9}{135} = 0,07 \text{ м/с.}$$



Критерии проверки:

| | | |
|---|---|---|
| 1 | Найдено расстояние, на которое передвигается голова за один «прыжок» | 2 балла |
| 2 | Построение графика оси подписаны и оцифрованы по осям выбран удобный для этой задачи масштаб график занимает не менее 70% листа построен график | До 3 балл. 0,5 баллов 0,5 баллов 0,5 баллов 1,5 балла |
| 3 | Определение максимальной скорости движения головы | 2 балла |
| 4 | Средняя скорость движения | 3 балла |

4. Остров пиратов



На рисунке представлена карта острова пиратов. Известно, что площадь острова равна $S = 146,25 \text{ км}^2$.

Определите расстояние от корабля до клада. (8 баллов)

Пусть пираты движутся со скоростью $V = 4 \text{ км/ч}$. Какое минимальное время им понадобится, чтобы добраться от корабля до клада? (2

балла)

Пользоваться линейкой в качестве измерительного прибора нельзя!

Указание: для проведения расчетов возможно Вам понадобится таблица, которая позволяет по значению квадрата числа определить это число.

| | | | | | | | | | | | | |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| x^2 | 1,25 | 1,3 | 1,35 | 1,4 | 1,45 | 1,5 | 1,55 | 1,6 | 1,65 | 1,7 | 1,75 | 1,8 |
| x | 1,12 | 1,14 | 1,16 | 1,18 | 1,20 | 1,22 | 1,24 | 1,26 | 1,28 | 1,30 | 1,32 | 1,34 |

| | | | | | | | | | | | | |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| x^2 | 1,85 | 1,9 | 1,95 | 2 | 2,05 | 2,1 | 2,15 | 2,2 | 2,25 | 2,3 | 2,35 | 2,4 |
| x | 1,36 | 1,38 | 1,40 | 1,41 | 1,43 | 1,45 | 1,47 | 1,48 | 1,50 | 1,52 | 1,53 | 1,55 |

| | | | | | | | | | | | | |
|-------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| x^2 | 2,45 | 2,5 | 2,55 | 2,6 | 2,65 | 2,7 | 2,75 | 2,8 | 2,85 | 2,9 | 2,95 | 3 |
| x | 1,57 | 1,58 | 1,60 | 1,61 | 1,63 | 1,64 | 1,66 | 1,67 | 1,69 | 1,70 | 1,72 | 1,73 |

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ И КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ:

Пересчитаем количество полных квадратов на карте $N_1 = 49$, посчитаем количество «неполных» квадратов $N_2 = 32$. Обозначим площадь одного квадрата S_0 . Полную площадь острова найдем, сложив площади целых квадратов с коэффициентом 1 и площади нецелых квадратов с коэффициентом $\frac{1}{2}$

$$S = N_1 \cdot S_0 + \frac{1}{2} \cdot N_2 \cdot S_0; S = 49 \cdot S_0 + \frac{32}{2} \cdot S_0 = 65 \cdot S_0.$$

Зная, что площадь всего острова равна $S = 330 \text{ км}^2$, находим площадь одного квадрата

$$S_0 = \frac{S}{N_1 + \frac{N_2}{2}}; S_0 = \frac{146,25}{65} = 2,25 \text{ м}^2.$$

Обозначим сторону квадрата a , тогда его площадь равна $S_0 = a^2$. Воспользовавшись предложенной таблицей, находим длину стороны квадрата

$$a = 1,5 \text{ км}.$$

Расстояние от корабля до клада составляет примерно 14,5 клеток, чему соответствует расстояние $L = 14,5 \cdot 1,5 = 21,8$ км. Если пираты будут двигаться строго по прямой, нигде не останавливаясь, со скоростью 4 км/ч, то минимальное время движения будет равно

$$t = \frac{L}{V}; \quad t = \frac{21,8}{4} \approx 5,5 \text{ ч} = 5 \text{ часов } 30 \text{ минут.}$$

Критерии проверки:

| | | |
|---|--|---------|
| 1 | Высказана идея о нахождении площади одного квадрата | 3 балла |
| 2 | Найдена площадь одного квадрата | 2 балл |
| 3 | Определена сторона квадрата | 1 балл |
| 4 | Найдено расстояние | 2 балла |
| 5 | Найдено время движения с разумным обоснованием минимальности | 2 балла |