

РАЗБОР ЗАДАНИЙ И КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ

1. Моторная лодка, катер и сухогруз

Очень маленькая моторная лодка обгоняет прогулочный катер за время $t_1 = 100$ с. Прогулочный катер совершает полный обгон сухогруза за время $t_2 = 50$ с. За какое время моторная лодка обгонит сухогруз? Длина сухогруза в $k = 4$ раза больше длины прогулочного катера.

Примечание: полным обгоном называется случай, когда все точки катера оказываются впереди сухогруза.

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Обозначим скорость моторной лодки V_l , скорость катера V_k , скорость сухогруза V_c , длину прогулочного катера L .

Моторная лодка обгоняет прогулочный катер за время t_1 , следовательно,

$$L = (V_l - V_k) \cdot t_1. \quad (1)$$

Катер обгоняет сухогруз за время t_2 , поэтому

$$L + 4L = (V_k - V_c) \cdot t_2. \quad (2)$$

Лодка обгонит сухогруз за время t_3

$$4L = (V_l - V_c) \cdot t_3. \quad (3)$$

Из (1) найдем скорость лодки

$$V_l = \frac{L}{t_1} + V_k.$$

Из (2) выразим скорость сухогруза

$$V_c = -\frac{5L}{t_2} + V_k.$$

Полученные выражения подставим в (3), получим

$$4L = \left(\frac{L}{t_1} + V_k - V_k + \frac{5L}{t_2} \right) t_3.$$

Из записанного выражения найдем t_3

$$t_3 = \frac{4t_1 t_2}{t_2 + 5t_1};$$
$$t_3 = \frac{4 \cdot 100 \cdot 50}{50 + 5 \cdot 100} = 36,4 \text{ с.}$$

Критерии проверки:

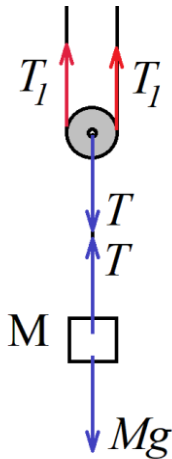
1	Записано выражение (1)	1 балл
2	Записано выражение (2)	3 балла
3	Записано соотношение (3)	1 балл
4	Правильно проделаны математические преобразования, получен ответ в общем виде	4 балла
5	Получен правильный числовой ответ	1 балл

2. Система блоков

Из одинаковых блоков, нитей и груза собрали систему, изображенную на рисунке. Масса груза равна M . Система находится в покое. Определить силу натяжения отмеченной стрелками нити.

Решить задачу для двух случаев:

- когда блоки невесомы (2 балла);
- блоки одинаковы и имеют массу m (8 баллов).



ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Рассмотрим случай невесомых блоков.

На каждом блоке возникает уменьшение силы натяжения нити в два раза, поэтому для сил натяжения можно записать

$$T = Mg;$$

$$2T_1 = T;$$

$$2T_2 = T_1;$$

...

$$2T_N = T_{N-1}.$$

Отсюда находим

$$T_N = \frac{1}{2^N} Mg.$$

Если блоки имеют массы, то для каждого блока условие равновесия несколько подправится, например, для самого нижнего оно будет иметь вид

$$2T_1 = T + mg.$$

Отсюда сила натяжения нити равна

$$T_1 = \frac{M + m}{2} g.$$

Для следующего блока условие равновесия имеет вид

$$2T_2 = T_1 + mg.$$

Сила натяжения нити равна

$$T_2 = \frac{Mg}{4} + \frac{3mg}{4}.$$

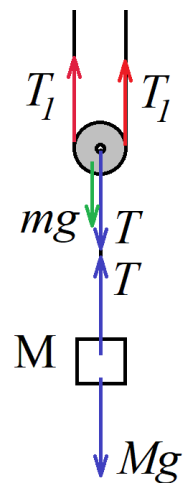
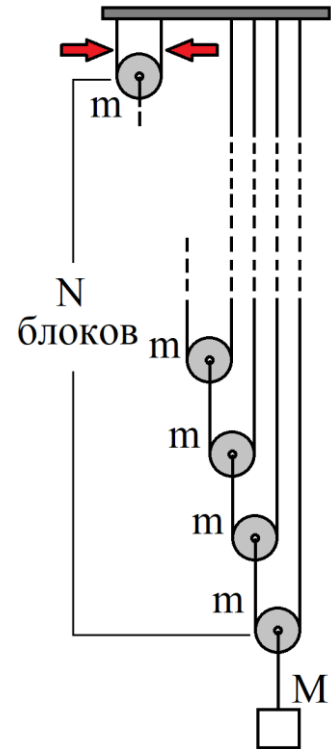
Действуя аналогичным образом, для сил натяжения нитей получим

$$T_3 = \frac{Mg}{8} + \frac{7mg}{8};$$

$$T_4 = \frac{Mg}{16} + \frac{15mg}{16};$$

...

$$T_N = \frac{Mg}{2^N} + \frac{(2^N - 1)mg}{2^N}.$$

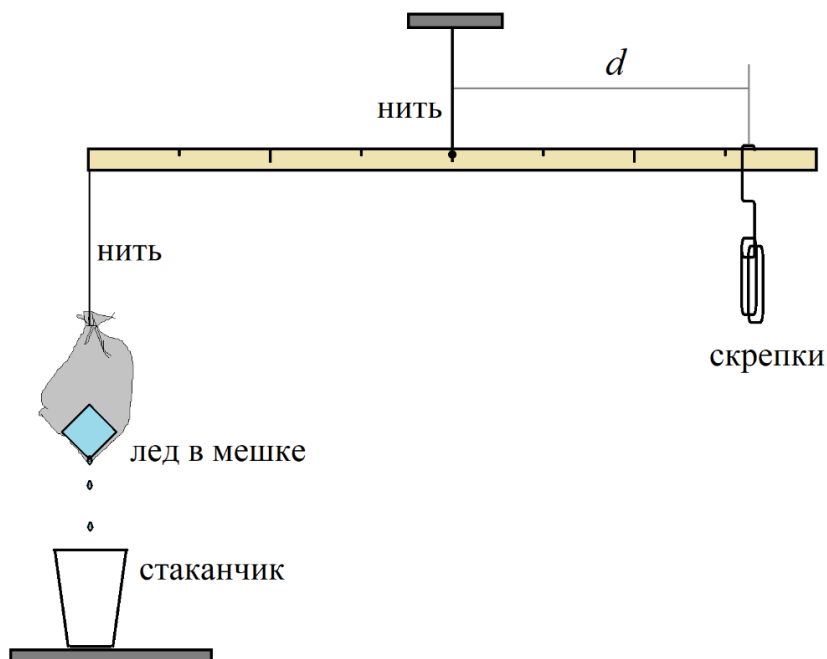


Критерии проверки:

1	Найдена сила натяжения для невесомых блоков	2 балла
2	Записана связь сил натяжения нитей и силы тяжести блока	3 балла
3	Получено выражения для T_N	До 5 баллов

3. Тающий лёд

Восьмиклассники решают экспериментальную задачу, в которой изучают процесс таяния льда. Им предложено следующее оборудование: штатив, кусочек



льда, стаканчик для сбора капель, нитка, секундомер, 10 скрепок известной массы (масса одной скрепки $m_c = 1 \text{ г}$), деревянная линейка длиной $L = 40 \text{ см}$ с отверстием посередине, полиэтиленовый пакет с отверстием. Работа проводилась следующим образом: кусочек льда в пакете подвешивался на край линейки, он уравнивался несколькими скрепками, которые подвешиваются к линейке с другой стороны от оси

вращения. Так как лед получает тепло от окружающей среды, то он тает, его масса уменьшается, равновесие нарушается, для сохранения равновесия расстояние d и количество скрепок нужно менять.

Данные эксперимента занесены в таблицу.

Количество капель	Время, мин	Количество скрепок	d , мм	Масса льда, г
0	0,00	6	173	
20	9,00	6	155	
40	19,50	6	133	
60	28,50	5	138	
80	42,20	4	140	
100	60,00	3	143	

Используя приведенные экспериментальные данные,

- получите расчетную формулу для массы льда и заполните последний столбец таблицы;
- постройте график экспериментальной зависимости массы льда от времени;
- по угловому коэффициенту наклона построенного графика определите количество теплоты, которое получает кусочек льда в единицу времени от окружающей среды, в предположении, что оно постоянно;
- определите среднюю массу капли.

Удельная теплота плавления льда равна $\lambda = 3,3 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$.

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Используя условие равновесия рычага, выразим массу нерастаявшего льда через массу скрепок и плечо d

$$Nm_c d = m_{\text{л}} \frac{L}{2}.$$

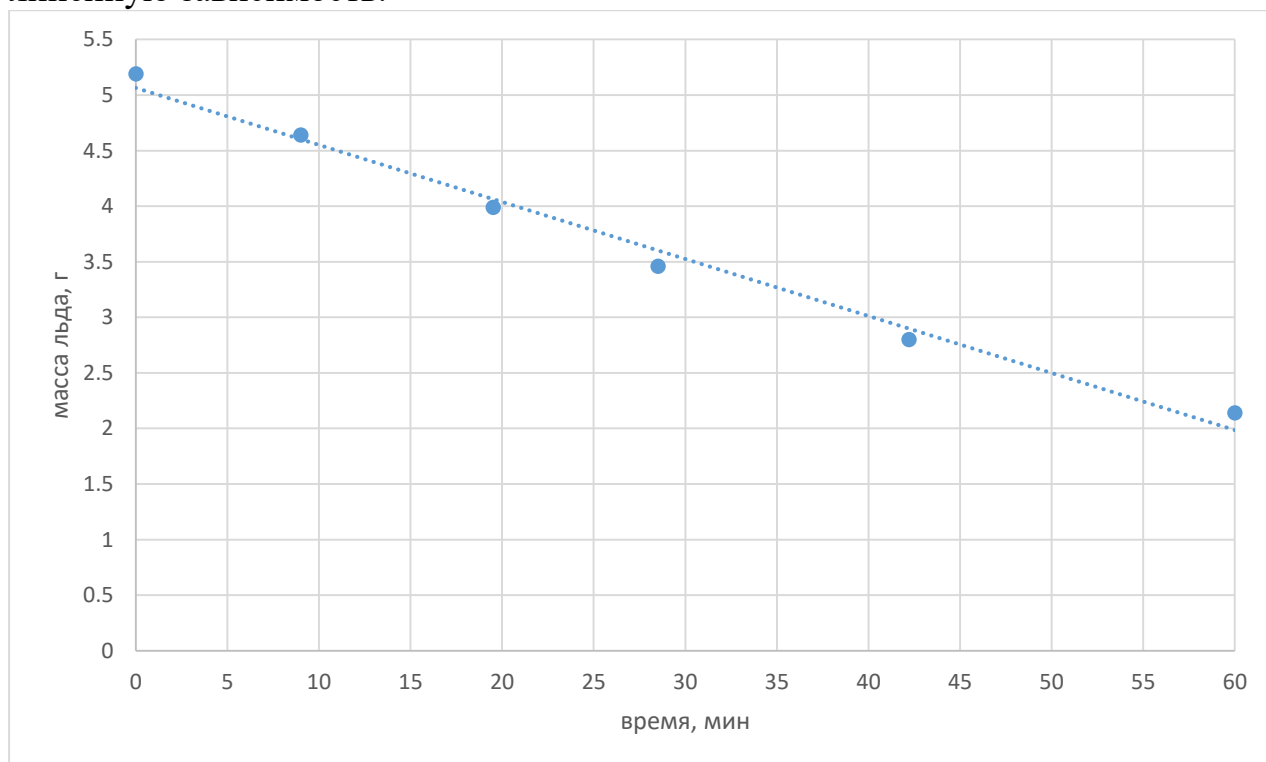
Выразим отсюда массу льда

$$m_{\text{л}} = \frac{2d}{L} Nm_c. \quad (1)$$

После этого можно заполнить последний столбец.

Количество капель	Время, мин	Количество скрепок, N	d, мм	Масса льда, г
0	0,00	6	173	5,19
20	9,00	6	155	4,64
40	19,50	6	133	3,99
60	28,50	5	138	3,46
80	42,20	4	140	2,80
100	60,00	3	143	2,14

Построим график зависимости массы льда от времени. Получаем линейную зависимость.



Определим среднюю мощность подводимого тепла N . Пусть за время Δt растаяла масса льда Δm , тогда

$$N \cdot \Delta t = \Delta m \cdot \lambda.$$

Отсюда определяем среднюю мощность подводимого тепла

$$N = \frac{\Delta m \cdot \lambda}{\Delta t}. \quad (2)$$

По графику определяем, что за $\Delta t = 60$ минут = 3600 с растает $\Delta m = 2,6$ г. Тогда мощность потерь равна

$$N = \frac{2,6 \cdot 10^{-3} \cdot 3,3 \cdot 10^5}{3,6 \cdot 10^3} = 0,24 \text{ Вт.}$$

Если мощность будет оцениваться из табличных данных, то тогда за $\Delta t = 60$ минут = 3600 с растает $\Delta m = 3,05$ г. Тогда мощность потерь равна

$$N = \frac{3,05 \cdot 10^{-3} \cdot 3,3 \cdot 10^5}{3,6 \cdot 10^3} = 0,28 \text{ Вт.}$$

Зная массу воды Δm , растаявшую за время Δt , и количество капель N , упавших за это время, можно определить массу одной капли m_0

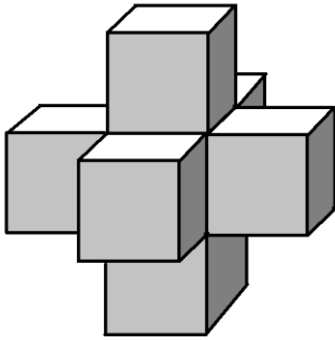
$$m_0 = \frac{\Delta m}{N} = \frac{2,6 \cdot 10^{-3}}{100} = 2,6 \cdot 10^{-5} \text{ кг} = 2,6 \cdot 10^{-2} \text{ г. из графика (3)}$$

либо из таблицы

$$m_0 = \frac{\Delta m}{N} = \frac{3,05 \cdot 10^{-3}}{100} = 3,1 \cdot 10^{-5} \text{ кг} = 3,1 \cdot 10^{-2} \text{ г.}$$

Критерии проверки:

1	Получена расчетная формула (1)	1,5 балл
2	Заполнен последний столбец, причем все значения посчитаны правильно. За каждое неправильное снимать по 0,2 балла	1 балл
3	Построен график массы льда от времени оси подписаны и оцифрованы график занимает не менее 70-80 % от площади листа точки нанесены правильно по точкам проведена прямая линия	2 балла 0,5 баллов 0,5 баллов 0,5 баллов 0,5 баллов
4	По графику определена мощность получена расчетная формула (2) полученное значение мощности находится в пределах от 0,22 до 0,30 Вт или полученное значение мощности находится в пределах от 0,20 до 0,32 Вт	До 3 балл 2 балла 1 или 0,5 баллов
5	Определение массы капли получена расчетная формула (3) значение от 0,023 до 0,034 грамма если значение не такое, как в предыдущем пункте, но порядок величины массы капли 10^{-2}	2,5 балла 1 балл 1 балл 0,5 баллов



4. Семь кубиков

Из семи одинаковых кубиков плотности ρ и ребром a собрана конструкция, показанная на рисунке. Конструкция аккуратно устанавливается на горизонтальное дно аквариума, в который медленно наливается жидкость плотности $5\rho/4$. Как зависит сила

давления конструкции на дно от высоты уровня жидкости h ?

Жидкость между нижним кубиком и дном аквариума не подтекает.

ВОЗМОЖНОЕ РЕШЕНИЕ:

Объём одного кубика равен a^3 , масса ρa^3 .

Пусть уровень жидкости $h < a$. Так как жидкость между нижним кубиком и дном аквариума не подтекает, то сила давления жидкости на дно равна силе тяжести, действующей на конструкцию

$$N = 7\rho a^3 g \text{ при } h < a.$$

Если уровень жидкости будет $a < h \leq 2a$, то на нижние грани четырех средних кубиков будет действовать сила давления жидкости, направленная вверх и равная $4 \cdot \rho_{\text{ж}} g (h - a) \cdot a^2$. Поэтому сила давления конструкции на дно будет меньше силы тяжести на эту величину. С учетом того, что плотность жидкости равна $5\rho/4$ получим

$$N = 7\rho a^3 g - 4 \cdot \frac{5}{4} \rho \cdot g (h - a) \cdot a^2 = 12\rho a^3 g - 5\rho a^2 h g \text{ при } a < h \leq 2a.$$

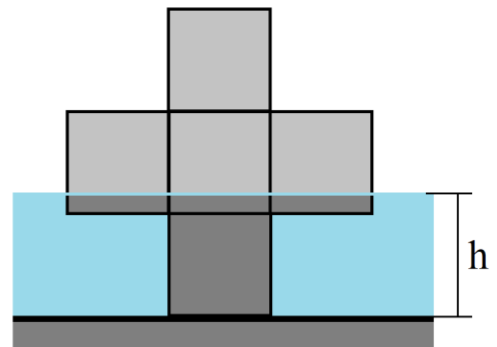
Определим значение силы давления на дно при $h = 2a$

$$N(2a) = 2\rho a^3 g.$$

Рассмотрим случай, когда уровень жидкости $2a < h \leq 3a$. На нижние грани средних кубиков снизу действует сила давления жидкости, направленная вверх (её мы рассчитали только что) и сила давления на верхние грани, направленная вниз, которая равна $4 \cdot \rho_{\text{ж}} g (h - 2a) \cdot a^2$. Поэтому сила давления конструкции на дно будет равна

$$\begin{aligned} N &= 7\rho a^3 g - 4 \cdot \frac{5}{4} \rho \cdot g (h - a) \cdot a^2 + 4 \cdot \frac{5}{4} \rho \cdot g (h - 2a) \cdot a^2 \\ &= 2\rho a^3 g \quad \text{при } 2a < h \leq 3a. \end{aligned}$$

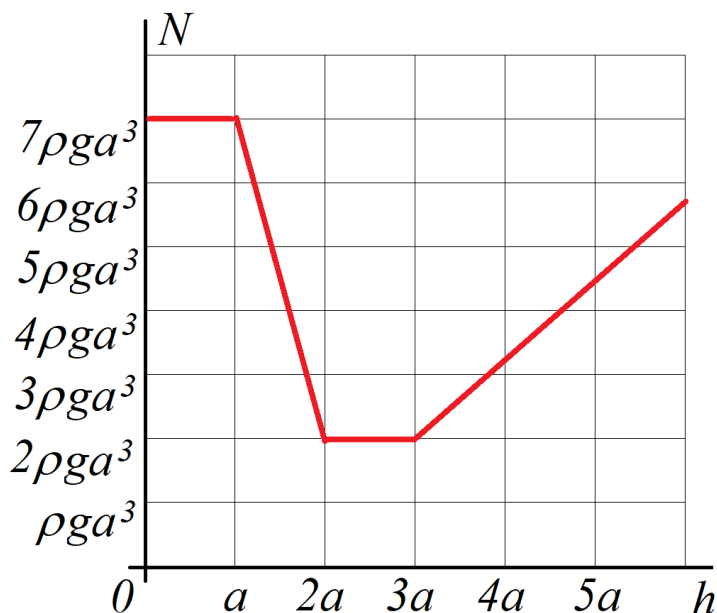
Пусть сейчас жидкость покрыла всю конструкцию, уровень жидкости $h > 3a$. К уже рассмотренным силам давления добавится сила давления жидкости на верхнюю грань верхнего кубика, которая равна $\rho_{\text{ж}} g (h - 3a) \cdot a^2$ и направлена вниз. Сила давления конструкции на дно в этом случае будет равна



$$N = 7\rho a^3 g - 4 \cdot \frac{5}{4} \rho g (h - a) a^2 + 4 \cdot \frac{5}{4} \rho g (h - 2a) a^2 + \frac{5}{4} \rho g (h - 3a) a^2$$

$$= \frac{5}{4} \rho g h a^2 - \frac{7}{4} \rho g a^3.$$

Для построения графика посчитаем значения силы давления при различных уровнях жидкости



$$N = 7\rho a^3 g \text{ при } h = 0;$$

$$N = 7\rho a^3 g \text{ при } h = a;$$

$$N = 2\rho a^3 g \text{ при } h = 2a;$$

$$N = 2\rho a^3 g \text{ при } h = 3a;$$

$$N = \frac{13}{4} \rho a^3 g \text{ при } h = 4a.$$

На участке $a < h \leq 2a$ сила давления на дно уменьшается по линейному закону, на участке $h > 3a$ сила давления увеличивается также по линейному закону. График зависимости силы давления конструкции на дно представлен на рисунке.

Критерии проверки:

1	Определена сила давления на дно при $h < a$	1 балл
2	Определение силы давления на дно при $a < h \leq 2a$ записано выражение для давления жидкости на уровне $2h$ найдена сила давления на нижние грани средних кубиков найдена сила давления на дно	2 балла 0,5 балла 1 балл 0,5 баллов
3	Определение силы давления на дно при $2a < h \leq 3a$ найдена сила давления на верхние грани средних кубиков найдена сила давления на дно	2 балла 1 балл 1 балл
4	Определение силы давления на дно при $h > 3a$ записано выражение для давления жидкости на уровне $3h$ найдена сила давления жидкости на верхнюю грань верхнего кубика найдена сила давления на дно	2 балла 0,5 балла 1 балл 0,5 баллов
5	Построение графика Расчет величины силы давления в ключевых точках ($h = 0, h = 2a, h = 3a, h = 4a \dots$ не менее четырех точек) по 0,25 балла за каждую точку, но за весь пункт не более 1 балла Верно выделены участки (постоянная сила давления, сила давления уменьшается, постоянна, увеличивается)	3 балла не более 1 балла 2 балла