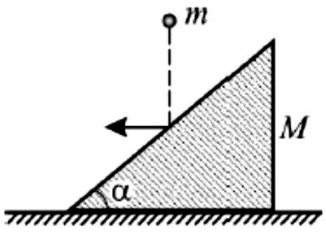
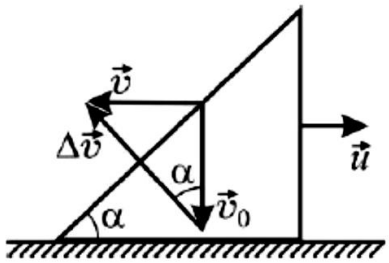
10 класс

Задача 1.

2. На горизонтальном столе покоится клин массой M. Сверху на клин падает шарик массой m. Определите угол α при основании клина, если известно, что после упругого удара о клин шарик отскочил по горизонтали, а клин начал двигаться поступательно. Трением между всеми поверхностями можно пренебречь.



Решение. Поскольку смещения шарика и клина за время соударения пренебрежимо малы и трение отсутствует, то сила взаимодействия шарика и клина направлена по нормали к наклонной плоскости. Следовательно, изменение импульса шарика $\Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v}$ при ударе также будет направлено по нормали к наклонной плоскости клина (см. рисунок, где $\vec{v}_0$ и $\vec{v}$ – скорости шарика до и после удара соответственно, $\vec{u}$ – скорость клина после удара). Из рисунка видно, что $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{v}{v_0}$. По закону сохранения импульса в проекции на горизонтальное направление $mv = Mu$. По закону сохранения кинетической энергии при упругом ударе $\dfrac{mv_0^2}{2} = \dfrac{mv^2}{2} + \dfrac{Mu^2}{2}$.



Отсюда $u = v\dfrac{m}{M}$, $v_0 = v\sqrt{1+\dfrac{m}{M}}$. Объединяя записанные выражения, получаем, что $\operatorname{tg}\alpha = \sqrt{\dfrac{M}{M+m}}$.

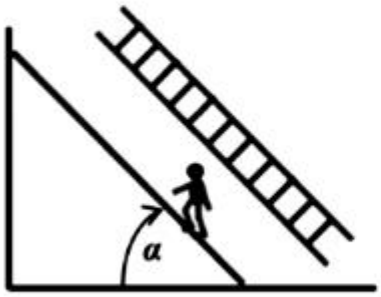
Ответ: $\alpha = \operatorname{arctg}\sqrt{\dfrac{M}{M+m}}$.

Критерии оценивания

1) Сделан рисунок с указанием компонент скорости 2 балла
2) Записано выражение для tg α 2 балла
3) Записан закон сохранения энергии 2 балла
4) Записан закон сохранения импульс 2 балла
5) Получено окончательное выражение 2 балла

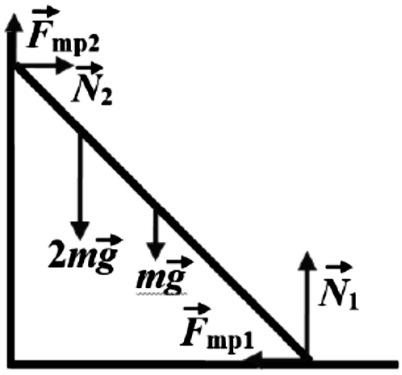
Задача 2.

У лестницы 11 одинаковых ступеней, распределенных равномерно: расстояние от нижнего конца до нижней ступени, расстояния между соседними ступенями и расстояние от верхней ступени до верхнего конца одинаковы. Ее поставили в угол, образованный стеной и полом. Коэффициент трения между стеной и лестницей $\mu = 0{,}25$, а коэффициент трения между лестницей и полом $2\mu = 0{,}5$. Человек с массой, равной удвоенной массе лестницы, поднимается по ступеням. Когда он перенес весь свой вес на девятую ступень, лестница, немного постояв, начала скользить. Чему равнялся угол между лестницей и полом?



Решение.

Решение задачи: Искомый угол α - в точности «критический» угол наклона, при котором силы трения, удерживающие лестницу от проскальзывания, еще обеспечивают равновесие (лестница «немного постояла»), но уже достигли своих максимальных значений. Пусть масса лестницы равна m, а масса человека – $2m$. Укажем на рисунке силы, действующие на лестницу в «критическом» положении (человек на 9-й



ступени). Запишем условие равновесия сил в проекциях на горизонтальную и вертикальную оси и найдем $N_{1,2}$:

$$\left\{\begin{array}{l} N_1 + \mu N_2 = 3mg \\ N_2 - 2\mu N_1 = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} N_1 = \dfrac{3mg}{1+2\mu^2} \\ N_2 = \dfrac{6\mu mg}{1+2\mu^2} \end{array}\right.$$

Теперь запишем условие моментов относительно нижнего конца лестницы (учитывая, что точка приложения веса человека находится на расстоянии $\frac{3L}{4}$ от него, где L – длина лестницы):

$mg\frac{L}{2}\cos(\alpha) + 2mg\frac{3L}{4}\cos(\alpha) - N_2 L[\sin(\alpha) + \mu\cos(\alpha)] = 0$. Из этого уравнения находим, что $\mathrm{tg}(\alpha) + \mu = \frac{2mg}{N_2} \Rightarrow \mathrm{tg}(\alpha) = \frac{1-\mu^2}{3\mu} = \frac{5}{4}$. Итак,

$$\alpha = \mathrm{arctg}\left(\frac{1-\mu^2}{3\mu}\right) = \mathrm{arctg}\left(\frac{5}{4}\right).$$

Ответ: $\alpha = \mathrm{arctg}\left(\frac{1-\mu^2}{3\mu}\right) = \mathrm{arctg}\left(\frac{5}{4}\right)$.

Критерии оценивания

1) Сделан рисунок с указанием сил 2 балла
2) Записано условие равновесия сил 3 балла
3) Записано условие моментов 3 балла
4) Получено окончательное выражение 2 балла

Задача 3. Две лампочки мощностью 40 Вт и 100 Вт с номинальным напряжением 110 В соединяют последовательно и включают в сеть с напряжением 220 В. Какую мощность потребляет каждая лампочка?

Решение.

Потребляемые мощности можно найти по формулам:

$P_1' = I^2 \cdot R_1$, $P_2' = I^2 \cdot R_2$ (1) **2 балла**

Сопротивления нитей лампочек определяется из номинальных параметров:

$P_1 = U_1^2 / R_1$

$P_2 = U_2^2 / R_2$ **2 балла**

Откуда:

$R_1 = U_1^2 / P_1$

$R_2 = U_2^2 / P_2$ (2) **2 балла**

Силу тока вычислим по закону Ома для последовательного участка цепи:

$I = U / (R_1 + R_2)$ (3) **1 балл**

Решив совместно уравнения (1), (2), (3), получим

$P_1' = (U^2 \cdot U_1^2) / (P_1 \cdot (U_1^2 / P_1 + U_2^2 / P_2))^2$ **2 балла**

$P_2' = (U^2 \cdot U_2^2) / (P_2 \cdot (U_1^2 / P_1 + U_2^2 / P_2))^2$

Подставим числовые данные:

$P_1' = 81{,}6$ *Вт*, первая лампочка будет светить с перекалом,

$P_2' = 32{,}6$ *Вт*, вторая лампочка будет светить слабо. **1 балл**

Ответ: 81,6 Вт, 32,6 Вт.

Всего: 10 баллов

Задача 4.

10.69. Внутри куска льда без воздушных пузырей находится вмерзший камень, плотность которого $\rho_к$ = 2000 кг/м^3, т.е. вдвое больше, чем у воды ($\rho_в$ = 1000 кг/м^3). Масса куска льда вместе с камнем M = 3 кг, а температура 0 °С. Этот кусок льда опустили в ведро объемом V = 10 л с водой, причем оказалось, что ведро заполнено по самые края, а над поверхностью воды выступает только 5 % от общего объема куска льда с камнем. Через некоторое время, после того как часть льда растаяла, кусок льда полностью погрузился в воду и продолжал плавать, не касаясь в течение длительного времени ни дна, ни стенок ведра. Найти массу камня и температуру воды в ведре до опускания в него куска льда. Удельная теплоемкость воды C = 4,2 кДж/(кг·°С), плотность льда $\rho_л$=900 кг/м^3, удельная теплота плавления льда λ = 335 кДж/кг. Теплообменом с окружающей средой и тепловым расширением тел пренебречь.

Решение.

10.69. Согласно условию плавания, вес куска льда с камнем должен равняться весу вытесненной воды. Следовательно, объём вытесненной воды (объём подводной части «айсберга») равен $\frac{M}{\rho_в} = 3$ л, объём воды в ведре равен $V - \frac{M}{\rho_в} = 7$ л, начальная масса воды в ведре $m_в = \rho_в V - M = 7$ *кг*. Обозначим через $V_к$ и $V_л$ объём камня и начальный объем льда. По условию задачи, из воды вначале выступает только 5% от суммарного объёма льда и камня. Поэтому объём их погружённой части равен объёму вытесненной воды: $0{,}95(V_к + V_л) = \frac{M}{\rho_в}$, а суммарная масса равна $M = \rho_к V_к + \rho_л V_л$.

Следовательно, $V_к = \frac{M}{\rho_к - \rho_л}\left(1 - \frac{\rho_л}{0{,}95\rho_в}\right)$ и $V_л = \frac{M}{\rho_к - \rho_л}\left(\frac{\rho_к}{0{,}95\rho_в} - 1\right)$

Масса камня и начальная масса льда равны:

$$m_К = \rho_К V_К = \frac{M\rho_К}{\rho_К - \rho_л}\left(1 - \frac{\rho_л}{0.95\rho_в}\right) =$$

$$= \frac{3 \cdot 2000}{2000 - 900}\left(1 - \frac{900}{0.95 \cdot 1000}\right) \approx 0.287(кг)$$

$$m_л = M - m_к \approx 3 - 0{,}287 = 2{,}713(кг).$$

Обозначим конечную массу льда через $m_л'$. Тогда сила тяжести, действующая на «айсберг» по окончании таяния, когда он плавает внутри воды с температурой 0 °С, уравновешивается силой Архимеда. Следовательно,

$$m_к + m_л' = \rho_в\left(\frac{m_к}{\rho_к} + \frac{m_л'}{\rho_л}\right).$$

Отсюда, $m_л' = \frac{\rho_л(\rho_к - \rho_в)}{\rho_к(\rho_в - \rho_л)} \cdot m_к \approx \frac{900 \cdot (2000 - 1000)}{2000 \cdot (1000 - 900)} \cdot 0.287 = = 1.292$ *(кг)*

Следовательно, растаяла масса льда $\Delta m = m_л - m_л' \approx 2{,}713 - 1{,}292 = 1{,}421(кг)$. На плавление льда массой Δm потребовалось количество теплоты $\lambda\Delta m$, которое было отнято от воды в ведре при её охлаждении от начальной температуры t до 0 °С: $\lambda\Delta m = Cm_в t$,откуда

$$t = \frac{\lambda\Delta m}{Cm_в} \approx \frac{335 \cdot 1{,}421}{4{,}2 \cdot 7} \approx 16{,}2\ (^\circ C).$$

Критерии оценивания.

1) Определены объем камня и льда 4 балла
2) Определены массы льда и камня 2 балла
3) Записано условие равновесия айсберга 2 балла
4) Записано уравнение теплового баланса 2 балла

Задача 5.

10.75.Два проводника сопротивлением 2 Ом и 6 Ом включаются в сеть сначала параллельно, потом последовательно друг к другу. Какое количество теплоты выделится в первом и во втором случаях в проводнике сопротивлением 6 Ом за время, в течение которого в проводнике 2 Ом выделяется 6 кДж?

Решение.

10.75.1.Последовательное соединение сопротивлений:

J - сила тока, Q - количество выделяемого тепла, t - время

$$Q_1 = J^2 R_1 t\,,\ Q_2 = J^2 R_2 t\,;$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_1}{R_2},\ Q_2 = Q_1 \frac{R_2}{R_1} = \frac{6 \cdot 6}{2} = 18кДж$$

2. Параллельное соединение сопротивлений

$$Q_1 = J_1^2 R_1 t\,,\ Q_2 = J_2^2 R_2 t\,;$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{J_1^2}{J_2^2}\frac{R_1}{R_2}$$

При параллельном соединении $\frac{J_1}{J_2} = \frac{R_2}{R_1}$.

Следовательно, $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_2^2}{R_1^2}\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_2}{R_1}$

$$Q_2 = Q_1 \frac{R_1}{R_2} = \frac{6 \cdot 2}{6} = 2кДж.$$

Ответ: $Q_{посл} = 18кДж,\ Q_{парал} = 2\ кДж.$

Критерии оценивания.

1) Записан закон Джоуля-Ленца для последовательного соединения 2 балла
2) Записан закон Джоуля-Ленца для параллельного соединения 2 балла
3) Найдено Q_1 2 балла
4) Записано условие обратной зависимости токов и сопротивлении при параллельном соединении 2 балла
5) Найдено Q_2 2 балла