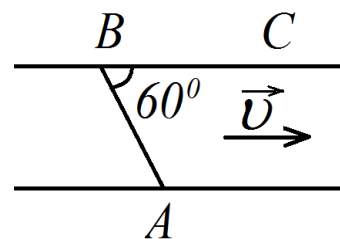


Решения задач 10 класса

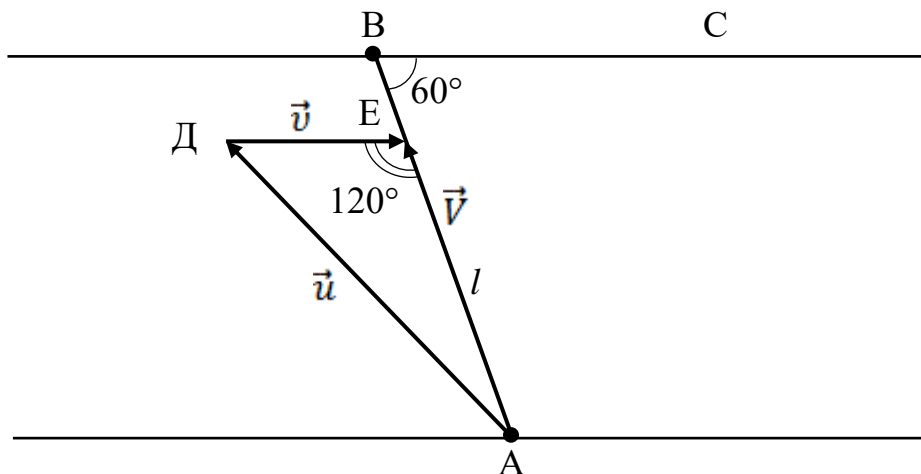
Задача 1.

Катер переплывает реку вдоль отрезка AB за время $t = 23$ с, двигаясь под углом $ABC = 60^\circ$ к противоположному берегу. Расстояние $AB = l = 150$ м, скорость течения реки $v = 5$ м/с. Чему равна скорость катера u относительно воды?



Решение:

Построим треугольник скоростей:



Скорость лодки относительно берега

$$V = \frac{l}{t}. \quad (1)$$

Угол $DEA = 120^\circ$.

По теореме косинусов

$$u^2 = v^2 + V^2 - 2vV \cos 120^\circ \quad (2)$$

Т.к. $\cos 120^\circ = -1/2$, то, с учетом (1),

$$u = \sqrt{v^2 + \left(\frac{l}{t}\right)^2 + v \frac{l}{t}}$$

Подстановка численных значений дает

$$u = 10 \text{ м/с.}$$

Ответ: $u = 10$ м/с.

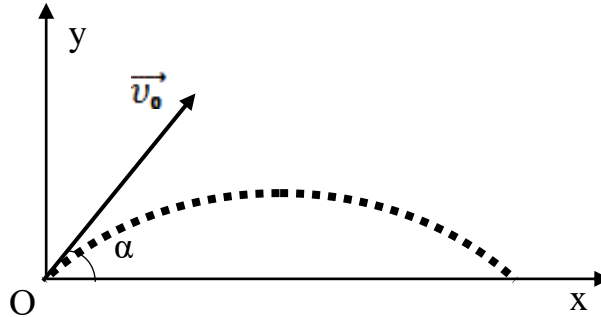
Критерии оценивания (10 баллов)

Построен треугольник скоростей (перемещений)	2
Получено выражение (2) для скорости (перемещения) из теоремы косинусов	4
Получено окончательное выражение для скорости и правильный ответ.....	4

Задача 2.

Из шланга, лежащего на земле, под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту бьёт струя воды. Площадь поперечного сечения шланга $S = 5 \text{ см}^2$, масса воды m , находящейся в воздухе, равна 5 кг . Чему равна начальная скорость струи v_0 ? Ускорение свободного падения g принять равным 10 м/с^2 .

Решение:



Масса воды, находящейся в воздухе:

$$m = \rho S v_0 t \quad (1)$$

где t – время полета частичек воды, ρ – плотность воды.

Из условия

$$v_y(t/2) = v_0 \sin \alpha - g \frac{t}{2} = 0$$

следует, что

$$t = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1) и разрешая полученное равенство относительно v_0 , получаем

$$v_0 = \sqrt{\frac{mg}{2\rho S \sin \alpha}} \quad (3)$$

Подстановка заданных численных значений дает:

$$v_0 = 10 \text{ м/с}$$

Ответ: $v_0 = 10 \text{ м/с}$.

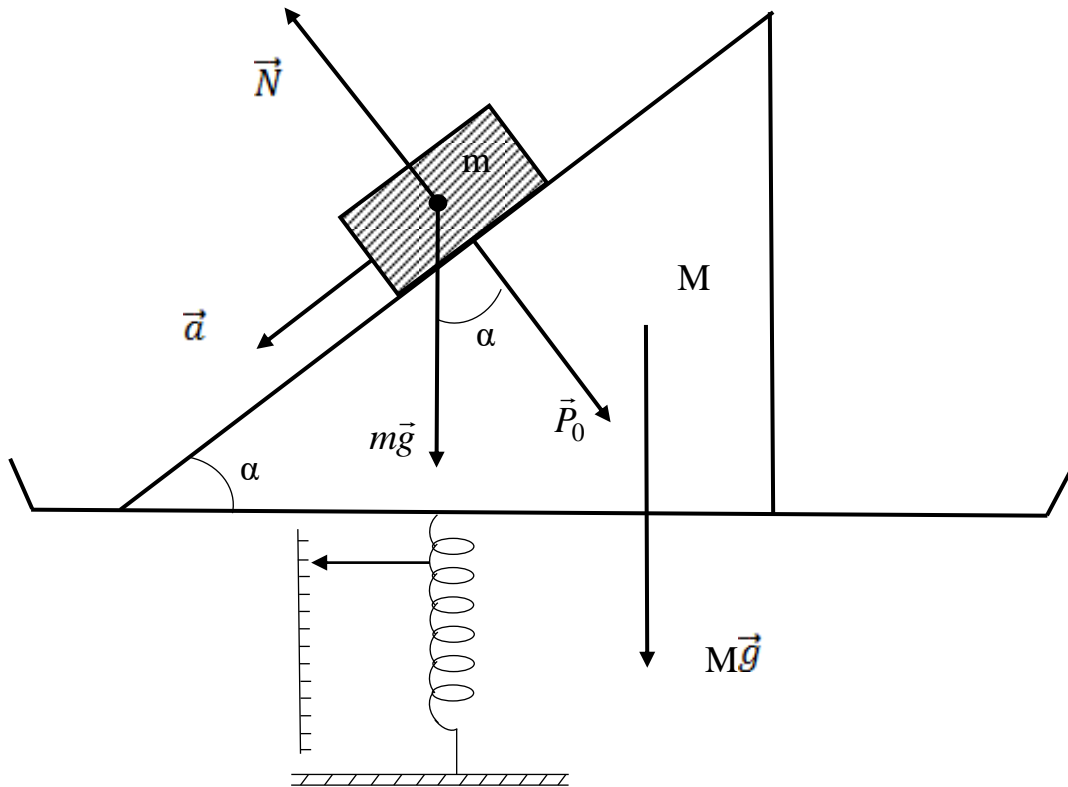
Критерии оценивания (10 баллов)

Получено выражение (1) для массы воды в полёте	4
Получено выражение (2) для времени полёта частички воды	2
Получено окончательное выражение для скорости и правильный ответ.....	4

Задача 3.

По гладкому клину с ускорением $a = 0,5 \cdot g$ ($g = 10 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения) соскальзывает тело массой $m = 0,5 \text{ кг}$. Клин лежит на пружинных весах, показания которых $P = 30 \text{ Н}$. Чему равна масса клина M ?

Решение:



Ускорение бруска

$a = g \sin \alpha$, следовательно

$$\sin \alpha = \frac{a}{g}. \quad (1)$$

Сила, с которой брусок давит на клин

$$\vec{P}_0 = -\vec{N}, \quad N = mg \cos \alpha, \quad \text{следовательно}$$

$$P_0 = mg \cos \alpha \quad (2)$$

Показание пружинных весов

$$P = Mg + P_0 \cos \alpha. \quad (3)$$

С учетом (2)

$$P = Mg + mg \cos^2 \alpha . \quad (4)$$

Согласно (1)

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha = 1 - \left(\frac{a}{g}\right)^2 . \quad (5)$$

Следовательно,

$$P = Mg + mg \left(1 - \left(\frac{a}{g}\right)^2\right) , \quad (6)$$

откуда

$$M = \frac{P}{g} - m \left(1 - \left(\frac{a}{g}\right)^2\right) . \quad (7)$$

Подстановка численных значений дает:

$$M = 21/8 \text{ кг}$$

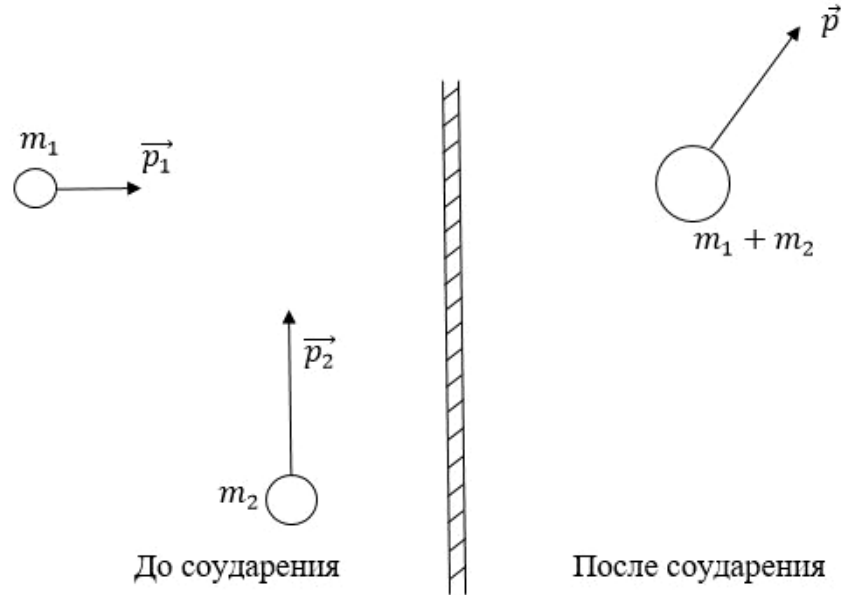
Ответ: $M = 21/8$ кг.

Критерии оценивания (10 баллов)

Получено выражение (1) для связи ускорений a и g	2
Получено выражение (2) для силы давления бруска на клин	2
Получено выражение (3) для силы давления клина на пружину весов	2
Получено окончательное выражение для массы клина (7) и правильный ответ	4

Задача 4.

Два тела массами m и $2m$ движутся во взаимно перпендикулярных направлениях со скоростями v и $2v$. Чему равна кинетическая энергия тела E_k , образовавшегося в результате неупругого соударения этих тел?



Решение:

По закону сохранения импульса

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2. \quad (1)$$

С учетом ортогональности векторов \vec{p}_1 и \vec{p}_2

$$p^2 = p_1^2 + p_2^2. \quad (2)$$

Искомая кинетическая энергия

$$E_k = \frac{p^2}{2(m_1 + m_2)}. \quad (3)$$

Учтем теперь, что

$$m_1 + m_2 = 3m, p_1 = mv, p_2 = 4mv \quad (4)$$

Подставляя (2) и (4) в (3), получаем

$$E_k = \frac{m^2v^2 + 16m^2v^2}{2(m + 2m)} = \frac{17}{6}mv^2 \quad (5)$$

Ответ: $E_k = 17/6 \cdot mv^2$.

Критерии оценивания (10 баллов)

Получено выражение (1) для связи импульсов в векторном виде	2
Получено выражение (2) для модулей импульсов	2
Получено выражение (3) для кинетической энергии	2
Получено окончательное выражение (5) и правильный ответ	4

Задача 5.

Электрический водонагреватель имеет две спирали. Если включить обе спирали, соединив их последовательно, то вода закипает через время $T_1 = 25 \text{ мин}$. При параллельном соединении спиралей вода закипает через время $T_2 = 6 \text{ мин}$. Через какие времена t_1 и t_2 закипит вода, если включать спирали по отдельности? Считать, что начальная температура воды во всех случаях одинакова, и вся выделяющаяся теплота расходуется на её нагревание.

Решение:

Пусть U – напряжение источника тока, R_1 и R_2 – сопротивления спиралей.

1) При последовательном соединении спиралей выделяющаяся теплота

$$Q = \frac{U^2}{R_1 + R_2} T_1. \quad (1)$$

При поочередном включении спиралей

$$Q = \frac{U^2}{R_1} t_1 = \frac{U^2}{R_2} t_2. \quad (2)$$

Из (1) – (2) следует, что

$$T_1 = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) t_1, \quad \frac{R_2}{R_1} = \frac{t_2}{t_1} \quad (3)$$

Отсюда

$$T_1 = t_1 + t_2 \quad (4)$$

2) При параллельном включении спиралей

$$Q = \frac{U^2}{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} T_2, \quad Q = \frac{U^2}{R_1} t_1 = \frac{U^2}{R_2} t_2 \quad (5)$$

Отсюда

$$T_2 = \frac{t_2}{1 + \frac{R_2}{R_1}}, \quad \frac{R_2}{R_1} = \frac{t_2}{t_1}$$

В результате

$$T_2 = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2}. \quad (6)$$

Уравнения (4) и (6) образуют систему уравнений относительно t_1 и t_2 . Подставляя численные значения T_1 и T_2 , получаем:

$$\begin{cases} t_1 + t_2 = 25 \\ \frac{t_1 \cdot t_2}{t_1 + t_2} = 6 \end{cases} \quad (7)$$

Отсюда $t_1 = 10 \text{ мин}$, $t_2 = 15 \text{ мин}$.

Ответ: $t_1 = 10 \text{ мин}$, $t_2 = 15 \text{ мин}$.

Критерии оценивания (10 баллов)

Получено выражение для последовательного соединения (1) и по отдельности (2)	2
Получена связь времён закипания (4) с последовательным соединением	2
Получено выражение для параллельного соединения (5)	2
Получена связь времён закипания (6) с параллельным соединением	2
Решена система (7) и получен правильный ответ	2