На решение олимпиадных заданий по физике 10 класса отводится 3.5 часа (210 минут)

10 КЛАСС

1. Лягушка (*Pelophylax ridibundus*) массой 150 *грамм*, прыгнула на расстояние 50 *см*. Высота траектории её полета 25 *см*. Каковы начальная скорость лягушки и угол вылета? На какую часть массы «похудеет» лягушка от такого прыжка, если энергия E и масса m связаны релятивистским соотношением $E = m \cdot c^2$, где $c = 3 \cdot 10^8$ *м/с* – скорость света в вакууме.

Возможное решение.

Дальность полета лягушки

$$L = \frac{v^2 \cdot \sin 2\alpha}{g}.$$ (2 балла)

Высота полета

$$H = \frac{v^2 \cdot \sin^2 \alpha}{2g}.$$ (2 балла)

Поделим первое уравнение на второе:

$$\frac{L}{H} = \frac{2 \cdot \sin 2\alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{4 \cos \alpha}{\sin \alpha} \Rightarrow tg\alpha = \frac{4H}{L} = 2 \Rightarrow \alpha = 63.4°.$$ (2 балла)

Так как, $tg\alpha = 4H/L$, то

$$\sin^2 \alpha = \frac{1}{1 + L^2 / (16H^2)}.$$

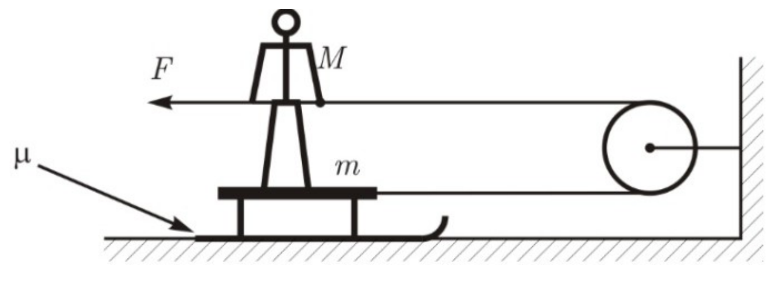
Значит,

$$v = \sqrt{2gH\left(1 + \frac{L^2}{16H^2}\right)} = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 0.25 \cdot \left(1 + \frac{0.5^2}{16 \cdot 0.25^2}\right)} = 2.5 \text{ м/с}.$$ (2 балла)

Потери энергии лягушки от одного прыжка равны ее начальной кинетической энергии: $K = mv^2/2$. Значит,

$$\Delta m \cdot c^2 = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow \frac{\Delta m}{m} = \frac{v^2}{2c^2} = 3.5 \cdot 10^{-17}.$$ (2 балла)

2. Экспериментатор Глюк решил покататься на санках, подтягивая себя к стене с помощью троса и системы блоков (Рис). К сожалению, снег ещё не выпал, поэтому Глюку приходится прикладывать к тросу силу F, чтобы санки ехали по асфальту. Масса Глюка $M = 70$ *кг*, масса санок $m = 5$ *кг*, коэффициент трения между санками и асфальтом $\mu = 0.5$. Глюк едет на санках с ускорением $a = 1$ *м/с²*? Чему равны сила трения F_1, действующая со стороны Глюка на санки, и сила F, которую Глюк прикладывает к тросу? Ускорение свободного падения $g = 10$ *м/с²*.



Возможное решение.

Пусть a — ускорение Глюка и санок, а F_1 — сила трения, действующая между Глюком и санками. Записав второй закон Ньютона для санок в проекции на вертикальную ось, найдём силу реакции опоры, действующую на санки:

$N = (M + m)g$. (1 балл)

Запишем также вторые законы Ньютона для Глюка и для санок в проекции на горизонтальную ось, направленную к стене:

$F - F_1 = Ma$, (1 балл)

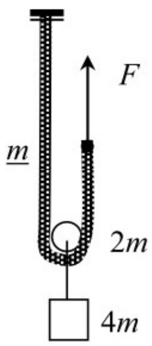
$F + F_1 - \mu(M + m)g = ma$. (2 балла)

Решая полученную систему уравнений, находим

$F = 0.5 \cdot (M + m)(a + \mu g) = 0.5 \cdot (70 + 5) \cdot (1 + 0.5 \cdot 10) = 225$ *Н*. (3 балла)

$F_1 = 0.5\{(m - M)a + \mu(M + m)g\} = 0.5 \cdot \{-65 + 0.5 \cdot 75 \cdot 10\} = 155$ *Н*. (3 балла)

3. К потолку прикреплена верёвка массой $m = 100$ *г* и длиной L, к которой через небольшой блок массой $2m$ подвешен груз, имеющий массу $4m$ (Рис.). Чтобы поднять свободный конец верёвки на $L/2$, внешней вертикальной силе, приложенной к свободному концу верёвки, потребуется совершить минимальную работу $A = 3.25$ *Дж*. Найти длину веревки L. Длиной части верёвки, огибающей блок, можно пренебречь. Ускорение свободного падения $g = 10$ *м/с*^{2}.



Возможное решение.

Требование минимальности работы подразумевает:

1) груз поднимается вверх медленно (без ускорения); (2 балла)
2) процесс происходит на участке, где приложенная сила минимальна.

Из условия равномерного движения груза $4m$ следует, что около блока сила натяжения верёвки $T = 3mg$. (1 балл)

Условие равномерного подъема свободного конца верёвки длиной x позволяет найти внешнюю силу F:

$F = T + m\dfrac{x}{L}g$. (2 балла)

Видно, что сила минимальна на начальном этапе подъема, когда свободный конец верёвки находится около блока. (2 балла)

Так как F изменяется линейно, работа может быть найдена как площадь трапеции на графике зависимости F(x) или через среднюю силу. (1 балл)

$$A = \frac{3mg + 3.5mg}{2} \cdot \frac{L}{2} = 1.625mgL \Rightarrow L = \frac{A}{1.625 \cdot mg} = \frac{3.25}{1.625 \cdot 0.1 \cdot 10} = 2 \text{ м}. \text{ (2 балла)}$$

4. Определите наибольший возможный объем одного моля идеального газа в процессе, происходящем по закону: $T = T_0 \cdot (1 - p_0/p)$, где T_0 и p_0 — известные положительные постоянные, p — текущее значение давления газа. В течение всего процесса $p > p_0$.

Возможное решение.

Запишем уравнение состояния для идеального газа, взятого в количестве 1 моль.

$pV = RT$, (2 балла)

где V – молярный объем газа. С учётом уравнения процесса (данного в условии), получим:

$$pV = RT_0\left(1 - \frac{p_0}{p}\right). \text{ (1 балл)}$$

Преобразуем уравнение к виду:

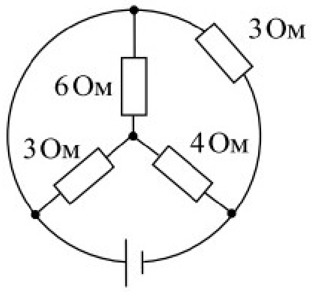
$$V = \frac{RT_0}{p_0}\left(\frac{p_0}{p} - \frac{p_0^2}{p^2}\right). \text{ (2 балла)}$$

Если произвести замену переменных: $x = p_0/p$, то мы получим квадратное уравнение (относительно x).

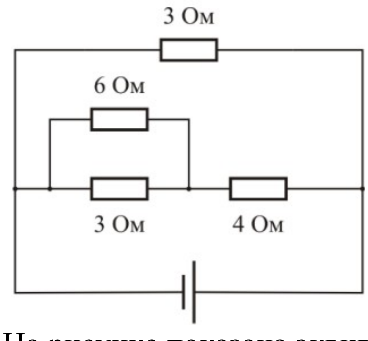
Вершине параболы соответствует значение $x = 1/2$, или $p = 2p_0$. (2 балла) Максимальный объем

$$V_{\max} = \frac{RT_0}{4p_0}. \text{ (3 балла)}$$

5. Чему равно напряжение на батарее в цепи, схема которой приведена на рисунке, если через нее протекает ток $I = 3$ A.



Возможное решение.



На рисунке показана эквивалентная схема. (5 баллов)

Пользуясь формулами для последовательного и параллельного соединения, получим, что все резисторы на схеме можно заменить одним с сопротивлением $R = 2$ $Ом$. (3 балла) Значит, напряжение на батарейке $U = IR = 6$ $В$. (2 балла)