

11 класс.

Первая задача.

Изображение будет действительным, когда он будет находиться от линзы на расстоянии $h \geq F$ (фокусное расстояние), с другой стороны $F = (v_0^2 - v_1^2)/2g$. Отсюда найдем v_1 в фокусе линзы:

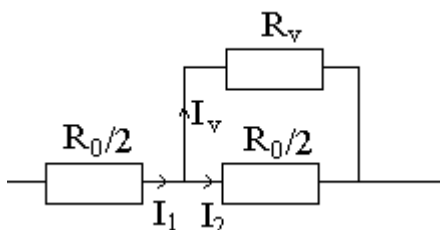
$$v_1 = (v_0^2 - 2g/D)^{1/2}$$

Время подъема шарика v_1/g . Значит, условие $h \geq F$ выполняется в течении времени $2(v_1/g)$.

При $v_0^2 \geq 2g/D$ время $t_x = 2(v_1/g)$, а при $v_0^2 \leq 2g/D$ время $t_x = 0$.

1. Определено условие получения действительного изображения (2 балла)
2. Найдена скорость шарика в фокусе линзы (3 балла)
3. Определено искомое время (3 балла)
4. Найдены два ответа задачи (2 балла)

Вторая задача.



I_0 и $U_0/2$ – ток и напряжение на резисторе без вольтметра.

$U_v = U_R$ – как параллельно соединенные.

$$I_R R_v = I_2 R_0/2 \Rightarrow I_v/I_2 = R_0/2 R_v = 1/18.$$

$$I_0 = I_1 = I_2 + I_v = I_2(1 + 1/18) \Rightarrow I_2 = 18I_0/19$$

$$\text{Напряжение при наличии вольтметра: } U = I_2 R_0/2 = \frac{18 I_0 R_0}{19 \cdot 2} = \frac{9}{19} U_0$$

Сделан вывод об уменьшении показания вольтметра (этот вывод можно сделать как на основе полученной формулы, так и эквивалентной схемы: часть тока идет через вольтметр и $I_2 < I_1$, соответственно напряжение, по закону Ома, на резисторе уменьшится).

$$\text{Найдено } \varepsilon = (U_0/2 - U) / U_0/2. \quad \varepsilon\% = 5,3\%$$

1. Нарисована эквивалентная схема с указанием элементов (1 балл)
2. Определено напряжение на одном резисторе без вольтметра $U_0/2$ (2 балла)
3. Найдена зависимость между I_1 и I_2 (2 балл)
4. Напряжение на резисторе при наличии вольтметра $U = (9 U_0)/19$ (2 балла)
5. Сделан вывод об уменьшении показания вольтметра (1 балл)
6. Найдено $\varepsilon = (U_0/2 - U) / U_0/2. \quad \varepsilon\% = 5,3\%$ (2 балла)

Третья задача.

Работа совершена за счет убыли энергии электрического поля. $A = W_1 - W_2$ где W_1 – энергия электрического поля сферического слоя от R до $2R$ сразу после сообщения заряда (Q) до расширения. Величина напряженности поля на расстоянии r равна $E = k(q+Q)/r^2$.

Величину энергии вычисляем интегрируя по объему слоя, воспользовавшись объемной плотностью энергии поля $w = \epsilon_0 E^2 / 2$:

$$W_1 = \int_{V_1}^{V_2} w dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{\epsilon_0 E^2}{2} dV$$

$$dV = 4\pi r^2 dr$$

$$W_1 = \int_{R_1}^{2R} \frac{\epsilon_0}{2} \left(\frac{k(q+Q)}{r^2} \right)^2 4\pi r^2 dr = \frac{k(q+Q)^2}{4R}$$

W_2 - энергия электрического поля сферического слоя от R до $2R$ после расширения. Величина напряженности поля на расстоянии r равна $E = kq / r^2$. Энергия вычисляется аналогично и равна $W_2 = kq^2 / 4R$.

Все это возможно потому что поле вне слоя до и после неизменно.

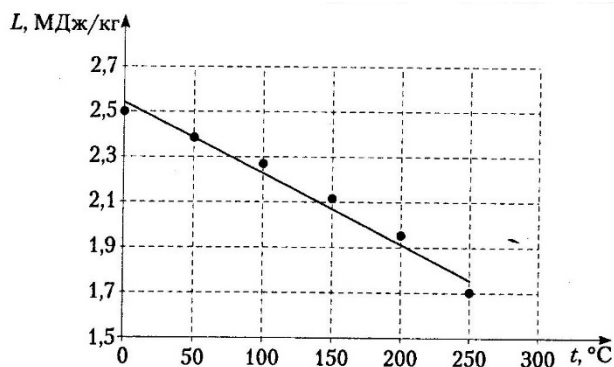
$A = k(2q+Q)Q/4R$. Отсюда получаем квадратное уравнение $Q^2 + 2qQ - 4RA/k = 0$.

Получаем 4 ответа: два - для положительного заряда q и два - для отрицательного.

1. Если есть $A = W_1 - W_2$ (1 балл)
2. Правильно рассчитана W_1 с учётом объемной плотности энергии (3 балла)
3. Правильно рассчитана W_2 (3 балла)
4. Получено квадратное уравнение (2 балла)
5. Получены 4 ответа (1 балл)

Четвертая задача.

График зависимости удельной теплоты испарения показан на рисунке.



С ростом температуры незначительно возрастает расстояние между молекулами, вследствие чего уменьшается энергия их взаимодействия и соответственно удельная теплота испарения. Построенную зависимость приближенно можно описать линейной функцией: $L = L_0 - at$

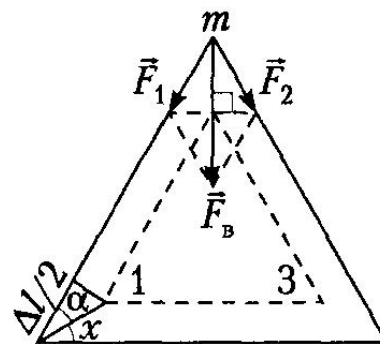
$L_0 = 2,5 \text{ МДж/кг}$, $a = 0,003 \text{ МДж/кг град}$.

1. График для воды:
 - разметка осей (1 балл)
 - нанесены точки (1 балл)
 - проведена сглаживающая прямая (1 балл)
2. Формула и качественное объяснение:

Увеличение расстояния между молекулами с ростом температуры, уменьшение энергии связи (2 балла)
 получена приближенная формула (3 балла)
 найдены численные значения (2 балла)

Пятая задача.

Все шарики в силу симметрии будут совершать одинаковые движения. Рассмотрим один из них. На шарик в горизонтальной плоскости действуют две силы упругости, модули которых одинаковы и равны $F_1 = F_2 = k_1 \Delta l$, где $\Delta l = 2x$ – удлинение пружинки; x – смещение шарика из положения равновесия. Модуль равнодействующей этих сил $F = 2 k_1 \Delta l \cos 30 = (4 k_1 \cos^2 30) x$ значит возвращающая сила пропорциональна смещению.



Уравнение колебаний:

$$ma = -F \quad \Rightarrow m \frac{d^2x}{dt^2} = -(4k_1 \cos^2 30)x \quad \Rightarrow \frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0,$$

где $\omega_0^2 = \frac{4k_1 \cos^2 30}{m}$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0}$$

Следовательно, шарики будут совершать гармонические колебания с периодом $T = 2\pi (m/3k_1)^{1/2}$.

1. Использование симметрии (2 балла)
2. Нахождение равнодействующей (3 балла)
3. Вывод о гармоничности колебаний шарика (1 балл)
4. Получение формулы периода (3 балла)
5. Правильный ответ (1 балл)