

7 класс

Задача 1. Во время Великой французской революции декретом конвента было введено «Десятичное время». Сутки от полуночи до полуночи делились на 10 десятичных часов, час на 100 десятичных минут, а минута на 100 десятичных секунд. Таким образом, полночь приходилась на 0:00:00, полдень — на 5:00:00 и т. п. Однажды курьер отправился из Парижа в Версаль, между которыми расстояние 5,2 лье, когда его новые десятичные часы показывали 3:56:78. Доставив важное донесение, он вернулся в Париж в 6:79:40. Определите среднюю скорость v_{cp} курьера. Ответ выразите в привычных нам км/ч.

Примечание: 1 лье равен 4 км.

Решение. В десятичном времени путешествие длилось $67940 - 35678 = 32262$ дес. секунд. По условию 50000 дес. секунд = 12 час. Следовательно, 32262 дес. секунд = $7,743$ ч. Расстояние от Парижа до Версаля и обратно равно $2 \cdot 5,2 \cdot 4$ км = $41,6$ км. Откуда $v_{cp} = 5,37 \approx 5,4$ км/ч.

Критерии оценивания

- 1) Найдена длительность путешествия в десятичном времени 2 балла
- 2) Перевод времени движения в привычные часы (привычное время) 4 балла
- 3) Перевод пути из лье в километры 2 балла
- 4) Определена средняя скорость 2 балла

Задача 2.

Автомобиль, едущий по круговой трассе, проходит один круг со средней путевой скоростью $V_1 = 30$ км/ч и начинает новый круг. С какой постоянной скоростью он должен проехать второй круг для того, чтобы эта скорость оказалась в два раза больше средней путевой скорости за два круга?

Решение.

Пусть длина одного круга трассы равна S , а средняя путевая скорость за два круга равна V . Тогда по определению средней путевой скорости:

$$V = \frac{2S}{\frac{S}{v_1} + \frac{S}{2V}} \Rightarrow V = \frac{4VV_1}{2V + V_1} \Rightarrow V = \frac{3}{2}V_1 = 45 \frac{\text{км}}{\text{ч}}.$$

Искомая скорость прохождения второго круга равна $u = 2V = 90$ км/ч.

Критерии оценивания

1. Определение средней скорости 1 балл
2. $V = \frac{2S}{\frac{S}{v_1} + \frac{S}{2V}}$ 4 балла
3. $V = 45$ км/ч 4 балла
4. Искомая скорость равна $u = 2V = 90$ км/ч 1 балл

Задача 3.

Когда смешали один литр жидкости A с одним килограммом жидкости B , получили смесь жидкостей с плотностью $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$. Найдите плотность жидкости B , если плотность жидкости A равна $\rho_A = 800 \text{ кг/м}^3$. Считайте, что объём смеси жидкостей равен сумме объёмов смешиваемых жидкостей.

Решение.

Пусть $V = 1 \text{ л}$, $m = 1 \text{ кг}$. С одной стороны, масса смеси жидкостей равна сумме масс составляющих, т.е.

$$M = m + \rho_A V.$$

С другой стороны, M можно найти, используя определение средней плотности:

$$M = \rho \left(V + \frac{m}{\rho_B} \right).$$

Решая эту систему уравнений, получаем:

$$\rho_B = \frac{m\rho}{m - (\rho - \rho_A)V} = 1250 \text{ кг/м}^3.$$

Критерии оценивания

- | | |
|---|---------|
| 1. $M = m + \rho_A V$ | 3 балла |
| 2. $M = \rho \left(V + \frac{m}{\rho_B} \right)$ | 4 балла |
| 3. $\rho_B = 1250 \text{ кг/м}^3$ | 3 балла |

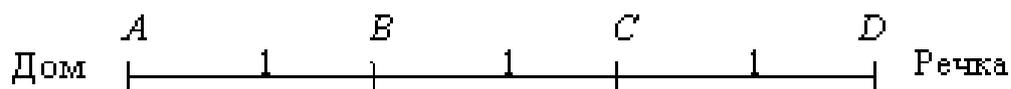
Задача 4.

Кот Матроскин и пес Шарик каждое утро бегают на речку умываться. Они выскакивают из дома одновременно и бегут по одной и той же тропинке. Скорость каждого из них постоянна, но Матроскин бежит в 3 раза быстрее Шарика, зато моется в 2 раза дольше, чем Шарик. Однажды Шарик, прибежав к речке, обнаружил, что не взял с собой полотенце. Он тут же побежал домой, схватил полотенце и прибежал к речке как раз в тот момент, когда Матроскин закончил умываться (бежал Шарик по той же тропинке и с той же скоростью, что и каждое утро).

Кто обычно прибегает домой раньше – Шарик или Матроскин или они прибегают домой одновременно?

Решение.

Разделим дорогу от дома к речке на три участка одинаковой длины (см. рисунок) и эту длину примем за 1.



Введем новую единицу измерения – «шарик»; по определению, 1 «шарик» – это время, нужное Шарiku, чтобы утром по дороге на речку пробежать участок длины 1.

По условию, когда Матроскин добегает до D (начинает умываться), Шарик как раз находится в точке B (ведь он бежит в 3 раза медленнее Матроскина).

Следовательно, на дорогу от дома до речки (так же, как и на обратную дорогу) Матроскин затрачивает столько же времени, сколько нужно Шарик, чтобы пробежать отрезок длины 1, т. е. 1 «шарик». Матроскин умывается 8 «шариков» (действительно, в тот день, когда Шарик забыл полотенце, он, как всегда, добежал до точки В, а Матроскин в этот момент начал умываться, затем Шарик пробежал 8 раз отрезок длины 1: от В к D (два участка длины 1), от D к А (три участка длины 1) и, наконец, от А к D уже с полотенцем (три участка длины 1), - и как раз Матроскин в этот момент умываться закончил). Далее, так как по условию Матроскин моется в два раза дольше Шарика, то Шарик моется 4 «шарика». Остается подсчитать время, затраченное каждым из наших героев на дорогу от дома к речке, умывание и дорогу обратно, от речки к дому. Шарик: $3 + 4 + 3 = 10$ «шариков»; Матроскин: $1 + 8 + 1 = 10$ «шариков». Следовательно, Матроскин и Шарик прибегают домой после умывания одновременно.

Критерии оценивания.

- 1) Введен условный масштаб расстояний - 2 балла
- 2) Проведено сравнение расстояний, проходимых героями за одно и то же время - 1 балла
- 3) Определена длительность умывания каждого героя задачи - 2 балла
- 4) Подсчитано время, затраченное каждым из героев на дорогу от дома к речке - 4 балла
- 5) Сделан окончательный вывод – 1 балл