11 класс

11-1. $F=\dfrac{\Delta P}{\Delta t}=\dfrac{\Delta(mV)}{\Delta t}=\dfrac{(\rho_0 V\Delta tS)V}{\Delta t}\sim\rho_0 V^2R^2$. Здесь R – линейный размер тела.

Для начала перекатывания куба момент этой силы относительно нижнего ребра должен превысить момент разности сил тяжести и Архимеда относительно этого же ребра: $F\dfrac{R}{2}\geq(mg-F_a)\dfrac{R}{2}=(\rho-\rho_0)gR^3\dfrac{R}{2}$, или $\rho_0 V^2\geq(\rho-\rho_0)gR$. Выражая характерный размер тела через его массу, получим выражение для "критической" скорости: $V^2\geq\dfrac{\rho-\rho_0}{\rho_0}g\sqrt[3]{\dfrac{m}{\rho}}$, $\rho_0 V^2\geq(\rho-\rho_0)g\sqrt[3]{m}$.

Сравним два тела:

$$\frac{V_1^{\,2}}{V_2^{\,2}}=\frac{(\rho_1-\rho_0)\sqrt[3]{m_1/\rho_1}}{(\rho_2-\rho_0)\sqrt[3]{m_2/\rho_2}}=\frac{(\rho_1-\rho_0)}{(\rho_2-\rho_0)}\sqrt[3]{\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)}\sqrt[3]{\left(\frac{m_1}{m_2}\right)}$$

Подставим значения: $\dfrac{V_1^{\,2}}{V_2^{\,2}}=\dfrac{0,5}{0,1}\sqrt[3]{\left(\dfrac{1,1}{1,5}\right)}\,\sqrt[3]{\left(\dfrac{1}{80}\right)}\approx 1$

Ответ: Будет достаточно уже имеющейся скорости потока.

Критерии оценивания

Получена оценка для силы давления	3
Записано условие переворачивания	3
Получена связь скорости с массой	2
Получен ответ	2

Указание проверяющему: 1. Следует засчитывать как верные ответы, совпадающие с авторским по порядку величины (при условии корректных рассуждений).
2. Решения, в которых не учитывается действующая на тело сила Архимеда, оценивать не выше 5 баллов.

11-2. Обозначим силу Архимеда, действующую на любой из шаров (размеры шаров одинаковы) как F_A. Тогда для более легкого шара, всплывающего со скоростью v_0, можно написать

$$m_1g+kv_0=F_A, \qquad (1)$$

где m_1 – масса легкого шара, а сила сопротивления, направленная вниз (против движения), записана в виде kv_0.

Для связанных нитью шаров можно записать аналогичное соотношение в виде

$$m_1g + kv + m_2g + kv = 2F_A \qquad (2).$$

В этой формуле m_2 – масса более тяжелого шара, v — скорость их всплывания и учтено, что силы сопротивления, действующие на шары, одинаковы. Поскольку более тяжелый шар может находиться в равновесии, будучи полностью погруженным в жидкость, то $m_2g = F_A$.

С учетом этого можно записать $m_1g + 2kv = F_A$, а согласно (1) получаем $m_1g + 2kv = m_1g + kv_0$, откуда следует, что $v = v_0/2$.

Ответ: со скоростью $v_0/2$.

Критерии оценивания

Записаны уравнения движения: для легкого шара	3
для тяжелого шара	2
для двух шаров вместе	3
Получен ответ	2

Указание проверяющему: вместо уравнения могут быть записаны уравнения для каждого из связанных шаров (с учетом силы натяжения).

11-3. Если поднимать поршень медленно, так, что в каждый момент в сосуде устанавливается термодинамическое равновесие, то поршень опустится на первоначальную высоту (обратимый процесс) – газ сначала охладится, затем настолько же нагреется. Если же поднять поршень очень быстро, то температура не успеет измениться и теперь газ, при поднятом поршне, будет иметь ту же температуру T_o, что и до поднятия поршня. После падения поршня с высоты $10H$ и прекращения его колебаний около нового значения высоты H_1, температура газа станет другой T_1, за счет совершения работы внешней силы тяжести поршнем, расходуемой на изменение внутренней энергии газа (необратимый процесс): $Mg(10H - H_1) = \frac{5}{2}\nu R(T_1 - T_o)$,

причём, и в начале и в конце цикла можно записать уравнение состояния:

$$\frac{Mg}{S} = \frac{\nu RT_o}{HS} = \frac{\nu RT_1}{H_1S}, \text{ откуда получаем: } T_1 = \frac{H_1}{H}T_o$$

Используя последнее соотношение, получим:

$$\frac{\nu RT_o}{H}(10H - H_1) = \frac{5}{2}\nu RT_o\left(\frac{H_1}{H} - 1\right), \text{ или } H_1 = 4{,}6\,H$$

Ответ: 4,6 H.

Критерии оценивания

Указано, что при быстром подъеме поршня температура газа не изменится	2
Записан закон сохранения энергии для падения поршня	3
Давление в сосуде связано с массой поршня	1
Записано уравнение состояния для начального и конечного положения	2
Получен ответ	2

Указание проверяющему: если используется формула для внутренней энергии одноатомного газа, снимать 2 балла.

11-4. Пусть Q – заряд полусферы. Минимальная работа, которую нужно совершить, чтобы поместить в эту точку заряд, равна потенциальной энергии его взаимодействия с зарядом полусферы. Поскольку точечный заряд находится на равном расстоянии от всех точек полусферы, эта энергия может быть подсчитана по формуле $W=kqQ/R$ (R – радиус полусферы).

Увеличение веса возникает, очевидно, за счет силы, действующей со стороны заряда на сферу, которая равна силе, с которой сфера действует на заряд.

Для подсчета этой силы разобьем сферу на бесконечно малые заряды ΔQ. Поскольку сфера заряжена равномерно, то $\Delta Q=\sigma\Delta S$, где ΔS – площадь участка сферы, имеющего заряд ΔQ, а $\sigma=Q/2\pi R^2$ – поверхностная плотность заряда полусферы.

Величина силы взаимодействия точечного заряда q с любым из этих зарядов будет одинакова и равна $kq\sigma\Delta S/R^2$, однако они будут иметь различные направления. Поскольку каждому заряду можно найти расположенный симметрично относительно оси полусферы, то горизонтальные компоненты сил при суммировании уничтожат друг друга, и полная сила взаимодействия определится как сумма вертикальных компонент. Если α – угол, который образует с вертикалью радиус, проведенный к рассматриваемому участку сферы (см. рис. 20), то вертикальная компонента будет равна $kq\sigma\Delta S\cos\alpha/R^2$. Но $\Delta S\cos\alpha$ – это площадь проекции рассматриваемого участка на основание полусферы. Поскольку остальные величины в этом выражении не зависят от угла α, то при суммировании по всем зарядам получим $F=kq\sigma\pi R^2/R^2=kq\sigma\pi=kqQ/4R^2$.

Тогда из условия задачи $kqQ/4R^2=mg$, и $W=2mgR=2{,}4$ Дж.

Ответ: 2,4 Дж.

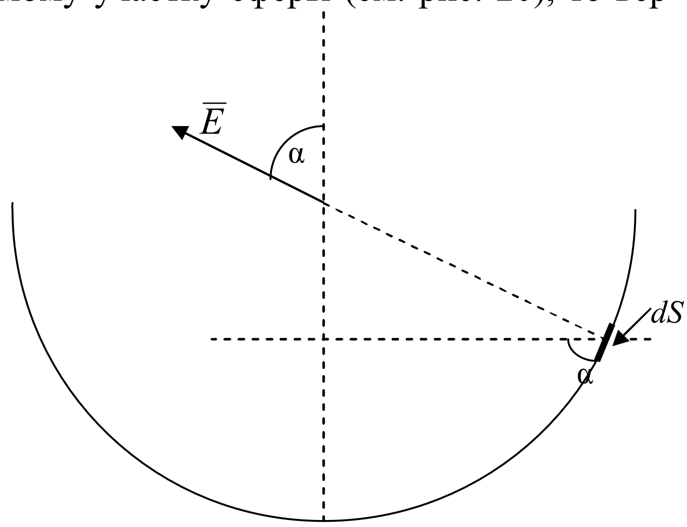

Рис. 20

Критерии оценивания

Найдена энергия взаимодействия заряда с полусферой	3
Найдена сила взаимодействия заряда с полусферой	5
Получен ответ	2

11-5. Обозначим: H – рост брата, h – рост Глюка, h_3 – высота зеркала. Будет также считать, что глаза экспериментатора находятся на высоте αh от пола. В силу подобия фигур братьев глаза старшего брата будут находиться на высоте αH от пола. Также обозначим l=60 см, L_1=300 см, L_2=165 см.

Построим ход лучей (рис. 21), соответствующий первому случаю (Глюк видит брата целиком).

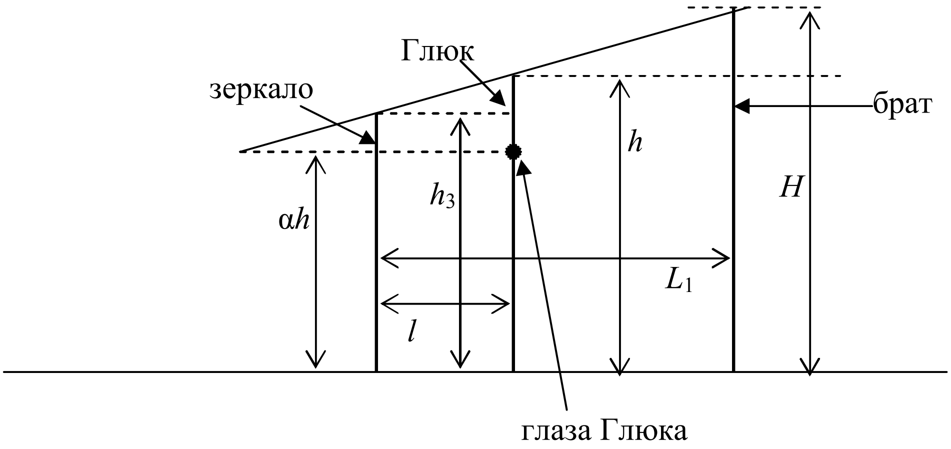

Рис. 21

Можно записать следующие соотношения: $h–h_3=h_3–\alpha h$ (1) и $\frac{L_1}{l}=\frac{H-h_3}{h-h_3}$ (2), которые содержат три неизвестных (h, h_3 и α).

Ход лучей во втором случае (брат видит глаза Глюка) приведен на рис. 22.

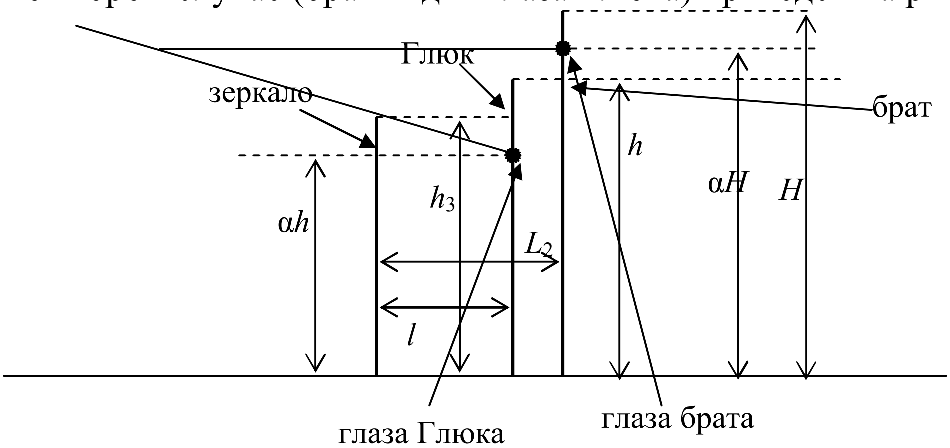

Рис. 22

Из него видно, что $\frac{L_2}{l}=\frac{\alpha H-h_3}{h-h_3}$ (3). Система уравнений (1)–(3) позволяет определить неизвестные: h=160 см, h_3=155 см, α=15/16.

Ответ: 160 см.

Критерии оценивания

Показан ход лучей в первом случае	2
Записано соотношение (1)	1
Записано соотношение (2)	2
Показан ход лучей во втором случае	2
Записано соотношение (3)	2
Получен ответ	1