

9 класс

9-1. Обозначим t_1 – продолжительность первого наклонного участка, t_2 – продолжительность горизонтального участка, t_3 – продолжительность второго наклонного участка на графике модуля скорости. Из графика можно получить: $t_1=3$ с, $t_2\approx 2,3$ с, $t_3\approx 1,7$ с.

Т.к. на первом участке скорость равномерно росла со временем, движение было прямолинейным. Пусть $V_1=40$ км/ч – скорость в конце первого участка. Тогда $V_1=at_1$, а длина первого участка $L_1=at_1^2/2=V_1t_1/2=16,7$ м.

На втором участке и скорость, и ускорение остаются постоянными по модулю. Такое возможно только при равномерном движении по окружности. Радиус этой окружности можно определить из формулы для центростремительного ускорения $R=V_1^2/a=V_1t_1=33,3$ м.

За время движения по окружности модель повернется на угол $\varphi=\omega t_2=V_1t_2/R=t_2/t_1\approx 0,77$ рад $\approx \pi/4$. Поэтому можно считать, что следующий (прямолинейный) участок направлен перпендикулярно первому (схематически траектория модели показана сплошной линией на рис. 12).

Длина третьего участка $L_3=V_1t_3+at_3^2/2\approx 24,2$ м. Тогда перемещение за все время движения

$$S = \sqrt{(L_1 + R)^2 + (L_2 + R)^2} \approx 76 \text{ м.}$$

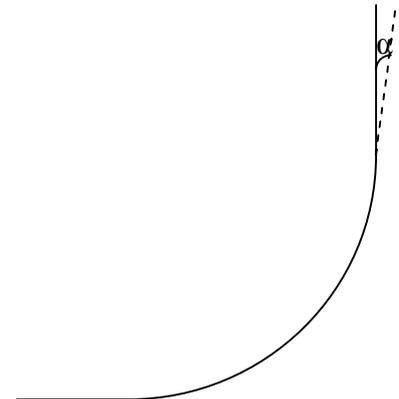


Рис. 12

Покажем, что пренебрегая отличием угла поворота от 90° , мы вносим погрешность менее метра. Пунктиром на рис. 12 показана "действительная" траектория на третьем участке, $\alpha=\pi/4-0,77=0,015$ рад. При этом начальная точка третьего участка сместится относительно рассчитанной нами на $R\alpha=0,5$ м вдоль окружности, а конечная – еще на $L_3\alpha=24,2\cdot 0,015=0,363$ м перпендикулярно траектории на последнем участке. Даже сумма этих величин менее метра, действительная погрешность будет еще меньше.

Ответ: 76 м.

Критерии оценивания

Определена длина первого участка	1
Показано, что второй участок – дуга окружности	2

Определен ее радиус	1
Определен угол поворота	1
Определена длина третьего участка	1
Получен ответ	2
Показано, что точность вычислений соответствует требуемой	2

Указания проверяющему: если участник не пренебрегает различием между углом поворота и 90° и при этом корректно рассчитывает перемещение, он должен получить полный балл. Требовать при этом оценки погрешности не нужно. Неуспешные попытки точного расчета перемещения не оцениваются, т.е. максимальная оценка должна составить 6 баллов.

9-2. Пусть масса груза, подвешенного к крайнему блоку, равна m , масса человека M , сила натяжения нити, прикреплённой к левому подвижному блоку T , сила реакции шеста N . Длину одной части планки обозначим L .

На рисунке 13 изображены вектора сил, действующих на систему «планка+человек», а также подписаны значения сил натяжения возле каждого из участков нитей. При этом учтено, что силы натяжения в различных участках одной и той же нити равны, а также должна быть равна 0 суммарная сила, действующая на подвижный блок. Запишем условия равновесия системы тел «планка+человек»:

- равенство сил в проекции на вертикальную ось:

$$3T/2 + N + mg = Mg + mg/2;$$

- равенство моментов сил относительно оси, проходящей через верхнюю точку шеста

$$3LT/2 + 6Lmg = 3LMg + 7Lmg/2$$

(можно было бы записать равенство моментов и относительно любой другой оси, но мы выбрали способ, позволяющий исключить момент силы реакции шеста из уравнения).

Решая эти два уравнения совместно, получим $T = 2Mg - 5mg/3$; $N = 2mg - 2Mg$. Очевидно, что силы N и T должны быть направлены вверх и, следовательно, в наших обозначениях должны быть положительными. Кроме этого, сила $T/2$ не должна превышать по величине Mg – в противном случае на человека будет со стороны планки действовать сила реакции, направленная вниз (либо человек оторвётся от планки). В таком случае получим два неравенства: $N \geq 0$, $0 \leq T \leq 2Mg$. Решая эти неравенства совместно, получим $M \leq m \leq 6M/5$, что после подстановки чисел дает $50 \text{ кг} \leq m \leq 60 \text{ кг}$.

Для ответа на второй вопрос задачи рассмотрим предельный случай $N = 0$, тогда получим $m = M$.

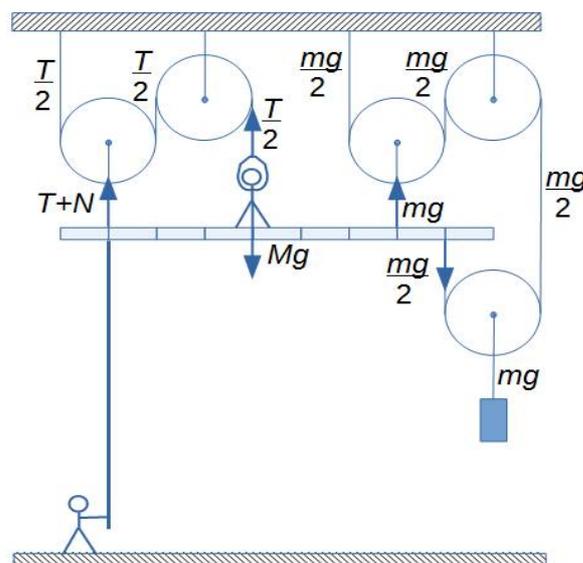


Рис. 13

Ответ: $50 \text{ кг} \leq m \leq 60 \text{ кг}$, 50 кг

Критерии оценивания

Записаны условия равновесия планки: два	3
только одно	1
Записаны ограничения на силу N	1
Записаны ограничения на силу T	2
Получен ответ на первый вопрос	2
Получен ответ на второй вопрос	2

9-3. В сосуде, очевидно, останется лишь та часть получившейся в результате таяния льда воды, объем которой равен объему погруженной в ртуть части льда. Погруженный объем $V_{\text{погр}}$ можно найти из условия плавания льда:

$$m_{\text{л}} = \rho_{\text{рт}} V_{\text{погр}}$$

где $m_{\text{л}}$ – масса льда, а $\rho_{\text{рт}}$ – плотность ртути. Объем же получившейся из льда

воды, очевидно, равен $V_{\text{воды}} = \frac{m_{\text{л}}}{\rho_{\text{воды}}}$. В итоге для перелившегося через края объ-

ма воды ΔV получаем выражение

$$\Delta V = \frac{m_{\text{л}}}{\rho_{\text{воды}}} - \frac{m_{\text{л}}}{\rho_{\text{рт}}} = \frac{m_{\text{л}}(\rho_{\text{рт}} - \rho_{\text{воды}})}{\rho_{\text{воды}}\rho_{\text{рт}}} = \frac{1,36 \cdot 12,6 \cdot 10^3}{10^3 \cdot 13,6 \cdot 10^3} = 1,16 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3, \text{ или } 1,16 \text{ литра.}$$

Ответ: 1,16 литра.

Критерии оценивания

Получен погруженный в ртуть объем льда	4
Получен объем воды, получившейся из льда	3
Получен ответ	3

9-4. Т.к. амперметры идеальные, их можно заменить на перемычки. Составим эквивалентную схему цепи (см. рис.14) и, обозначив силу тока через амперметр A_1 I , определим картину распределения силы токов по всем ветвям. Перенумеруем резисторы для удобства изложения (см. рис. 14)

Резисторы 1 и 2 подключены параллельно, поэтому текущие через них токи равны. Ток через резистор 3 равен их сумме. Суммарное сопротивление резисторов 1,2 и 3 равно $2R$, что вдвое больше подключенного параллельно к ним резистора 4, поэтому через резистор 4 течет вдвое больший ток, чем через резистор 3. Наконец, сила тока через резистор 6 есть сумма сил токов через резистора 4 и 3. Поэтому Из рисунка ясно, что сила тока через второй амперметр в шесть раз больше, т. е. $I_2 = 120 \text{ мА}$

Ответ: 120 мА.

Критерии оценивания

Получена эквивалентная схема без амперметров	4
Найден ток через резистор 3	2
Найден ток через резистор 4	2
Получен ответ	2

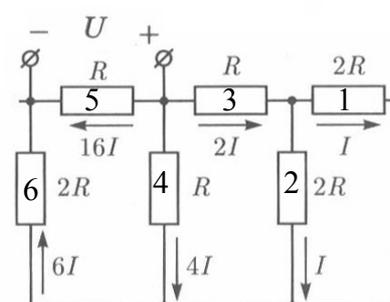


Рис. 14

9-5. Приведенный рис. 15 иллюстрирует ход лучей, соответствующий минимальной высоте зеркала. Поскольку расстояния от предмета до плоского зеркала и от плоского зеркала до изображения равны, то заштрихованные на рис. треугольники равны.

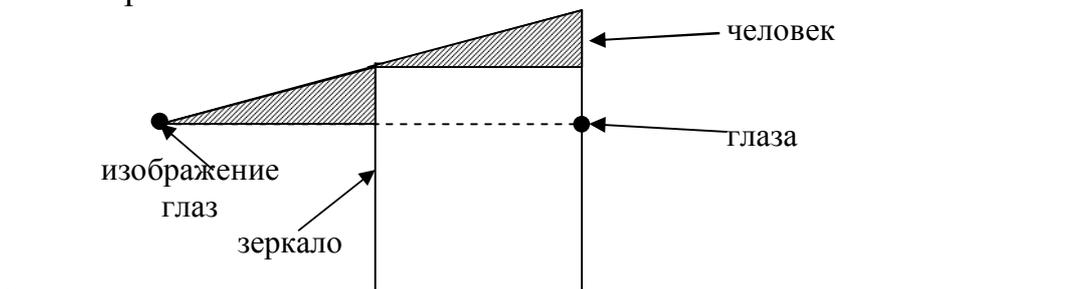


Рис. 15

Тогда разность роста человека и высоты зеркала равна разности высоты зеркала и высоты глаз человека над полом, откуда получаем ответ: 170 см

Ответ: 170 см.

Критерии оценивания

Построен рисунок, соответствующей минимальной высоте зеркала	6
Получен ответ	4

Указание проверяющему: для выставления полного балла за рисунок на нем обязательно должны присутствовать изображение глаз и луч, соединяющий его с верхними точками зеркала и человека.