

## Решения задач 10 класса

### Задача 1.

В сосуде при температуре  $10^{\circ}\text{C}$  находится небольшое количество воды. При помощи вакуумного насоса вызвано быстрое испарение воды, так, что вода замёрзла. Удельная теплота испарения  $L = 2,54 \text{ МДж/кг}$ ; удельная теплота плавления льда  $\lambda = 3,33 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$  удельная теплоёмкость воды  $c = 4200 \text{ Дж/кг} \cdot ^{\circ}\text{C}$ . Какая часть первоначальной воды превратилась в лёд?

**Решение:**

Составим уравнение теплового баланса:

$$(m - m_{\text{л}})L = cm_{\text{л}}(\Delta t) + m_{\text{л}}\lambda,$$

где  $m$  – первоначальная масса воды,  $m_{\text{л}}$  – масса, образовавшегося льда,  $(m - m_{\text{л}})$  – масса испарившейся воды.

После преобразований:

$$\left(1 - \frac{m_{\text{л}}}{m}\right)L = \frac{m_{\text{л}}}{m}(c\Delta t + \lambda);$$

$$L = \frac{m_{\text{л}}}{m}(c\Delta t + \lambda + L),$$

получим:

$$\frac{m_{\text{л}}}{m} = \frac{L}{c\Delta t + \lambda + L} = \frac{2,54 \cdot 10^6}{4,2 \cdot 10^3 \cdot 10 + 3,33 \cdot 10^5 + 2,54 \cdot 10^6} \approx 0,87 = 87\%$$

$$\text{Ответ: } \frac{m_{\text{л}}}{m} = \frac{L}{c\Delta t + \lambda + L} = 87\%$$

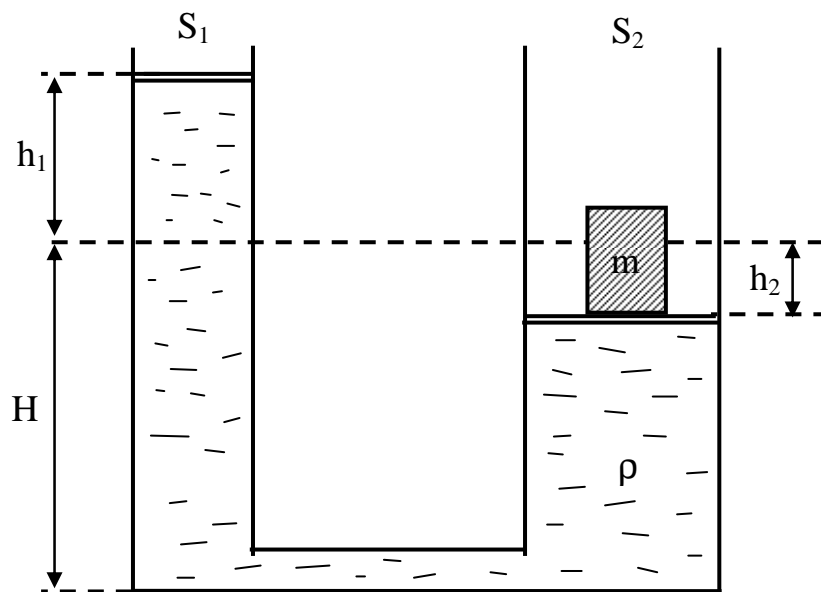
### Критерии оценивания (10 баллов)

Получено уравнение теплового баланса.....	4
Получено соотношение для $m_{\text{л}}/m$ .....	4
Получен правильный ответ.....	2

### Задача 2.

Вода в двух цилиндрических сосудах, соединённых перемычкой, находится в равновесии под лёгкими поршнями. Меньший поршень имеет площадь  $S_1 = 50 \text{ см}^2$ . На больший поршень площадью  $S_2 = 100 \text{ см}^2$  кладут аккуратно груз массой  $m = 1 \text{ кг}$ . Найдите количество теплоты выделившееся в системе после установления равновесия в новом положении. Плотность воды  $\rho = 1000 \text{ г/см}^3$ .

### Решение:



Запишем условие сохранения объёма перетекающей воды:

$$S_1 h_1 = S_2 h_2 \quad (1)$$

Из равенства давлений на дне сосудов получим:

$$\rho g(h_1 + H) = \rho g(H - h_2) + \frac{mg}{S_2}$$

или

$$\rho(h_1 + h_2) = \frac{m}{S_2} \quad (2)$$

Работа силы тяжести груза равна:

$$mgh_2 = \Delta E_n + Q$$

где изменение потенциальной энергии за счёт перетекания воды

$$\Delta E_{\text{п}} = h_1 S_1 \rho g h_1 - h_2 S_2 \rho g h_2 = \rho g (S_1 h_1^2 - S_2 h_2^2)$$

Следовательно,

$$Q = mgh_2 + \rho g (S_2 h_2^2 - S_1 h_1^2) \quad (3)$$

Из (1) и (2), находим

$$h_1 = \frac{m}{\rho(S_1 + S_2)}, \quad h_2 = \frac{m}{\rho(S_1 + S_2)} \cdot \frac{S_1}{S_2} \quad (4)$$

Подстановка (4) в (3) приводит к результату:

$$Q = \frac{2m^2 S_1^2 g}{\rho S_2 (S_1 + S_2)^2}$$

Подстановка заданных численных значений дает:

$$Q = 0,22 \text{ Дж}$$

**Ответ:**  $Q = 0,22 \text{ Дж}$ .

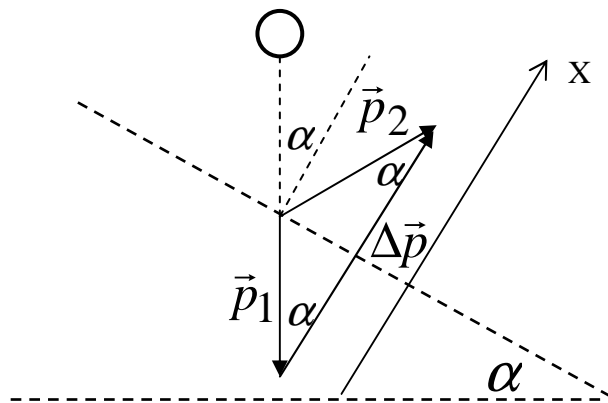
#### *Критерии оценивания (10 баллов)*

Получено выражение (1) для равенства перетекающего объёма.....	1
Получено выражение (2) для равенства давлений на одном уровне.....	2
Получено выражение для работы силы тяжести .....	2
Получено выражение для изменения потенциальной энергии.....	2
Получено выражение для количества теплоты и правильный ответ.....	3

### Задача 3.

Шарик массой  $m = 0,1$  кг падает с некоторой высоты, ударяется о наклонную плоскость и упруго отскакивает от неё без потери скорости. Угол наклона плоскости к горизонту  $\alpha = 30^\circ$ . За время удара шарик получает приращение импульса, модуль которого  $|\Delta\vec{p}| = 1,73$  кг·м/с. Какое время  $t$  пройдёт от момента удара шарика о плоскость до момента, когда он будет находиться в наивысшей точке траектории?

**Решение:**



Изменение модуля импульса

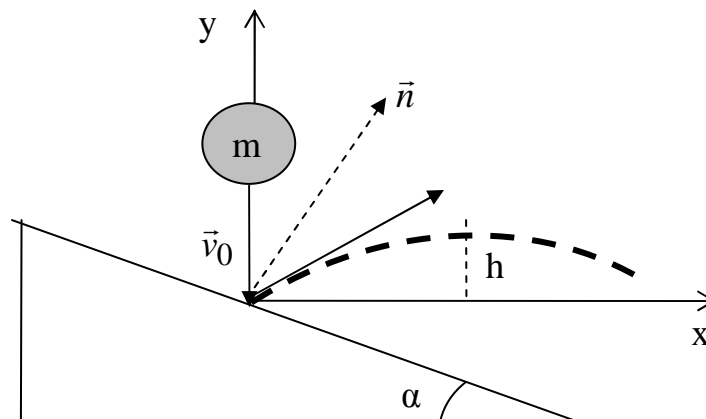
$$|\Delta\vec{p}| = (p_{2x} - p_{1x}) = 2p_n = 2mv_0 \cdot \cos\alpha$$

Откуда, скорость непосредственно перед моментом удара (и сразу после отскока):

$$v_0 = \frac{|\Delta\vec{p}|}{2m \cdot \cos\alpha}. \quad (1)$$

В системе координат (см. рис. ниже) проекция скорости меняется как:

$$v_y = v_{0y} - gt = v_0 \sin\alpha - gt$$



В наивысшей точке траектории  $v_y = 0$ ,

Следовательно:

$$0 = v_0 \sin \alpha - gt.$$

Откуда время подъёма при отскоке

$$t = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \quad (2)$$

Подставим уравнение (1) в (2), получим:

$$t = \frac{|\Delta \vec{p}| / \operatorname{tg} \alpha}{2mg} = \frac{1,73 \cdot \operatorname{tg} 30^\circ}{2 \cdot 0,1 \cdot 9,8} = 0,51 \text{ с}$$

**Ответ:**  $t = 0,51 \text{ с}$ .

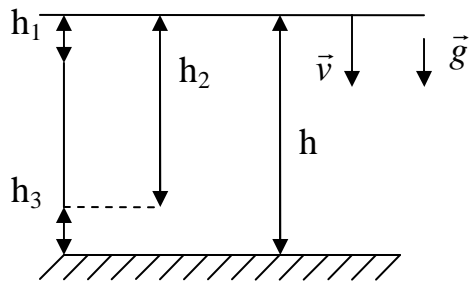
*Критерии оценивания (10 баллов)*

Получено выражение для изменения импульса	3 балла
Учтено, что в наивысшей точке траектории $v_y = 0$	2 балла
Получена формула (2)	3 балла
Получен числовой результат	2 балла

#### Задача 4.

Тело падает с высоты  $h = 19,6$  м с нулевой начальной скоростью. За какое время тело пройдёт первый и последний 1 м своего пути?

#### Решение:



Первый 1 м пути тело пройдёт за время:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}},$$

где  $h_1 = 1$  м, таким образом:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2 \cdot 1}{9,8}} = 0,45 \text{ с}$$

Общее время падения

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}; \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot 19,6}{9,8}} = 2 \text{ с.}$$

Последний 1 м своего пути тело пройдет за время  $t_3 = t - t_2$ , где  $t_2$  - время прохождения пути  $h_2 = h - h_3$ , а  $h_3 = 1$  м.

Так как

$$t_2 = \sqrt{\frac{2h_2}{g}}; \quad t_2 = \sqrt{\frac{2(h - h_3)}{g}},$$

то время

$$t_3 = t - \sqrt{\frac{2(h - h_3)}{g}}; \quad t_3 = 0,05 \text{ с.}$$

**Ответ:**  $t_3 = 0,05 \text{ с.}$

#### Критерии оценивания (10 баллов)

Сделан рисунок	1 балл
Найдено время прохождения 1 м. пути	3 балла
Получено выражение для общего времени падения	3 балла
Найдено время прохождения последнего метра пути	3 балла

### Задача 5.

На верёвке длиной  $l = 1$  м висит груз массой  $m = 5$  кг. Максимальное натяжение, которое может выдержать верёвка  $F_{\max} = 60$  Н. Оборвётся ли верёвка, если её отклонить на угол  $\alpha = 30^\circ$ ? На какой максимальный угол можно отклонить верёвку, чтобы она не разорвалась?

### Решение:

На груз действует две силы: сила тяжести  $F_T = mg$ , сила натяжения  $T$ . По второму закону Ньютона:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T}.$$

Максимальное натяжение верёвка испытывает в точке А, так как в этой точке груз движется с наибольшей скоростью, а значение ускорения:

$$a = a_n = v_A^2 / l.$$

В этой точке сила натяжения и тяжести направлены вдоль одной прямой и в противоположные стороны.

Следовательно:

$$m \frac{v_A^2}{l} = T_A - mg, \quad T_A = m \left( g + \frac{v_A^2}{l} \right). \quad (1)$$

Скорость в точке А определим из закона сохранения механической энергии.

В точке В полная механическая энергия

$$E_B = mgh,$$

где  $h = l(1 - \cos\alpha)$ .

В точке А полная механическая энергия равна кинетической (нулевой уровень потенциальной энергии ось АА'):

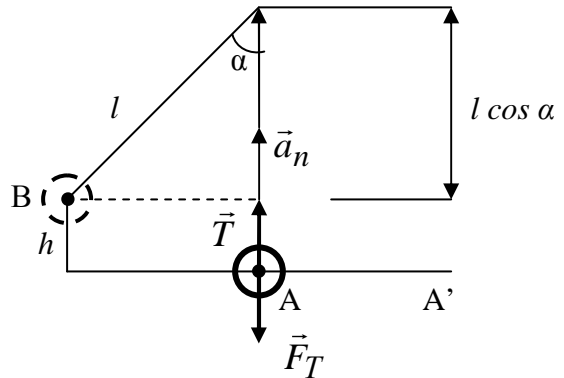
$$E_A = m \frac{v_A^2}{2}.$$

Откуда

$$v_A^2 = 2gl(1 - \cos\alpha).$$

Подставим в (1) максимальное значение силы  $F_{\max}$  и  $v_A^2$  определим  $\alpha_{\max}$ :

$$2mg(1 - \cos\alpha) = F_{\max} - mg;$$
$$\cos\alpha = 1 - \frac{F_{\max} - mg}{2mg} = 0,7 \quad \cos\alpha = 1 - \frac{F_{\max} - mg}{2mg} = 0,7.$$



Находим  $\alpha_{\max} = 45^\circ$ .

Следовательно, если отклонить на  $30^\circ$ , то она не оборвётся.

**Ответ:** При угле  $\alpha = 30^\circ$  не оборвётся;  $\alpha_{\max} = 45^\circ$ .

*Критерии оценивания (10 баллов)*

Сделан рисунок с указанием сил	2 балла
Записан основной закон динамики	2 балла
Получена формула (1)	2 балла
Записан закон сохранения механической энергии	2 балла
Получен максимальный угол	2 балла