**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников по физике**
**10 класс**
(время выполнения – 3 ч 50 мин, максимальное число баллов - 50)

**Задача 1**. (10 баллов) Физики в стране X пользуются теми же формулами, что и мы, но единицы измерения у них другие. Температура измеряется в градусах Фаренгейта (°F), мощность – в лошадиных силах (hp), ускорение – в единицах ускорения свободного падения (g), длина – в футах (ft). Чему равна удельная теплоемкость воды в системе единиц страны X, если в системе СИ она равна $c = 4,2$ кДж/(кг·°C).

*Примечание*. 1°F=(5/9)°C, 1 hp = 0,73 кВт, g=9,8 м/с$^2$, 1 ft = 0,3 м.

**Решение**. Единицы измерения величин связаны теми же формулами, как и сами величины, не учитывая безразмерных коэффициентов, стоящих в формулах. Воспользуемся формулами:

$$c = \frac{Q}{mT},\ Q = FL = mgL,$$

здесь $c$ - удельная теплоемкость, $T$ - температура, $Q$ - теплота, $m$ - масса, $FL$ - работа, $mgL$ - потенциальная энергия. Здесь мы использовали, что теплота и работа переходят друг в друга, значит измеряются в одних и тех же величинах.

Значит,

$$[c] = \left[\frac{gL}{T}\right],$$

где $[...]$ - единицы измерения величины в скобках. Подставляя данные из примечания к условию, получим искомые коэффициенты:

Единицы теплоемкости в стране X равны $9,8 \cdot \dfrac{0,3}{5/9} = 5,3$ единиц в системе СИ.

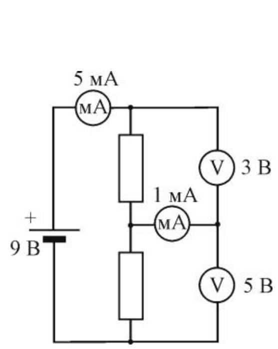
Теплоемкость воды $c_x = \dfrac{4200}{5,3} = 790$ единиц.

*Примечание*. система физических единиц, обсуждаемая в задаче, используется в США.

**Примерные критерии оценивания:**

1. Найдена размерность теплоемкости – 4 балла.
2. Найдены единицы теплоемкости – 3 балла.
3. Найдено значение теплоемкости – 3 балла.

**Задача 2**. (10 баллов) В схеме, показанной на рисунке, вольтметры одинаковы, миллиамперметры тоже одинаковы. Показания вольтметров 3 В и 5 В, показания миллиамперметров 5 мА и 1 мА. Напряжение батарейки 9 В. Найдите по этим данным сопротивления резисторов и сопротивление измерительных приборов (если они окажутся совсем не идеальными – не удивляйтесь).



**Решение**. Сопротивление миллиамперметра можно определить сразу – напряжение верхнего миллиамперметра составляет

9-3-5=1 В,

при этом ток через него 5 мА, тогда его сопротивление

$$r = 0,2 \text{ кОм.}$$

«Нижний» вольтметр показывает напряжение 5 В, «верхний» вольтметр показывает 3 В – при этом ток нижнего на 1 мА больше, чем верхнего (добавляется ток «нижнего» миллиамперметра). Отсюда сразу получится сопротивление вольтметра

$$R = 2 \text{ кОм.}$$

Тогда ток через верхний вольтметр составит 1,5 мА, а значит, через верхний резистор протекает ток

5-1,5=3,5 мА.

Напряжение на этом резисторе найти легко – при токе 1 мА напряжение между выводами миллиамперметра составит 0,2 В (при токе 5 мА такой же миллиамперметр «съедал» 1 В), тогда напряжение верхнего резистора будет равно

3-0,2=2,8 В

и его сопротивление составит

$$R_1 = 0,8 \text{ кОм.}$$

Аналогично, ток нижнего резистора

3,5- 1=2,5 мА

и напряжение на нем

5+0,2=5,2 В.

Тогда его сопротивление

$$R_2 = 2,08 \text{ кОм.}$$

**Примерные критерии оценивания:**

1. Найдено напряжение верхнего миллиамперметра и сопротивление миллиамперметров – 1 балл.
2. Найдено сопротивление вольтметров – 1 балл.
3. Найдено напряжение и ток верхнего резистора – 2 балла.
4. Найдено сопротивление верхнего резистора – 2 балла.
5. Найдено напряжение и ток нижнего резистора – 2 балла.
6. Найдено сопротивление нижнего резистора – 2 балла.

**Задача 3**. (10 баллов) В цилиндрический сосуд засыпают маленькие деревянные шарики общей массой $m = 500$ кг. Затем шарики вынимают, и в сосуд заливают воду массой $M = 1000$ кг, причем она достигает того же уровня, что и шарики до этого – уровня $h = 1$ м от дна. Шарики засыпают обратно. На каком расстоянии от дна будут находиться самые верхние шарики? Плотность дерева $\rho = 800$ кг/м$^3$, плотность воды - $\rho_0 = 1000$ кг/м$^3$.

**Решение**.

Легко найти объем воды

$$V_1 = M / \rho_0 = 1 \text{ м}^3$$

и суммарный объем шариков

$$V_1 = m / \rho = 0,625 \text{ м}^3.$$

Таким образом, общий объем пустот между шариками

$$V_3 = \frac{M}{\rho_0} - \frac{m}{\rho} = 0,375 \text{ м}^3;$$

объем пустот составляет долю

$$k = \frac{V_3}{V_2} = \frac{3}{5}$$

от объема шариков.

Поскольку шарики менее плотные чем вода, они будут всплывать, пр этом часть шариков будет находиться под водой. Сила тяжести, действующая на шарики, будет уравновешиваться силой Архимеда:

$$mg = \rho_0 g V_4,$$

где $V_4$ - объем находящихся под водой шариков. Отсюда

$$V_4 = \frac{m}{\rho_0} = 0,5 \text{ м}^3.$$

Объем пустот между находящимися под водой шариками равен

$$V_5 = kV_4 = 0,3 \text{ м}^3;$$

этот объем заполнен водой. Следовательно, объем воды, находящейся ниже уровня шариков равен

$$V_6 = V_1 - V_5 = 0,7 \text{ м}^3.$$

Поскольку вода объема $V_1$ доходит до уровня $h$, то вода объема $V_6$ доходит до уровня

$$h_1 = hV_6 / V_1 = 0,7 \text{ м}$$

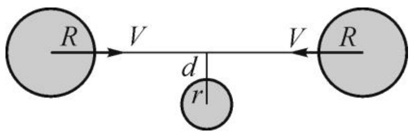
от дна – это нижняя граница шариков. Таким образом, самые верхние шарики расположены на уровне

$$x = h + h_1 = h\left(2 - \rho / \rho_0 + m / M\right) = 1,7 \text{ м от дна.}$$

**Примерные критерии оценивания:**

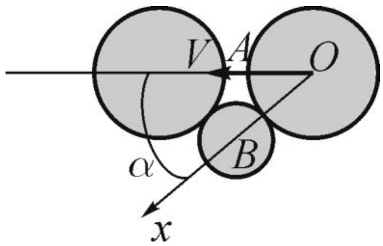
1. Найден объем воды – 1 балл.
2. Найден суммарный объем шариков – 1 балл.
3. Найден объем пустот в шариках – 1 балл.
4. Записано условие плавания шариков –1 балл.
5. Найден суммарный объем шариков, находящихся под водой – 1 балл.
6. Найден объем пустот шариков под водой и указано, что это объем воды между шариками – 2 балла.
7. Найден объем свободной воды – 1 балл.
8. Определена высота свободной воды или нижняя граница шариков – 1 балл.
9. Найдена высота верхнего уровня шариков - 1 балл.

**Задача 4**. (10 баллов) Две одинаковые массивные шайбы радиуса $R$ каждая двигаются по скользкой горизонтальной плоскости навстречу друг другу со скоростями $V$ по одной прямой. Посередине между ними лежит очень легкая шайба радиуса $r$. Ее центр находится на расстоянии $d$ от прямой, соединяющей центры тяжелых шайб. Какую скорость приобретет легкая шайба после того, как шайбы разлетятся? Все шайбы жесткие (недеформируемые), соударения абсолютно неупругие.




**Решение**. Если $d=0$, силы, действующие на малую шайбу со стороны больших, компенсируются. В этом случае скорость шайбы после взаимодействия $u=0$.

Другой случай, $d>\sqrt{(R+r)^2-R^2}$, возникает, когда тяжелые шайбы вообще не соприкасаются с легкой (а только лишь друг с другом), тогда скорость легкой шайбы также остается $u=0$.




При $0<d<\sqrt{(R+r)^2-R^2}$ шайбы будут взаимодействовать. Из соображений симметрии очевидно, что вектор скорости легкой шайбы перпендикулярен скоростям тяжелых шайб (параллельно *AB*).

Проведем ось Ox через центры тяжелой и легкой шайбы в тот момент, когда они соприкоснулись друг с другом. Так как шайбы недеформируемы, то легкая шайба моментально приобретает такую скорость $u$, что проекции скоростей тяжелой и легкой шайб на ось Ox равны друг другу:

$$u_x = u\sin\alpha = V_x = V\cos\alpha .$$

Угол $\alpha$ легко найти, рассматривая прямоугольный треугольник *OAB*:

$$\sin\alpha = \frac{d}{R+r} .$$

Выражая из полученных равенств скорость $u$, получаем ответ:

$$u = V\frac{\sqrt{(R+r)^2-d^2}}{d} .$$

**Примерные критерии оценивания:**

1. Рассмотрен случай лобового столкновения – 2 балла.
2. Рассмотрен случай, когда столкновение не происходит – 2 балла.
3. Записан закон сохранения импульса в проекции – 2 балла.
4. Получено выражение для $\sin\alpha$ - 2 балла.
5. Найдено выражение для скорости - 2 балла.

**Задача 5**. (10 баллов) У экспериментатора Глюка и теоретика Бага есть по три стакана – красный, зеленый и синий. Каждый стакан содержит по $M = 50$ г воды. Температура воды в красных стаканах $t_1 = 10$°С, в зеленых - $t_2 = 30$°С, в синих - $t_3 = 50$°С. Глюк выливает из красного стакана $m = 10$ г воды, а затем сливает свою воду в синий стакан и перемешивает. Баг переливает воду из красного стакана в зеленый, перемешивает и проливает некоторое количество воды. Оставшуюся воду он переливает в синий стакан. Оказалось, что после всех этих операций температуры воды в синем стакане у Глюка и Бага оказались одинаковы. Сколько воды пролил Баг? Теплообменом воды с окружающей средой и со стаканами пренебречь. Объем стаканов достаточен, чтобы вместить всю имеющуюся воду.

**Решение**. Сначала выведем формулу, позволяющую определить температуру воды, устанавливающуюся при смешении двух объемов. Пусть два объема воды массами $m_a$ и $m_b$ имели до смешения температуры $T_a$ и $T_b$. Конечная температура $T$ определяется из того условия, что количество теплоты, отданное одним объектом, равно количеству теплоты, полученному другим:

$$cm_a\left(T_a - T\right) = cm_b\left(T - T_b\right) \Rightarrow T = \frac{T_a m_a + T_b m_b}{m_a + m_b}.$$

На имеет значения, в каком порядке смешивал воду Глюк; предположим, что сначала он перелил воду из зеленого стакан в синий. Подставляя в формулу $m_a = m_b = 50$ г, $T_a = 30$°С, $T_b = 50$°С, получаем $T = 40$°С, то есть после этого переливания у Глюка оказалось 100 г воды при температуре 40°С. После того, как туда было долито 40 г воды при температуре 10°С из красного стакан, в синем стакане установилась температура $31\frac{3}{7}$°С.

Теперь вычислим, какая температура установилась в синем стакане у Бага. Когда он перелил воду из красного стакан в зеленый, там оказалось 100 г воды при температуре 20°С. Обозначим за $x$ массу воды (в граммах), пролитой Багом из зеленого стакана. Таким образом, при втором переливании Баг смешал $\left(100 - x\right)$ г воды при температуре 20°С и 50 г воды при температуре 50°С. Итоговая температура получилась такая же, как у Глюка - $31\frac{3}{7}$°С.

Таким образом, при $m_a = 100 - x$ г, $T_a = 20$°С, $m_b = 50$ г, $T_b = 50$°С,

$$\frac{20\cdot\left(100 - x\right) + 50\cdot 50}{\left(100 - x\right) + 50} = 31\frac{3}{7}.$$

Решая это уравнение относительно $x$, получаем $x = 18,75$ г.

**Примерные критерии оценивания:**

1. Определена температура после первого смешивания у Глюка – 2 балла.
2. Определена конечная температура смеси у Глюка – 3 балла.
3. Определена температура после первого смешивания у Бага – 2 балла.
4. Определена масса пролитой воды – 3 балла.