

**Муниципальный этап всероссийской олимпиады школьников
по физике 2020-2021 г.
Решение задач.
10 Класс**

Задача 1

В тумане корабли, чтобы не столкнуться, подают сигнал другим кораблям гудком. Два корабля идут навстречу друг другу в проливе. Первый идёт со скоростью $v_1 = 18$ км/ч, а второй со скоростью $v_2 = 36$ км/ч. В какой-то момент времени первый корабль издаёт гудок, а капитан второго корабля услышав сигнал тут же ответил своим сигналом. Капитан первого корабля услышал ответный гудок второго корабля через t сек. В это время между кораблями по радару было расстояние равное 3902 м. Скорость звука $v_{зв} = 340$ м/с, и не зависит от скорости источника, посылающего сигнал. Найти расстояние между кораблями в момент подачи сигнала первым кораблем и полное время сигнала t .

Решение:

Обозначим расстояние между кораблями в момент подачи сигнала ($t = 0$) через L и используем систему отсчета, в которой скорости кораблей равны v_1 и v_2 соответственно. Тогда встреча звукового сигнала и второго корабля состоится в момент времени: $t_1 = L / (v_2 + v_{зв})$.

В этот момент времени расстояние между кораблями будет равно:

$$S = L - (v_1 + v_2) t_1 = L \left(1 - \frac{v_1 + v_2}{v_2 + v_{зв}} \right) = L \cdot \frac{v_{зв} - v_1}{v_2 + v_{зв}} \quad (2 \text{ балла})$$

После подачи ответного сигнала вторым кораблём звук идет навстречу первому кораблю и через время t_2 его услышат на первом корабле:

$$t_2 = S / (v_1 + v_{зв}).$$

Полное время будет равно:

$$t = t_1 + t_2 = \frac{L}{v_2 + v_{зв}} + \frac{L \left(\frac{v_{зв} - v_1}{v_2 + v_{зв}} \right)}{v_1 + v_{зв}} \quad (2 \text{ балла})$$

Тогда имеем:

$$L = \frac{(v_1 + v_{зв})(v_2 + v_{зв})}{2 v_{зв}} t \quad (1) \quad (2 \text{ балла})$$

Расстояние L_1 между кораблями в момент принятия сигнала первым капитаном равно:

$$L_1 = L - (v_1 + v_2)t. \quad (2)$$

Получаем тогда из уравнений (1) и (2):

$$t = \frac{L_1}{\frac{(v_1 + v_{зв})(v_2 + v_{зв})}{2 v_{зв}} - (v_1 + v_2)} = 24 \text{ сек.}$$

(2 балла)

Из уравнения (2) имеем:

$$L = L_1 + (v_1 + v_2)t = 4262 \text{ м.}$$

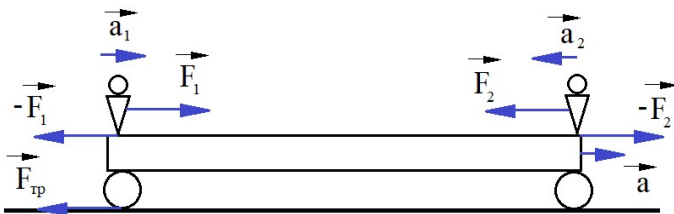
(2 балла)

Задача 2

На горизонтальных рельсах стоит длинная тележка массой M . Коэффициент трения её колёс о рельсы равен μ . Два человека с массами m_1 и m_2 находятся на противоположных концах тележки. В некий момент времени они разгоняясь побежали навстречу друг другу, в результате чего тележка начала двигаться с ускорением a . Считая, что модули ускорений людей относительно тележки равны, найдите модуль ускорения первого человека относительно земли.

(10 баллов)

Решение:



Пусть тележка движется в сторону движения первого человека. Очевидно, что на каждого человека действует, кроме силы тяжести mg и нормальной реакции тележки, еще и сила трения F со стороны тележки, направленная в сторону движения человека.

Тогда имеем:

$$\begin{aligned} F_1 &= m_1 a_1 \\ F_2 &= m_2 a_2 \\ -F_1 + F_2 - \mu N &= Ma \end{aligned} \quad (3 \text{ балла})$$

$F_{\text{тр}} = \mu N$ – сила трения между рельсами и колёсами.

Поскольку $N = Mg + m_1 g + m_2 g$ то получаем, что:

$$Ma + m_1 a_1 - m_2 a_2 = -\mu(M + m_1 + m_2)g \quad (1) \quad (2 \text{ балла})$$

Обозначим ускорения людей относительно тележки как \vec{a}_1' и \vec{a}_2' .

Поскольку $\vec{a}_1' = -\vec{a}_2'$; $\vec{a}_1 = \vec{a} + \vec{a}_1'$, и $\vec{a}_2 = \vec{a} + \vec{a}_2'$, то $\vec{a}_1 - \vec{a} = -(\vec{a}_2 - \vec{a})$.

Тогда будет: $\vec{a}_1 + \vec{a}_2 = 2\vec{a}$.

Это выражение в скалярном виде: $a_1 - a_2 = 2a \quad (2) \quad (2 \text{ балла})$

Совместное решение уравнений (1) и (2) дает формулы для **модулей** ускорений:

$$a_1 = \frac{a(2m_2 + M) + \mu(M + m_1 + m_2)g}{m_2 - m_1} \quad (3 \text{ балла})$$

$$a_2 = \frac{a(2m_1 + M) + \mu(M + m_1 + m_2)g}{m_2 - m_1}$$

Предположение о движении тележки в сторону движения первого человека будет справедливо, если $m_1 < m_2$. В ответе может быть получено любое из этих ускорений, т.к. учащийся может взять любое соотношение масс.

Примечание: в задаче предполагалось, что тележка двигалась. Это возможно, если выполнено условие

$$|m_2 a_2 - m_1 a_1| > \mu(M + m_1 + m_2)g$$

В противоположном случае $a = 0$ и $F_{\text{тр}} \leq \mu N$ – трение покоя и ускорения относительно тележки равны ускорениям относительно земли.

Задача 3

Найдите давление идеального одноатомного газа, находящегося в закрытом сосуде, если плотность газа $\rho = 4 \text{ кг/м}^3$, а среднеквадратичная скорость его молекул равна $v_{\text{кв}} = 800 \text{ м/с}$.

(10 баллов)

Решение:

Пусть n — концентрация молекул газа, тогда из уравнения Клайперона получим что давление: $p = nkT$. (2 балла)

Поскольку средняя кинетическая энергия молекулы

$$E = \frac{1}{2} m_0 v_{\text{кв}}^2 = \frac{3}{2} kT, \quad (3 \text{ балла})$$

тогда имеем:

$$p = \frac{1}{3} n m_0 v_{\text{кв}}^2, \text{ где } m_0 - \text{ масса молекулы.}$$

Так как по определению $\rho = m/V = n m_0$, (2 балла)

то получаем: $p = (\rho v_{\text{кв}}^2)/3 = 853, 3 \text{ кПа}$. (3 балла)

Задача 4

К батарее присоединили первую лампочку сопротивлением $R_1 = 3 \text{ Ом}$. Затем, отсоединив первую лампочку, к батарее присоединили вторую лампочку сопротивлением $R_2 = 12 \text{ Ом}$. В обоих случаях мощность, выделяющаяся на лампочках, оказалась одинаковой. Найдите КПД батареи при присоединении первой лампочки. Решение

(10 баллов)

Решение:

Пусть ЭДС источника E , внутреннее сопротивление r .

Тогда по закону Ома для полной цепи найдём силу тока в первом случае:

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + r}$$

Мощность первой лампочки

$$P_1 = I_1^2 \cdot R_1 = \frac{E^2 \cdot R_1}{(r + R_1)^2}$$

(2 балла)

Аналогично для второй лампочки:

$$I_2 = \frac{E}{R_2 + r}$$

мощность второй лампочки будет равна

$$P_2 = I_2^2 \cdot R_2 = \frac{E^2 \cdot R_2}{(r + R_2)^2}$$

(2 балла)

Тогда из равенства мощностей имеем:

$$\frac{E^2 R_1}{(r + R_1)^2} = \frac{E^2 R_2}{(r + R_2)^2}$$
$$\frac{\sqrt{R_1}}{(r + R_1)} = \frac{\sqrt{R_2}}{(r + R_2)}$$

и получаем, что:

$$\sqrt{R_1}(r + R_2) = \sqrt{R_2}(r + R_1)$$
$$\sqrt{R_1} \cdot r + \sqrt{R_1} \cdot R_2 = \sqrt{R_2} \cdot r + \sqrt{R_2} \cdot R_1$$
$$(\sqrt{R_1} - \sqrt{R_2}) \cdot r = \sqrt{R_2} \cdot \sqrt{R_1}(\sqrt{R_1} - \sqrt{R_2})$$
$$r = \sqrt{R_2} \cdot \sqrt{R_1}$$

(3 балла)

Мощность источника (батарейки) при присоединении первой лампочки:

$$P_6 = I_1 \cdot E = \frac{E^2}{R_1 + r} \quad (2 \text{ балла})$$

откуда коэффициент полезного действия будет равен:

$$\eta_1 = \frac{I_1^2 \cdot R_1}{I_1 \cdot E} = \frac{I_1 \cdot R_1}{E} = \frac{\frac{E}{R_1 + r} \cdot R_1}{E} = \frac{R_1}{R_1 + r} = \frac{R_1}{R_1 + \sqrt{R_1 R_2}} = \frac{3}{\sqrt{3} \cdot 12 + 3} = \frac{1}{3}$$
$$\eta_1 = 33\%$$

(1 балл)

Задача 5

Металлический шар заряжен положительным зарядом с поверхностной плотностью σ . Шар окружен концентрической металлической тонкостенной сферической оболочкой, имеющей вдвое больший радиус и такой же по величине электрический заряд. Оболочку заземляют. Определите поверхностную плотность заряда на оболочке после заземления.

(10 баллов)

Решение:

Поверхностная плотность заряда шара $\sigma_1=Q/S$, т.к. заряд равномерно распределяется по поверхности шара.

Когда оболочку заземляют, то потенциал оболочки становится равен нулю. Под влиянием поля положительно заряженного шара электроны с поверхности земли переходят на поверхность оболочки и заряд оболочки станет отрицательным.

Потенциал оболочки определяется так:

$$\varphi_{об} = 0 = k \frac{Q_{шара}}{R_{об}} + k \frac{Q_{об}}{R_{об}}$$

(4 балла)

То есть для заряда оболочки получим: $-Q_{шара}=Q'_{об}$. (3 балла)

Заряд распределяется по внешней поверхности оболочки и так как $R_{об} = 2R_{шара}$ то $\sigma_2 = Q_{об} / S_{об} = - \sigma/4$.

(3 балла)

