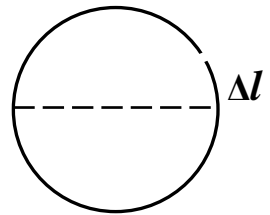


10 Класс.

Задача № 1. Пуля в цилиндре

Пуля, выпущенная из винтовки, попадает во вращающийся с частотой 50 об/с тонкостенный цилиндр диаметром 20 см. Найдите скорость пули, если выстрел произведен в направлении диаметра цилиндра, а к моменту вылета пули из цилиндра выходное отверстие сместилось на 1 см.



Возможное решение

- Пуля пролетела вдоль диаметра цилиндра, за время t , тогда $2R = Vt$
- Диаметрально противоположная точка повернулась за это время на дугу окружности $\Delta l = 1$ см. $\Delta l = \omega R t$ или $\Delta l = 2\pi \nu R t$.

3. Решая совместно (1) и (2) получим $V = \frac{4\pi \nu R^2}{\Delta l}$

4. Вычислим $V = \frac{4\pi \nu R^2}{\Delta l} = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 0,1^2}{0,01} = 628$ м/с

Критерии оценивания

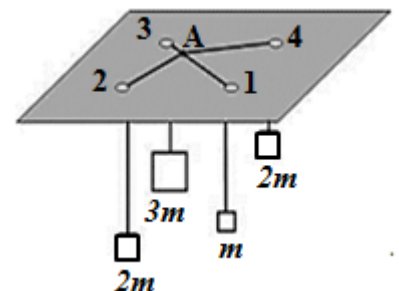
- За 1-й пункт – 2 балла
- За 2-й пункт – 3 балла
- За 3-й пункт – 3 балла
- За 4-й пункт – 2 балла

В расчётной части задачи, все числа должны быть проставлены, если это не так, то снимается 1 балл в каждом таком пункте

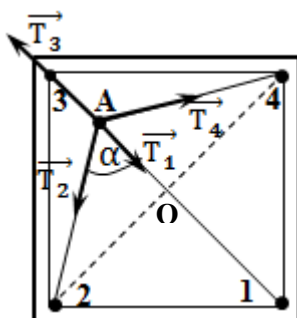
Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2-х баллов.

Задача № 2. Подвижный узел

В гладком горизонтальном столе сделаны четыре маленьких отверстия, расположенные по углам квадрата со стороной $a = 0,6$ м. В отверстия пропущены, связанные одним узлом (точка А) четыре невесомые нити, как показано на рисунке. К свободным концам, которых привязаны грузы массами m , $2m$, $2m$ и $3m$ ($m = 100$ г), как изображено на рисунке. Найти расстояние от узла А до того отверстия Δl , в которое пропущена нить с телом $3m$.



Возможное решение



Изобразим картинку – «вид сверху».

- Т.к. система находится в равновесии, то силы натяжения, приложенные к узлу А, равны соответствующим силам тяжести: $T_1 = mg$, $T_2 = T_4 = 2mg$, $T_3 = 3mg$.
- Тогда условие равновесия точки А, в соответствии с первым законом Ньютона $\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{T}_3 + \vec{T}_4 = 0$
- Напишем проекцию этого уравнения на диагональ квадрата 1–3:

$$-T_1 - T_2 \cdot \cos \alpha_2 - T_4 \cdot \cos \alpha_4 + T_3 = 0 \quad -mg - 2mg \cdot \cos \alpha_2 - 2mg \cdot \cos \alpha_4 + 3mg = 0$$

проекция уравнения на диагональ квадрата 2–4: $-2mg \cdot \sin \alpha_2 + 2mg \cdot \sin \alpha_4 = 0$. отсюда следует, что $\alpha_2 = \alpha_4 = \alpha$. Тогда из предыдущей проекции следует $\cos \alpha = 0,5$

4. $\Delta I = \mathbf{03} - \mathbf{0A}$. Для треугольника (АО4) $(AO)^2 = (A4)^2 - (O4)^2$. Пусть $(AO) = x$, тогда

$$(A4) = 2x \text{ и } (O4) = \frac{a\sqrt{2}}{2} \quad x^2 = 4x^2 - \frac{a^2}{2} \rightarrow x^2 = \frac{a^2}{6} \quad x = \frac{a}{\sqrt{6}}$$

находим
$$\Delta I = \frac{a\sqrt{2}}{2} - \frac{a}{\sqrt{6}} = a \cdot 0,30 = 0,18 \text{ м} = 18 \text{ см.}$$

Критерии оценивания

За 1-й пункт – 1 балла

За 2-й пункт – 2 балла

За 3-й пункт – 4 балла

За 4-й пункт – 3 балл

В расчётной части задачи, все числа должны быть проставлены, если это не так, то снимается 1 балл в каждом таком пункте

Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2-х баллов.

Задача № 3. Два цилиндра

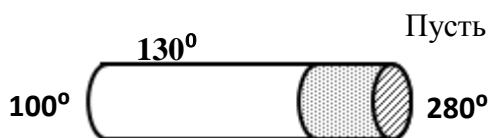
Длинный цилиндр составлен из двух плотно прижатых друг к другу торцами цилиндров равного диаметра сделанных из разных однородных материалов; длина одного из них втрое больше, чем другого, Боковая поверхность прутка теплоизолирована. Свободный торец длинного цилиндра поддерживают при температуре $+100^\circ\text{C}$, другой свободный торец – при температуре $+270^\circ\text{C}$. Установившаяся температура на одной трети всей длины цилиндра от свободного торца равна при этом $+120^\circ\text{C}$. Чему равна температура в месте соединения цилиндров? Какая была бы температура в середине прутка?

Возможное решение

1. В условии задачи не указано, от какого именно конца находится срез при температуре 120°C , поэтому придется рассмотреть оба случая.

2. Рассмотрим случай когда $T = 120^\circ\text{C}$ приходится на одну треть всей длины, отсчитанной от конца длинного цилиндра. Температура свободного торца длинного куска равна 100°C , а температура свободного торца короткого куска 270°C . Через любое поперечное сечение прутков в установившемся режиме проходит одинаковое количество теплоты, следовательно, вдоль каждого куска температура меняется по линейному закону. Температура вдоль длинного цилиндра T_x в этом случае находится по формуле $T_x = T_1 + \gamma \cdot x$, где $\gamma = \frac{\Delta T}{3l} = \frac{T_K - T_1}{3l}$ или окончательно $T_x = T_1 + \frac{T_K - T_1}{3l} \cdot x$ (1)

где $0 < x < 3l$, T_K – температура прутка в месте соединения цилиндров



Пусть $T_1 = 100^\circ$, $T_2 = 280^\circ$; $T_3 = 120^\circ$, тогда из (1) определяем

$$T_K, \text{ подставив } x = \frac{4}{3}l$$

$$T_K = \frac{9T_3 - 5T_1}{4} = \frac{1080^\circ\text{C} - 500^\circ\text{C}}{4} = 145^\circ\text{C} \quad \blacksquare$$

3. Температура середины прутка T_C по формуле (1) $T_C = T_1 + \frac{T_K - T_1}{3l} \cdot 2l = 130^\circ\text{C}$ ■

4. Рассмотрим случай когда $T = 120^{\circ}\text{C}$ приходится на одну треть всей длины, отсчитанной от конца короткого цилиндра. Этот срез также принадлежит длинному цилиндру. Температура свободного торца длинного цилиндра равна 100°C .

Задача аналогична первой только коэффициент пропорциональности будет другим – β .

$$\beta = \frac{\Delta T}{\Delta x} = \frac{T_3 - T_1}{(8/3)l} = \frac{130 - 100}{(8/3)l} = \frac{90}{8l} \quad \blacksquare$$

➤ Температура в месте соединения цилиндров $T_K = T_1 + \beta \cdot 3l = 100^{\circ}\text{C} + \frac{90}{8l} \cdot 3l = 133,75^{\circ}\text{C}$. ■

➤ Температура середины прутка $T_C = T_1 + \beta \cdot 2l = 100^{\circ}\text{C} + \frac{90}{8l} \cdot 2l = 122,5^{\circ}\text{C}$. ■

Критерии оценивания

За 1-й пункт – 2 балл

За 2-й пункт – 3 балла

За 3-й пункт – 2 балла

За 4-й пункт – 3 балла

В расчётной части задачи, все числа должны быть проставлены, если это не так, то снимается 1 балл в каждом таком пункте

Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2-х баллов.

Задача № 4. Равновесие



Из горизонтально расположенной трубки вылетают один за другим одинаковые шарики (6000 шариков в минуту. См. рис.) и, опустившись вниз, ударяются о чашку весов, а отскочив, поднимаются на ту же высоту, на которой находится трубка. Найти массу груза,

который лежит на другой чашке весов, если весы находятся в равновесии?, Масса шарика $m = 0,5 \text{ г}$, высота расположения трубки над уровнем чашек весов $H = 0,5 \text{ м}$. 3,73

Возможное решение

1. Шарики ударяют по чашке весов и отражаются от нее, передавая ей определенный импульс в вертикальном направлении. Если удары следуют часто один за другим, весы будут находиться практически в состоянии равновесия. При этом импульс, передаваемый шариками одной чашке весов за некоторое время, будет равен импульсу силы тяжести, действующей на гирю на другой чаше весов.
2. Поскольку, отразившись от чашки весов, шарики поднимаются на ту же высоту, то при ударе о чашку вертикальная составляющая скорости шарика V остается неизменной по модулю. Передаваемый чашке при одном ударе импульс p равен

$$p = 2mV = 2m\sqrt{2gH} \quad , \quad (1)$$

так как при ударе вертикальная составляющая скорости меняет знак.

3. В результате за t секунд будет передан импульс Np , где N – число шариков ударившихся о чашку за время t . Условие равновесия весов записывается в виде:

$$2Nm\sqrt{2gH} = Mgt \quad (2)$$

4. По условию за 1 мин о чашку весов ударяется 6000 шариков, а за 1 секунду ударяется 100 шариков, обозначим эту величину $n = \frac{N}{t}$

Тогда для массы груза M на другой чаше весов получим:

$$M = 2nm \cdot \sqrt{\frac{2H}{g}} \approx 2 \cdot 100 \cdot 0,5 \cdot 10^{-3} \sqrt{\frac{2 \cdot 0,5}{10}} \approx 31,6 \text{ г}$$

Критерии оценивания

За 1-й пункт – 2 балла

За 2-й пункт – 3 балла

За 3-й пункт – 3 балла

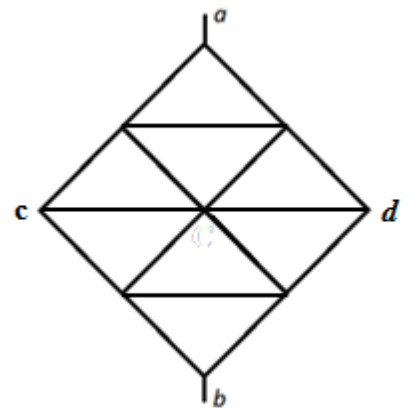
За 4-й пункт – 2 балла

В расчётной части задачи, все числа должны быть проставлены, если это не так, то снимается 1 балл в каждом таком пункте

Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2-х баллов.

Задача № 5. Решетка сопротивлений

На рисунке изображена схема, составленные из проволок. В местах соединений проволоки спаяны. Определить: сопротивление между точками a и b а так же c и d схемы, полагая сопротивление каждой проволоки $R = 3 \text{ Ом}$. Найти отношение $\gamma = \frac{R_{cd}}{R_{ab}}$.



Возможное решение

I. Определим R_{ab}

1. Схема имеет ось симметрии (ab). Расставим токи в схеме так, чтобы симметрия сохранялась и чтобы при этом соблюдались первый и второй законы Кирхгофа. Поэтому начинать расставлять нужно от середины : от точек d и c . Через помеченные крестом участки цепи – ток не течет, из-за равенства потенциалов на концах этих участков. Общий ток при этом $I_0 = 4I$.

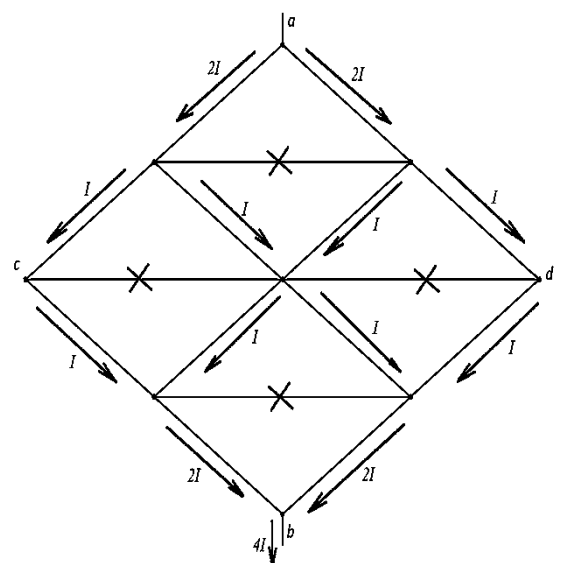
2. Определим разность потенциалов U_{ab} проходя (например) по правому краю схемы от точки a от точки b :

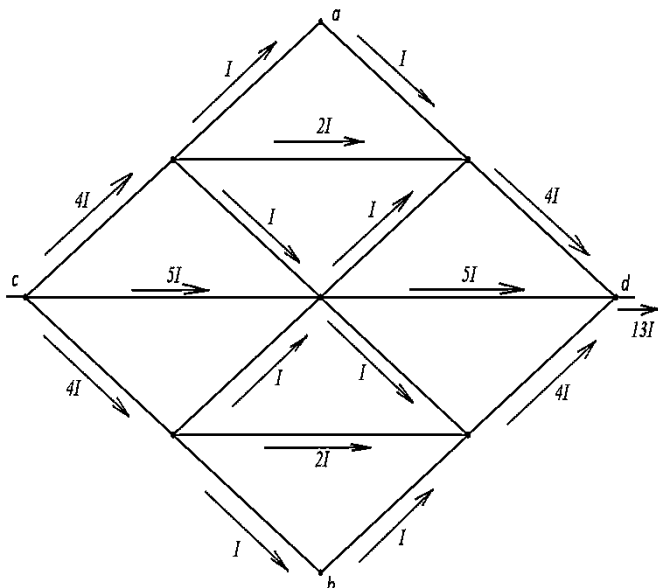
$$U_{ab} = 2IR + IR + IR + 2IR = 6IR$$

3. Тогда $R_{ab} = \frac{U_{ab}}{I_0} = \frac{6IR}{4I_0} = 1,5 R$.

II. Определим R_{cd}

4. Для определения сопротивления R_{cd} надо расставить токи снова. Схема имеет ось симметрии (cd). Расставим токи в схеме так, чтобы симметрия сохранялась и чтобы при этом соблюдались первый и второй законы Кирхгофа. Удобно начинать расставлять токи от





середины : от точек a и b . Т.к. сопротивление диагоналей квадрата в два раза меньше сторон (по условию), то ток вдоль диагонали равен сумме токов по сторонам квадрата. Общий ток при этом $I_0 = 13I$.

5. Определим разность потенциалов U_{cd} проходя по верхнему краю (например, через точку a) схемы от точки c до точки d :

$$U_{ab} = 4IR + IR + IR + 4IR = 10IR .$$

6. Тогда $R_{cd} = \frac{U_{cd}}{I_0} = \frac{10IR}{13I} = \frac{10}{13} R$

7. Отношение $\gamma = \frac{R_{cd}}{R_{ab}} = \left(\frac{10}{13} R\right) : \left(\frac{15}{10} R\right) = \frac{20}{39}$

Критерии оценивания

За 1-й пункт – 1 балл

За 2-й пункт – 2 балла

За 3-й пункт – 1 балл

За 4-й пункт – 1 балл

За 5-й пункт – 3 балла

За 6-й пункт – 1 балл

За 7-й пункт – 1 балл

Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2-х баллов.