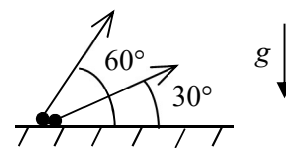


ОТВЕТЫ, РЕШЕНИЯ И РАЗБАЛЛОВКИ

к задачам муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников по физике в 2020/2021 учебном году

11 класс

1. (10 баллов) Два тела бросили одновременно из одной точки на поверхности земли с одинаковой по величине начальной скоростью V_0 . Векторы начальных скоростей тел лежат в одной вертикальной плоскости и составляют с горизонтом углы 30° и 60° (см. рис.). Через какое время расстояние между телами достигнет максимального значения? Чему равно это максимальное значение? Ускорение свободного падения равно g .



Ответ: Через время V_0/g расстояние между телами достигнет максимального значения, равного $\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}} \frac{V_0^2}{g} = \sqrt{2-\sqrt{3}} \frac{V_0^2}{g} \approx 0,52 \frac{V_0^2}{g}$.

Решение: Наиболее короткое решение получается, если рассмотреть движение одного тела относительно другого. Поскольку ускорения тел одинаковы (равны ускорению свободного падения), то их относительная скорость не меняется со временем ни по направлению, ни по величине и остается равной ее начальному значению:

$$V_{\text{отн}} = 2V_0 \sin 15^\circ = V_0 \sqrt{2 - \sqrt{3}}.$$

При этом расстояние R между телами растет со временем по закону $R = V_{\text{отн}} t$ до тех пор, пока одно из тел не упадет на землю. Первым, через время $t_1 = V_0/g$, упадет тело, брошенное под углом 30° . В момент t_1 тело, брошенное под углом 60° , уже пройдет верхнюю точку своей траектории и заведомо будет приближаться к уже упавшему телу. Действительно, точки падения обоих тел совпадают из-за равенства дальностей полета ($\sin 2\alpha$ принимает одинаковые значения при $\alpha = 30^\circ$ и $\alpha = 60^\circ$). Таким образом, с момента t_1 тела начнут сближаться, а максимальное расстояние между ними достигается в момент t_1 и составляет

$$R_{\text{max}} = V_{\text{отн}} t_1 = V_0 \sqrt{2 - \sqrt{3}} \frac{V_0}{g} \approx 0,52 \frac{V_0^2}{g}.$$

Другой способ решения состоит в записи зависимостей координат тел от времени

$$x_1(t) = V_0 \cos 30^\circ t, \quad y_1(t) = V_0 \sin 30^\circ t - gt^2/2,$$

$$x_2(t) = V_0 \cos 60^\circ t, \quad y_2(t) = V_0 \sin 60^\circ t - gt^2/2$$

и вычислении расстояния между телами по формуле

$$R = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = V_0 t \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}}.$$

Повторяя приведенные выше рассуждения и подставляя в последнюю формулу время $t_1 = V_0/g$, приходим к тому же результату, но в несколько ином виде

$$R_{\text{max}} = V_0 t_1 \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{2}} \frac{V_0^2}{g} \approx 0,52 \frac{V_0^2}{g}.$$

Разбалловка: Записаны зависимости координат тел от времени или найдена $V_{\text{отн}}$ – 1 балл.

Записана зависимость расстояния между телами от времени – 3 балла.

Понято, что тела упадут в одну точку – 2 балла.

Доказано, что после падения одного из тел начнется их сближение – 1 балл.

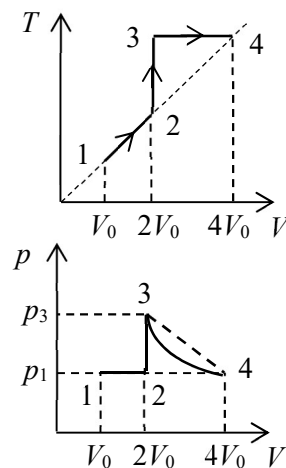
Найдено искомое время – 1 балл.

Найдено максимальное расстояние – 2 балла.

2. (10 баллов) Идеальный газ совершает процесс, состоящий из трех участков 1-2, 2-3 и 3-4 (см. рис.). На каком участке полученное газом тепло максимально?

Ответ: Полученное газом тепло максимально на участке 2-3.

Решение: Изобразим процесс на плоскости p, V (см. рис.). Полученное газом тепло на участке 1-2 (изобара) равно $Q_{12} = (5/2)p_1 V_0$. На участке 2-3 (изохора) полученное тепло равно $Q_{23} = 3(p_3 - p_1)V_0$. Из уравнения Клапейрона-Менделеева для состояний 3 и 4 находим, что $p_3 = 2p_1$, поэтому $Q_{23} = 3p_1 V_0$. Полученное тепло на изотермическом участке 3-4 равно совершенной газом работе, которую оценим сверху как площадь трапеции (площадь под отрезком жирной штриховой прямой): $Q_{34} = A_{34} < (p_1 + p_3)V_0$ или $Q_{34} < 3p_1 V_0$. Таким образом, полученное тепло максимально на участке 2-3.



3. (10 баллов) Два груза равной массы, подвешенные на одинаковых пружинах, совершают колебания в вертикальной плоскости. При прохождении грузами верхнего положения упругие энергии пружин равны, а при прохождении нижнего – отличаются в 4 раза. Найти отношение амплитуд колебаний грузов.

Ответ: Отношение амплитуд равно 5.

Решение: Нетрудно понять, что в верхнем положении одна пружина растянута на некоторую величину L , а другая сжата на такую же величину L . Обозначим через $A_{1,2}$ соответствующие амплитуды колебаний грузов. Тогда в нижнем положении растяжение первой пружины можно записать как $2A_1 + L$, а второй – как $2A_2 - L$. Записывая соотношение между энергиями пружин в нижнем положении в виде

$$\frac{k(2A_2 - L)^2}{2} = 4 \frac{k(2A_1 + L)^2}{2},$$

где k – коэффициент жесткости пружин, находим соотношение между амплитудами

$$2A_2 - 4A_1 = 3L.$$

Еще одно соотношение между амплитудами можно получить из условия, что расстояния между положением недеформированной пружины и положением равновесия одинаковы у двух пружин, т.е.

$$A_1 + L = A_2 - L.$$

Из двух составленных выше уравнений получаем

$$A_1 = L/2, \quad A_2 = 5L/2,$$

т.е. $A_2/A_1 = 5$.

Разбалловка: Понято, что в верхнем положении одна пружина растянута, а другая сжата на ту же величину – 2 балла.
Составлено одно уравнение для амплитуд – 3 балла.
Составлено второе уравнение для амплитуд – 3 балла.
Получен ответ – 2 балла.