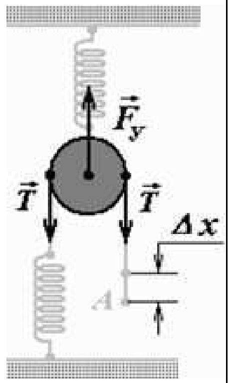
КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

11 класс

Задача 11.1

Возможное решение

(В работах учащихся могут быть предложены и другие правильные способы решения)



Будем вначале считать, что верхняя пружина не растягивается, то есть мысленно заменим её нерастяжимой нитью. Тогда под действием некоторой силы $F \le F_{\min}$, приложенной к концу А и направленной вниз, нить, перекинутая через блок, растянет нижнюю пружину на величину

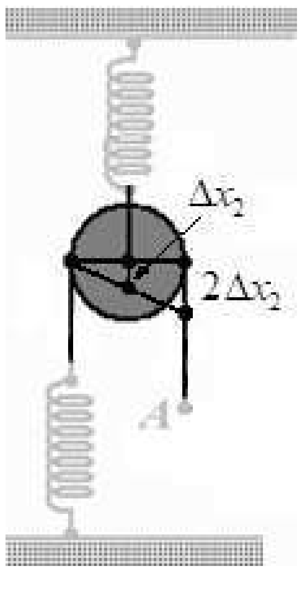
$$\Delta x_1 = \frac{F}{k}, \qquad (1)$$

а поскольку нить нерастяжима, то на такую же величину Δx_1 опустится и конец А этой нити. При этом из условия равновесия конца А следует, что сила натяжения нити

$$T = F. \qquad (2)$$

«Включим» теперь верхнюю пружину и запишем условия равновесия подвижного блока. Поскольку на блок действуют две силы натяжения нити $\vec{T}$, направленные вниз и сила упругости $\vec{F}_у$ со стороны верхней пружины, направленная вверх (см. рис.), то, обозначив через Δx_2 абсолютное удлинение верхней пружины, из условия равновесия блока, с учетом (2), получаем

$$F_у = 2T \quad \to \quad k\Delta x_2 = 2F \quad \to \quad \Delta x_2 = \frac{2F}{k}. \qquad (3)$$



Если считать, что нижняя пружина не растягивается, то есть мысленно заменим её нерастяжимой нитью, то при опускании центра блока на Δx_2 правый конец нити опустится на $2\Delta x_2$ (см. рис.). Следовательно, результирующее смещение Δx вниз конца нити А с учётом деформаций обеих пружин (с учётом (1)) составит

$$\Delta x = \Delta x_1 + 2\Delta x_2 = \Delta x_1 + 4\Delta x_1 = 5\Delta x_1 = 5\frac{F}{k}. \qquad (4)$$

Для касания концом нити А земли должно быть выполнено условие

$$\Delta x = h \quad \to \quad 5\frac{F}{k} = h \quad \to \quad F = \frac{kh}{5}. \qquad (5)$$

Подставляя численные значения, будем иметь

$$F = \frac{500 \cdot 0{,}1}{5} = 10\text{Н}. \qquad (6)$$

Поскольку при меньших значениях силы F конец А не дотянет до земли, то (6) даёт искомое значение $F_{\min}$. Следовательно, окончательно получаем $F_{\min} = 10\text{Н}$. (7)

Примерные критерии оценивания	Баллы
Найдено растяжение нижней пружины (1)	2
Получена связь силы натяжения T и силы F (2)	1
Найдено растяжение верхней пружины (3)	2
Вычислено результирующее смещение конца нити А с учетом деформации обеих пружин (4)	3
Получено выражение для силы F в общем виде (5)	1
Получен правильный численный ответ (7)	1

Задача 11.2

Возможное решение

(В работах учащихся могут быть предложены и другие правильные способы решения)

на изменение его внутренней энергии и на совершение им работы: $Q = \Delta U + A$, откуда

$$A = Q - \Delta U, \qquad (1)$$

где $Q = -1247,5$ Дж, а изменение внутренней энергии одноатомного идеального газа может быть записано следующим образом:

$$\Delta U = U_2 - U_1 = \frac{3}{2}RT_2 - \frac{3}{2}RT_1 = \frac{3}{2}R\left(T_2 - T_1\right) \qquad (2)$$

Для вычисления конечной температуры T_2 воспользуемся условием расширения газа

$$p = \frac{\text{const}}{V^2} \quad \rightarrow \quad p_1V_1^2 = p_2V_2^2 \quad \rightarrow \quad \frac{V_2}{V_1} = \sqrt{\frac{p_1}{p_2}} \qquad (3)$$

и уравнением Менделеева - Клапейрона

$$\left.\begin{aligned} p_1V_1 = RT_1 \\ p_2V_2 = RT_2 \end{aligned}\right\} \quad \rightarrow \quad \frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2}{p_1}\frac{V_2}{V_1} \quad \rightarrow \quad T_2 = \frac{p_2}{p_1}\frac{V_2}{V_1}T_1 \qquad (4)$$

Из (3) и (4) имеем:

$$T_2 = \sqrt{\frac{p_2}{p_1}}T_1 \qquad (5)$$

Подставляя (5) в (2), находим изменение внутренней энергии

$$\Delta U = \frac{3}{2}R\left(\sqrt{\frac{p_2}{p_1}}T_1 - T_1\right) = \frac{3}{2}R\left(\sqrt{\frac{p_2}{p_1}} - 1\right)T_1, \qquad (6)$$

и, подставляя, далее, (6) в (1), окончательно вычисляем работу, совершённую газам

$$A = Q - \frac{3}{2}R\left(\sqrt{\frac{p_2}{p_1}} - 1\right)T_1, \qquad (7)$$

Подстановка численных значений в (7) даёт:

$$A = -1247,5 - \frac{3}{2}\cdot 8,31\cdot\left(\sqrt{\frac{10^5}{4\cdot 10^5}} - 1\right)\cdot 600 = 2492 \text{ Дж} \qquad (8)$$

Примерные критерии оценивания	Баллы
Записано первое начало термодинамики (1)	1
Записано выражение для изменения внутренней энергии (2)	1
Записано условие расширения газа (3)	2
Использовано уравнение Менделеева – Клапейрона (4)	1
Вычислена конечная температура (5)	1
Получено выражение для изменения внутренней энергии (6)	1
Получено выражение для работы (7)	2
Получен правильный численный ответ (8)	1

Задача 11.3

Возможное решение

(В работах учащихся могут быть предложены и другие правильные способы решения)

Искомое количество теплоты найдём из первого начала термодинамики

$$Q = \Delta U + A, \tag{1}$$

где изменение внутренней энергии

$$\Delta U = \frac{3}{2} R(T_2 - T_1) . \tag{2}$$

Вычислим работу A, совершенную газом. Для этого выясним вначале характер зависимости давления газа от его объёма в рассматриваемом процессе нагрева. Введём следующие обозначения: P_1, V_1 – давление и объём газа в начальном состоянии; P_2, V_2 – в конечном; l_0 – длина недеформированной пружины; l_1 и l_2 – длина пружины в начальном и конечном состояниях; k – коэффициент жёсткости пружины; S – площадь поперечного сечения трубы. Тогда в соответствие с условиями задачи можно записать

$$\eta = \frac{l_2}{l_1} = \frac{S\,l_2}{S\,l_1} = \frac{V_2}{V_1} . \tag{3}$$

Поскольку в процессе нагрева (который будем считать происходит достаточно медленно) давление газа на поршни уравновешивается силами упругости растягиваемой пружины, для любого промежуточного момента, когда длина пружины равна l $(l_1 \le l \le l_2)$, (соответственно $V_1 \le V \le V_2$), можно записать такое условие равновесия поршня

$$F_{\text{у}} = \frac{P}{S} \quad \to \quad k(l - l_0) = \frac{P}{S} \quad \to \quad P = -kl_0S + klS = \text{const} + kV \tag{4}$$

Таким образом, зависимость давления газа от его объёма в процессе нагрева является линейной. Следовательно, график данной зависимости в осях P-V - прямая линия, и поэтому работа, совершаемая газом, равная, как известно, площади под графиком процесса - есть площадь трапеции

$$A = \frac{P_1 + P_2}{2}(V_2 - V_1) \tag{5}$$

Выразим давления газа P_1 и P_2 из уравнений состояния идеального газа

$$P_1 = \frac{RT_1}{V_1}, \qquad P_2 = \frac{RT_2}{V_2}, \tag{6}$$

и подставим в (5). С учётом (3), будем иметь такое выражение для работы газа

$$A = \frac{R}{2}\left(\frac{T_1}{V_1} + \frac{T_2}{V_2}\right)(V_2 - V_1) = \frac{R}{2}(\eta - 1)\left(T_1 + \frac{T_2}{\eta}\right). \tag{7}$$

Подставляем теперь (2) и (7) в (1), окончательно получаем

$$Q = \frac{R}{2}\left[3(T_2 - T_1) + (\eta - 1)\left(T_1 + \frac{T_2}{\eta}\right)\right]. \tag{8}$$

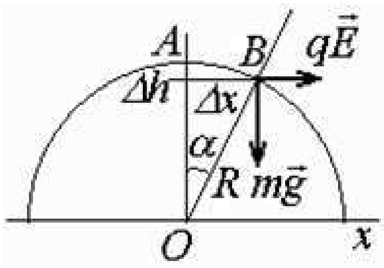
Подстановка численных значений даёт $Q \approx 1{,}52\,\text{кДж}$.(9)

Примерные критерии оценивания	Баллы
Записано первое начало термодинамики (1)	1
Записано выражение для изменения внутренней энергии газа (2)	1
Определена зависимость давления от объёма (4)	2
Записано выражение для работы (5)	1
Получено выражение для работы через данные задачи (7)	2
Получено выражение для количества теплоты (8)	2
Получен численный результат (9)	1

Задача 11.4

Возможное решение

(В работах учащихся могут быть предложены и другие правильные способы решения)



Решение задачи получается на основании второго закона Ньютона и закона сохранения энергии. Поскольку в точке B отрыва шайбы сила реакции купола обращается в нуль, в этой точке второй закон Ньютона в проекции на радиус OB запишется в виде

$$m\frac{\upsilon^2}{R} = mg\cos\alpha - qE\sin\alpha\,, \qquad (1)$$

где $\frac{\upsilon^2}{R}$ - центростремительное ускорение шайбы (R – радиус купола); qE – сила, действующая на шайбу со стороны электрического поля (q – заряд шайбы, E – напряжённость электрического поля). Закон сохранения энергии запишем в такой форме

$$\Delta W_{\text{К}} + \Delta W_{\text{П}} = A_{\text{Эл}} \quad \rightarrow \quad \frac{mv^2}{2} + mg\Delta h = qE\Delta x\,, \qquad (2)$$

то есть изменение полной механической энергии шайбы равняется работе сил электрического поля по её перемещению. Здесь

$$mg\Delta h = mgR\cos\alpha - mgR = mgR(\cos\alpha - 1) \qquad (3)$$

– изменение потенциальной энергии шайбы при её переходе из начального положения – точка A, в конечное положение – точку B (энергия отсчитывается от оси Ox). Также в (2) учтено, что работа сил электрического поля

$$A_{\text{Эл}} = F_{\text{Эл}} \cdot AB \cdot \cos\beta = qE\Delta x\,, \qquad (4)$$

где β – угол между векторами силы $\vec{F}_{\text{Эл}} = q\vec{E}$ и перемещения $\overrightarrow{AB}$.

Подставляя (3) в (2), с учётом того, что $\Delta x = R\sin\alpha$, получаем в дополнение к (1) ещё одно уравнение

$$\frac{m\upsilon^2}{2} + mgR(\cos\alpha - 1) = qER\sin\alpha \qquad (5)$$

Из уравнений (1) и (5), исключая величину $\frac{m\upsilon^2}{R}$, будем иметь такое соотношение

$$mg\cos\alpha - qE\sin\alpha = 2mg(1-\cos\alpha) + 2qE\sin\alpha\,, \qquad (6)$$

из которого и получаем ответ задачи $\frac{mg}{qE} = \frac{3\sin\alpha}{3\cos\alpha - 2}$. (7)

Подстановка значения угла $\alpha = 30°$, даёт численное значение $\frac{mg}{qE} \approx 2{,}5$. (8)

Примерные критерии оценивания	Баллы
Записан второй закон Ньютона (1)	2
Записан закон сохранения энергии (5)	4
Получено ответ задачи в общем виде (7)	3
Получен численный результат (8)	1

Задача 11.5

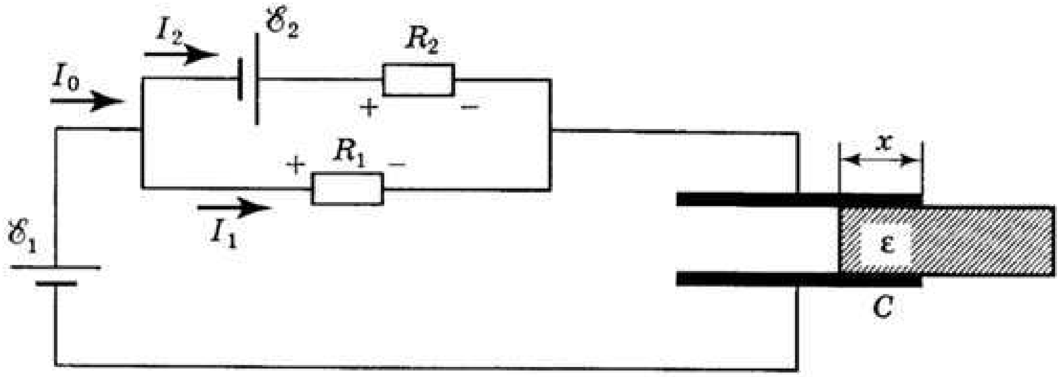
Возможное решение

(В работах учащихся могут быть предложены и другие правильные способы решения)

1. Расставим токи, текущие в контуре, содержащем $\mathcal{E}_2$, R_1 и R_2 (см. рис.), тогда согласно первому и второму правилам Кирхгофа, считая положительным направлением обхода контура по часовой стрелке, будем иметь такую систему уравнений

$$I_1 + I_2 = I_0, \qquad I_2R_2 - I_1R_1 = \mathcal{E}_2, \tag{1}$$

из которой при $R_1 = R_2 = R$ определяем силу тока $I_1 = \frac{1}{2}\left(I_0 - \frac{\mathcal{E}_2}{R}\right) = \text{const}$ (2)



2. Запишем закон Ома для цепи, содержащей $\mathcal{E}_1$, R_1 и C

$$U_{R_1} + U_C = \mathcal{E}_1 \quad \to \quad I_1R_1 + \frac{q}{C} = \mathcal{E}_1 \tag{3}$$

Здесь q – заряд на конденсаторе, C – ёмкость конденсатора с вдвигающейся в него диэлектрической пластинкой. Данную ёмкость можно вычислить как ёмкость двух параллельно соединённых конденсаторов. Если обозначить ширину пластин конденсатора через a, то

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 S}{d} = \frac{\varepsilon_0 al}{d}; \quad C = \frac{\varepsilon_0 a(l-x)}{d} + \frac{\varepsilon_0 \varepsilon a x}{d} = C_0\frac{l-x}{l} + C_0\frac{\varepsilon x}{l} \quad \to \quad C = C_0 + C_0(\varepsilon - 1)\frac{x}{l} \tag{4}$$

Отсюда видно, что ёмкость конденсатора зависит от x, а значит и от времени. Если за время Δt ёмкость конденсатора изменилась на $\Delta C = \frac{C_0(\varepsilon-1)}{l}\Delta x$, (5)

то, разделив на Δt, получим $\frac{\Delta C}{\Delta t} = \frac{C_0(\varepsilon-1)}{l}\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{C_0(\varepsilon-1)}{l}\upsilon$, (6)

где $\upsilon = \Delta x/\Delta t$ - искомая скорость движения пластинки. Для её вычисления выразим из (3) заряд конденсатора и найдём его изменение за время Δt

$$q = (\mathcal{E}_1 - I_1R_1)C \quad \to \quad \Delta q = (\mathcal{E}_1 - I_1R_1)\Delta C \quad \to \quad \frac{\Delta q}{\Delta t} = (\mathcal{E}_1 - I_1R_1)\frac{\Delta C}{\Delta t} \tag{7}$$

С другой стороны $\frac{\Delta q}{\Delta t} = I_0$, (8)

тогда из (7) и (8) будем иметь такое выражение для $\Delta C/\Delta t$

$$(\mathcal{E}_1 - I_1R_1)\frac{\Delta C}{\Delta t} = I_0 \quad \to \quad \frac{\Delta C}{\Delta t} = \frac{I_0}{\mathcal{E}_1 - I_1R_1} = \text{const} \tag{9}$$

Отсюда и из (6) видно, что скорость движения пластинки постоянна. Подставляя (9) в (6), при $R_1 = R$, с учётом (2), получаем окончательный результат

$$\upsilon = \frac{I_0\, l}{C_0(\varepsilon-1)(\mathcal{E}_1 - I_1R)} = \frac{2I_0\, l}{C_0(\varepsilon-1)(2\mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 - I_0R)}, \tag{10}$$

Примерные критерии оценивания	**Баллы**
Записаны правила Кирхгофа (1)	1
Вычислен ток I_1 (2)	1
Записан закон Ома (3)	1
Найдена ёмкость конденсатора (4)	2
Получено соотношение для $\Delta C/\Delta t$ (6)	2
Найдено выражение для $\Delta C/\Delta t$ из закона Ома (9)	2
Получено выражение для скорости пластинки (10)	1