

7 класс

Задача №1.

По взаимно параллельным рельсам и автомобильной дороге движутся товарный поезд, электричка и легковой автомобиль. На полный обгон электричкой товарного поезда потребовалось $t_1 = 2$ минуты, а легковой автомобиль обгонял электричку $t_2 = 1$ мин. Какое время t_3 потребуется легковому автомобилю на обгон товарного поезда? Известно, что легковой автомобиль совсем маленький, а длина товарного поезда в три раза больше длины электрички. Все транспортные средства двигаются равномерно.

Возможное решение

Пусть L – длина электрички, $V_э$ – скорость электрички, V_T – скорость товарного поезда, V_A – скорость легкового автомобиля. По условию задачи электричка обгоняла товарный поезд в течение времени t_1 , следовательно, $(V_э - V_T)t_1 = 4L$, где $4L$ – суммарная длина электрички и товарного поезда.

Легковой автомобиль обгонял электричку за время t_2 , значит, $(V_A - V_э)t_2 = L$.

Из этих двух уравнений найдём скорость сближения легкового автомобиля и товарного поезда:

$$V_A - V_T = \frac{L}{t_2} + \frac{4L}{t_1}$$

Тогда легковому автомобилю потребуется на обгон товарного поезда время t_3 , равное:

$$t_3 = \frac{3L}{V_A - V_T} = \frac{3L}{\frac{L}{t_2} + \frac{4L}{t_1}} = \frac{3t_1 t_2}{t_1 + 4t_2} = 1 \text{ мин}$$

Критерии оценивания

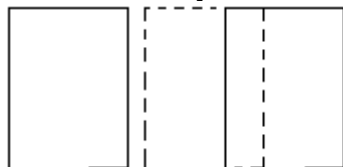
Записано условие обгона электричкой товарного поезда	3 балл
Записано условие обгона легковым автомобилем электричку	3 балл
Найдена скорость сближения легкового автомобиля и товарного поезда	2 балла
Найдено время t_3	2 балл

Задача №2.

Черепаша из дома отправилась за едой. В течение времени $t = 10$ с ползла на восток со скоростью $V = 1$ см/с. Затем повернула и в течение времени $2t$ двигалась со скоростью $2V$ на север. Потом на запад в течение времени t со

скоростью $3V$ и, наконец, повернув на юг, начала двигаться с максимально возможной скоростью $4V$ ещё в течение времени t . После этого ее движение в точности повторялось. Через 20 мин. черепаха обнаружила еду. Какое минимальное время потребуется ей для возвращения домой, если при движении с едой черепаха может развивать скорость, в 3 раза меньшую максимально возможной?

Возможное решение



На рисунке изображено движение черепахи в течение первых 50 секунд. Далее движение повторяется, следовательно, за каждые 50 секунд черепаха смещается на запад на расстояние $2Vt = 20$ см.

Время 20 минут (или 1200 секунд) кратно 50 с. Поэтому через 20 минут она окажется на расстоянии $20 \cdot (20 \cdot 60) / 50 = 480$ см от дома.

Так как максимально возможная скорость черепахи при движении с едой $4/3$ см/с, значит, минимальное время, за которое она вернётся обратно, равно $480 / (4/3) = 360$ с = 6 мин.

Критерии оценивания

Найдено смещение черепахи на восток	0,5 балла
Найдено смещение черепахи на север	0,5 балла
Найдено смещение черепахи на запад	0,5 балла
Найдено смещение черепахи на юг	0,5 балла
Отмечено, что за каждые 50 секунд черепаха смещается на запад на 20 см	1 балл
Найдено расстояние от дома через 20 минут	4 балла
Найдено минимальное время, за которое черепаха вернётся обратно	3 балла

Задача №3

Кот Матроскин и пес Шарик отправились искать клад. Они нашли кусок кварца, содержащий небольшой самородок золота. Масса всего куска 100 г, а средняя плотность 8 г/см³. Объем чего больше – золота или кварца? Найти массу золота, если плотность кварца $2,65$ г/см³, а плотность золота $19,4$ г/см³?

Возможное решение

Объем куска кварца и самородка золота $V = \frac{m}{\rho} = \frac{100}{8} = 12,5 \text{ см}^3$

$$m_3 + m_{\text{Кв}} = m$$

$$\rho_3 V_3 + \rho_{\text{Кв}} (V - V_3) = m$$

$$19,4 V_3 + 2,65 \cdot (12,5 - V_3) = 100$$

$$V_3 = 3,99 \text{ см}^3$$

$$V_{\text{Кв}} = V - V_3 = 8,51 \text{ см}^3$$

$$m_3 = \rho_3 V_3 = 77,4 \text{ г}$$

Критерии оценивания

Найден общий объем золота и кварца	1 балл
Составлено уравнение для нахождения объема золота	4 балла
Найден объем золота	1 балл
Найден объем кварца	1 балл
Сделан вывод о соотношении объемов золота и кварца	1 балл
Найдена масса золота	2 балла

Задача №4.

Гуляя в парке, мальчик Петя обнаружил, что он совершает полный круг, проходя по краю неподвижной карусели, за 8 с. Когда карусель включили, она стала совершать один оборот за 12 с. За какое время Петя сделает один оборот относительно стоящего на земле Васи, если пойдёт в ту же сторону, что и движется карусель? Скорость Пети относительно карусели в обоих экспериментах одинакова.

Возможное решение.

Пусть длина окружности карусели равна L .

Скорость Пети, идущего по неподвижной карусели равна $V_1 = \frac{L}{t_1}$

Скорость фиксированной точки на краю вращающейся карусели $V_2 = \frac{L}{t_2}$

Скорость Глюка, идущего по вращающейся карусели, равна

$$V_3 = V_1 + V_2 = \frac{L}{t_3}$$

Решая эти уравнения, получим:

$$t_3 = \frac{L}{V_1 + V_2} = \frac{L}{\frac{L}{t_1} + \frac{L}{t_2}} = \frac{t_1 t_2}{t_1 + t_2} = 4,8 \text{ с}$$

Критерии оценивания

Показана связь между V_1 и t_1	2 балла
Показана связь между V_2 и t_2	2 балла
Показана связь между V_3 и t_3	2 балла
Установлена связь между t_1, t_2 и t_3	2 балла
Записан численный ответ	2 балла