Решения задач 7 класса

Задача 1.

Велосипедист катится по ровной дороге с постоянной скоростью 32,1 км/ч. Какую скорость имеет: а) самая нижняя часть колеса относительно дороги; б) самая верхняя часть колеса относительно дерева; в) любая точка обода оси колеса относительно рамы велосипеда?

Решение:

а) нижняя часть колеса относительно дороги неподвижна;

б) верхняя часть колеса движется с удвоенной скоростью 64.2 км/ч.

в) точка обода колеса относительно рамы велосипеда, имеет скорость, равную по величине 32.1 км/ч и направленную по касательной к окружности обода.

Ответ: а) 0; б) 64.2 км/ч; в) 32.1 км/ч.

Критерии оценивания (10 баллов):

1. Получено решение с правильным ответом на вопрос а) 3
2. Получено решение с правильным ответом на вопрос б) 3
3. Получено решение с правильным ответом на вопрос в) 4

Задача 2.

Утром катер с туристами на борту отравился осматривать достопримечательности курорта и первые 50% пути они проплыли вдоль красивого берега со скоростью 36 км/ч. Затем они ускорились до 48 км/ч и так прошли еще 50% от оставшегося времени. Возвращались они на берег с максимальной скоростью 72 км/ч. Найдите среднюю скорость катера на прогулке.

Решение:

Задачу можно решить в общем виде, но проще сначала найти среднюю скорость $v_{ср2}$ на второй половине пути. Так как время движения с v_2 равно времени движения с v_3, то $v_{ср2}$ есть среднее арифметическое v_2 и v_3 и равно 60 км/ч:

$$v_{cp2} = \frac{s_2 + s_3}{2t_{2-3}} = \frac{v_2 + v_3}{2} = 60 км/ч.$$

Если обозначить через S весь пройденный путь, то время движения на первой половине пути будет равно $t_1 = \frac{S}{2v_1}$, а на второй – $t_2 = \frac{S}{2v_{cp2}}$.

Средняя скорость на всем пути:

$$v_{cp} = \frac{s}{t_1 + t_2} = \frac{2v_1 v_{cp2}}{v_1 + v_{cp2}} = \frac{2 \times 36 \times 60}{36 + 60} = 45 км/ч.$$

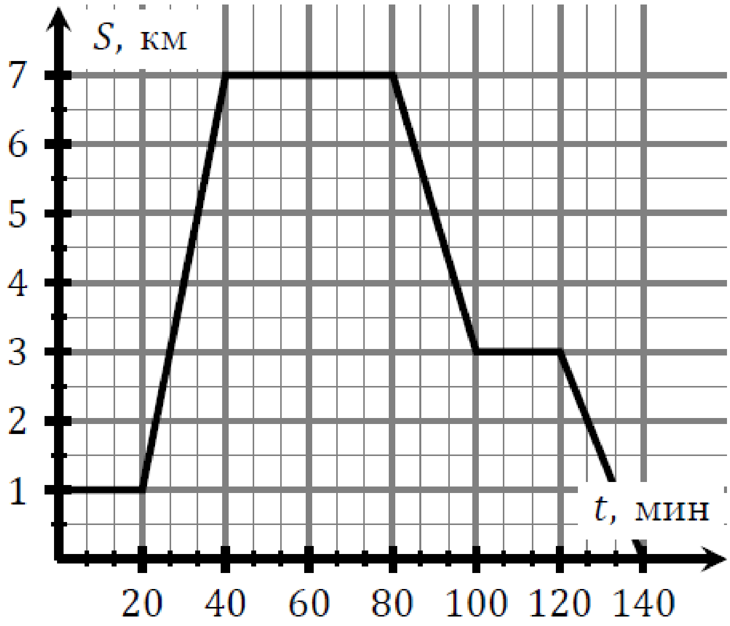
Ответ: 45 км/ч.

Критерии оценивания (10 баллов):

1. Правильно найдена средняя скорость на второй половине пути 5
2. Записано выражение для первой половины времени 1
3. Записано выражение для второй половины времени 1
4. Правильно найдена средняя скорость на всем участке.................................. 3

Задача 3

Вторая материальная точка начинает движение через некоторое время после первой. Трасса движения состоит из трех участков, на каждом из которых материальные точки движутся с определенной скоростью, одинаковой для обеих. Можно считать, что при пересечении границы участка скорость материальных точек меняется мгновенно. Пройдя трассу, первая материальная точка остается на месте. На рисунке показана зависимость расстояния между первой и второй материальными точками от времени, прошедшего после старта второй материальной точки. Найдите длины участков трассы и скорости движения на них.



Решение:

Проанализируем график зависимости расстояния между первой и второй материальными точками от времени. Когда обе точки движутся по одному участку, расстояние между ними не изменяется. На графике этому соответствуют три горизонтальных отрезка. На промежутке от 20 до 40 мин вторая точка всё ещё движется по первому участку, а первая точка уже по второму, причём с большей скоростью. За 20 мин расстояние между ними увеличилось на 6 км. Из этого можем найти разность скоростей на втором и первом участках:

$$v_2 - v_1 = \frac{6\ км}{20\ мин} = \frac{18\ км}{60\ мин} = 18\ км/ч \qquad (1)$$

На промежутке от 80 до 100 мин вторая точка движется по второму участку, а первая точка - уже по третьему, причём с меньшей скоростью. За 20 мин расстояние между ними уменьшилось на 4 км. Из этого можем найти разность скоростей на втором и третьем участках:

$$v_2 - v_3 = \frac{4\ км}{20\ мин} = 12\ км/ч \qquad (2)$$

На промежутке от 120 до 140 мин вторая точка движется по третьему участку, а первая точка уже ждёт на финише. Тогда скорость их сближения это просто скорость на третьем участке. За 20 мин расстояние между ними уменьшилось на 3 км, поэтому

$$v_3 = \frac{3\ км}{20\ мин} = 9\ км/ч \qquad (3)$$

Теперь, используя (1) и (2), найдём остальные скорости:

$$v_2 = v_3 + (v_2 - v_3) = 9\frac{км}{ч} + 12\frac{км}{ч} = 21\ км/ч \qquad (4)$$

$$v_1 = v_2 - (v_2 - v_1) = 21км/ч - 18\ км/ч = 3\ км/ч \qquad (5)$$

Длины участков найдём исходя из того, за сколько времени их проходила вторая материальная точка. На первом участке она была первые 40 мин и двигалась со скоростью v_1, значит длина этого участка равна:

$$l_1 = v_1 \cdot 40\ мин = 3\frac{км}{ч} \cdot \frac{2}{3} ч = 2\ км \qquad (6)$$

На втором участке вторая точка была в промежутке от 40 до 100 мин, значит:

$$l_2 = v_2 \cdot (100\ мин - 40\ мин) = 21\ км \qquad (7)$$

Оставшиеся 40 мин вторая точка проходила третий участок, поэтому

$$l_3 = v_3 \cdot 40\,мин = 6\,км \tag{8}$$

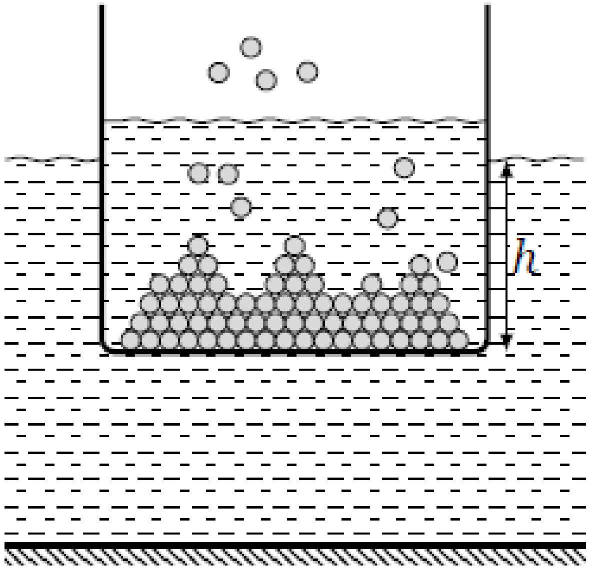
Ответ: Длины участков: 2 км, 21 км, 6 км. Скорости на участках: 3 км/ч, 21 км/ч, 9 км/ч

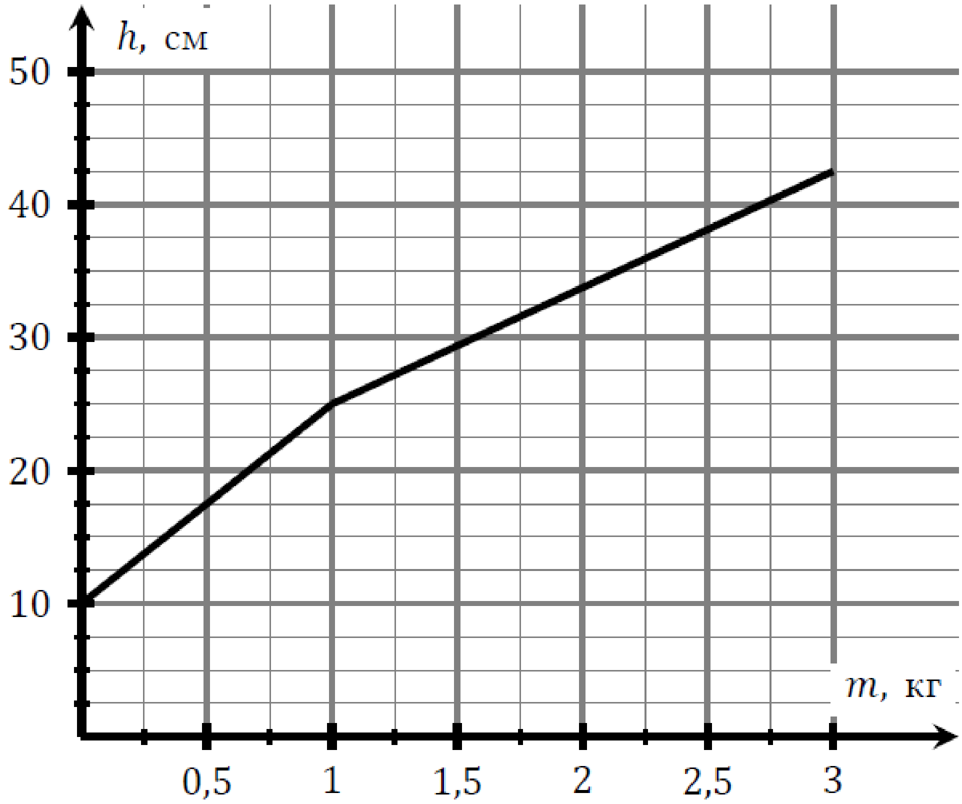
Критерии оценивания (10 баллов):

1.	Найдена разность скоростей на втором и первом участках	1
2.	Найдена разность скоростей на втором и третьем участках..................................	1
3.	Определена скорость движения на первом участке..	1
4.	Определена скорость движения на втором участке..	1
5.	Определена скорость движения на третьем участке..	2
6.	Определена длина первого участка………………...	1
7.	Определена длина второго участка………………..	2
8.	Определена длина третьего участка………………..	1

Задача 4.

Емкость цилиндрической формы с некоторым количеством воды внутри плавает в жидкости. В емкость медленно насыпаются маленькие металлические шарики, и измеряется глубина погружения емкости в жидкость. По графику зависимости глубины погружения емкости от массы насыпанных шариков найдите плотность одного шарика. Считайте, что все шарики целиком погружаются в воду. Плотность воды принять 1,0 г/см^3





Решение:

Пусть $M_е$ – масса пустой емкости, S – площадь внешнего горизонтального сечения ёмкости, M_B – масса налитой в емкость воды, ρ – плотность воды, ρ_M – плотность металла, из которого изготовлены шарики.

Емкость находится в равновесии, если суммарная сила тяжести скомпенсирована силой Архимеда. Значит

$$\rho \cdot S \cdot h \cdot g = M_е \cdot g + M_B \cdot g + m \cdot g\,, \qquad (1)$$

где m – масса насыпанных шариков. Значит, если масса воды внутри емкости не изменилась, то

$$\Delta h = \Delta m / \rho \cdot S.$$

Однако по графику видно, что этот закон не всегда выполняется. Значит, в какой-то момент вода начинает выливаться из контейнера. Тогда

$$\Delta h = (\Delta m - \Delta M_B) / \rho \cdot S.$$

Кроме того, суммарный объем шариков и воды внутри контейнера с этого момента постоянен, значит

$$\Delta m / \rho_M = \Delta M_B / \rho \cdot.$$

Поэтому теперь должен выполняться новая зависимость глубины погружения от насыпанной массы:

$$\Delta h = (1 - \rho / \rho_M) \cdot \Delta m / \rho \cdot S\,. \qquad (2)$$

Отношение $\Delta h / \Delta m$ можно определить по графику. Пусть в первом случае это k_1, а во втором k_2. Тогда:

$$k_2 / k_1 = (1 - \rho / \rho_M)\,. \qquad (3)$$

Исходя из графика k_2 / k_1=7/12. Можно найти $\rho_M = 12 \cdot \rho / 5$ = 2,4 г/см^3

Ответ: Плотность шарика равна 2,4 г/см^3.

Критерии оценивания (10 баллов):

1. Записан закон Архимеда для условия равновесия емкости (1) 2
2. Определена зависимость глубины погружения от насыпанной массы как (2) ..… 2
3. Определено отношение угловых коэффициентов (3)……………………................... 3
4. Определена плотность одного шарика ……………….. 3