

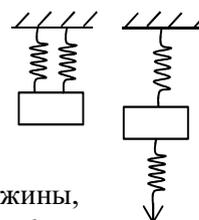
8 класс

1. (10 баллов) Два велосипедиста одновременно начинают движение по шоссе из одного пункта – один со скоростью 30 км/час, другой 25 км/час. Проехав 18 км, велосипедист, ехавший со скоростью 30 км/час, снизил ее до 20 км/час. Какое расстояние проедет каждый из велосипедистов к моменту, когда один догонит другого?

Ответ: 30 км.

Решение: Расстояние в 18 км велосипедист, ехавший со скоростью 30 км/час, преодолел за $18 : 30 = 3/5$ часа. В течение этого времени велосипедисты удалялись друг от друга с относительной скоростью $30 - 25 = 5$ км/час. После снижения скорости велосипедистом они стали сближаться с той же по величине относительной скоростью $25 - 20 = 5$ км/час. При этом время сближения, очевидно, будет равно времени удаления, а полное время до встречи составит $6/5$ часа. За это время велосипедист, ехавший с постоянной скоростью 25 км/час, преодолеет расстояние 30 км. Такое же расстояние проедет и другой велосипедист.

2. (10 баллов) При подвешивании тела на двух одинаковых легких пружинах (см. рис.) растяжение каждой из них составило 1 см. Затем одну из пружин прикрепили к телу снизу и, потянув за свободный конец (см. рис.), растянули ее опять на 1 см. Каким при этом стало растяжение верхней пружины?



Ответ: 3 см.

Решение: В первом случае сила упругости, действующая на груз со стороны каждой пружины, равна половине действующей на груз силы тяжести. По закону Гука сила упругости равна $F = k\Delta x$, где k – коэффициент жесткости пружины, а Δx – ее растяжение. Поскольку растяжение нижней пружины во втором случае такое же, как в первом, то эта пружина тянет груз вниз с силой, равной половине силе тяжести. Таким образом, полная направленная вниз сила на груз во втором случае равна $3/2$ силы тяжести. Эту силу компенсирует упругая сила со стороны верхней пружины, следовательно, она в 3 раза больше, чем была в первом случае. А значит, ее удлинение также в 3 раза больше и составляет 3 см.

Разбалловка: Записан закон Гука – 1 балл.

Понято, что в первом случае сила каждой пружины равна половине силы тяжести – 2 балла.

Понято, что во втором случае сила нижней пружины равна половине силы тяжести – 2 балла.

Понято, что сила верхней пружины равна $3/2$ силы тяжести – 3 балла.

Найдено растяжение верхней пружины – 2 балла.

3. (10 баллов) Ледяной шар радиуса R плавает в частично заполненном водой цилиндрическом сосуде с радиусом поперечного сечения $2R$. Какой объем масла следует налить в сосуд для того, чтобы шар полностью оказался под поверхностью масла? Плотность воды 1000 кг/м^3 , плотность льда 900 кг/м^3 , плотность масла 800 кг/м^3 .

Ответ: $10\pi R^3/3$.

Решение: Запишем условие плавания полностью погруженного шара в виде

$$\rho_{\text{в}}V_1g + \rho_{\text{м}}V_2g = \rho_{\text{л}}(V_1 + V_2)g,$$

где через V_1 и V_2 обозначены части объема шара, находящиеся в воде и масле соответственно, через $\rho_{\text{в}}$, $\rho_{\text{м}}$ и $\rho_{\text{л}}$ плотности воды, масла и льда, а через g ускорение свободного падения. Подставляя в это уравнение значения плотностей, находим, что $V_1 = V_2$, т.е. половина шара находится в воде, а половина в масле. Это означает, что толщина слоя масла равна радиусу шара. Учитывая, что шар занимает в масляном слое объем, равный половине объема шара, находим объем масла как

$$V_{\text{м}} = \pi(2R)^2 \cdot R - \frac{2}{3}\pi R^3 = \frac{10}{3}\pi R^3.$$

Разбалловка: Записано условие плавания полностью погруженного шара – 3 балла.

Найдено, что шар погружен наполовину в воду, наполовину в масло – 2 балла.

Понято, что толщина слоя масла равна радиусу шара – 2 балла.

Найден объем слоя масла с половиной шара – 1 балл.

Найден объем масла – 2 балла.