



9 класс, 2020/2021 учебный год Длительность 3 ч 50 мин. Максимум 50 баллов.

Задача 1. Полеты с ветерком. Самолет совершает перелет из пункта A в пункт В. Первую часть полета самолет летел со встречным ветром 50 км/ч в течение 3 часов, и при этом он пролетел 1500 км. Затем направление ветра сменилось на противоположное, и вторую часть полета самолет выполнял уже при попутном ветре такой же скорости. Пилот заметил, что за первую часть полета было израсходовано 40% топлива. Определите дальность всего полета, считая, что режим работы двигателей оставался неизменным.

Возможное решение:

Сначала рассмотрим первую часть полета. В это время дул встречный ветер со скоростью $u=50\,$ км/ч. Обозначим дальность полета $L_1=1500\,$ км, а время полета при встречном ветре $t_1=3\,$ часа. Тогда скорость самолета относительно земли на этой части полета можно найти так:

$$v1 = L1/t1 = 1500/3 = 500 \text{ km/y}.$$

Скорость самолета относительно воздуха будет:

$$v10 = v1 + u = 500 \text{ km/y} + 50 \text{ km/y} = 550 \text{ km/y}.$$

Если бы ветра не было, то самолет за то же время пролетел бы расстояние

$$L_{10} = v_{10} \cdot t_1 = 550 \cdot 3 = 1650 \text{ km}.$$

Расход топлива зависит от режима работы двигателя самолета, то есть, на 1650 км в безветренную погоду самолет затратил бы те же 40% топлива.

Тогда на остальные 60% топлива в безветренную погоду самолет бы смог пролететь 2475 км и потратил бы на это $t_2 = 4,5$ часа. Т.е. 60% топлива хватит на 4,5 часов работы двигателя в этом режиме.

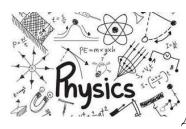
Однако самолет эти 4,5 часа (вторую часть пути) летит с попутным ветром, так что его скорость относительно Земли определится как $v_2 = v_{10} + u = 600$ км/ч, а пролететь он успеет $L_2 = v_2 \cdot t_2 = 2700$ км.

Тогда общая дальность полета $L = L_1 + L_2 = 1500 + 2700 = 4200$ км.

Критерии оценивания:

Найдена скорость самолета относительно земли в первом случае	1 балл
Найдена скорость относительно воздуха при встречном ветре	2 балла
Из анализа расхода топлива найдено время движения самолета	3 балла
на втором участке пути (4,5 часа)	
Найдена скорость относительно земли во втором случае	2 балла
Найдена общая дальность полета	2 балла

Выше приводится возможное решение. Допустимы альтернативные решения. В случае





9 класс, 2020/2021 учебный год Длительность 3 ч 50 мин. Максимум 50 баллов.

альтернативных решений составляются другие критерии оценивания в зависимости от степени и правильности решения задачи.

Максимум за задачу 10 баллов

Задача 2. Электричество против льда.

В Цветочном городе наступила зима, а у Винтика и Шпунтика появились новые темы для исследований. Однажды в поле они обнаружили металлическую цилиндрическую трубу длиной 5 метров, которая была полностью заполнена льдом. Помогите изобретателям вычислить, за какое время можно растопить весь лед в трубе, если подавать на ее концы напряжение 36 В. Диаметр трубы 12 см, удельное сопротивление металла $2 \cdot 10^{-7}$ Ом·м, толщина стенок 2 мм. Плотность льда 0.9 г/см³, удельная теплота плавления льда $3.35 \cdot 10^5$ Дж/кг. Потерями тепла в окружающую среду и нагреванием самой трубы при расчетах можно пренебречь.

Возможное решение:

Найдем сопротивление металлической трубы. Площадь поперечного сечения, по которому проходит ток, можно приблизительно вычислить как $S=2\pi rh$, где r- радиус трубы, h- толщина ее стенок. Приближение правомерно, так как толщина трубы значительно меньше ее радиуса.

При прохождении электрического тока в трубе будет выделяться количество теплоты, определяемое по закону Джоуля-Ленца:

 $Q=U^2t/R$, но $R=\rho l/S=\rho l/2\pi r h$, поэтому $Q=2\pi r h U^2 t/\rho l$. Здесь t — это время протекания тока, ρ — удельное сопротивление металла.

Это количество теплоты будет затрачено на таяние льда, то есть:

$$Q = \lambda m = \lambda \rho_{\text{\tiny J}} V = \lambda \rho_{\text{\tiny J}} \pi r^2 l.$$

Здесь мы пренебрегли толщиной стенок трубы по сравнению с ее радиусом. Участник в данной формуле может взять в качестве радиуса ледяного цилиндра разницу r-h (либо r+h, если посчитает, что задан внутренний радиус трубы), что нельзя считать ошибкой. При оценивании за это баллы не снимаются.

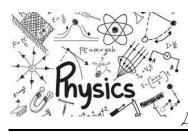
Получаем:

$$\lambda \rho_{\rm I} \pi r^2 l = 2\pi r h U^2 t / \rho l$$

откуда искомое время:

$$t = \lambda \rho_{\text{II}} r l^2 \rho / 2 U^2 h.$$

Выполним расчеты, получим (не забыв учесть, что в условии дан диаметр трубы, а не радиус, и плотность льда необходимо перевести в систему СИ):



 $|H(t)|_{V(t)} = |E_{V(t)}|_{E}$ $|H|_{V(t)} = |E_{V(t)}|_{E}$ $|H|_{V(t)} = |H|_{V(t)}$ $|H|_{V(t)} = |H|_{V(t)}$

9 класс, 2020/2021 учебный год Длительность 3 ч 50 мин. Максимум 50 баллов.

t = 17.45 c.

Ответ: 17,45 с (допускаются другие варианты округления, например 17 или 17,5 секунд).

Критерии оценивания:

Получено выражение для сопротивления трубы	2 балла
Получено выражение для количества теплоты, выделившегося в	2 балла
трубе за время t	
Получено выражение для количества теплоты, необходимого	3 балла
для таяния всего льда	
Получено выражение для времени	1 балл
Получено верное численное значение времени в диапазоне от 17	2 балла
до 17,5 секунд	

Выше приводится возможное решение. Допустимы альтернативные решения. В случае альтернативных решений составляются другие критерии оценивания в зависимости от степени и правильности решения задачи.

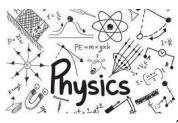
Максимум за задачу 10 баллов

Комментарий для разбора задач: получившееся значение времени в значительной степени занижено, поскольку в данной ситуации нельзя пренебрегать потерями тепла в окружающую среду. Поверхность трубы достаточно велика, так что потери тепла сравнимы с количеством теплоты, передаваемым льду. Стоит упомянуть об этом при разборе задачи.

Задача 3. Сверхлегкий материал. Современные ученые занимаются созданием сверхлегких материалов. Один из таких материалов представляет собой структуру, состоящую из переплетающихся тонкостенных трубок, заполненных воздухом. Сами трубки сделаны из сплава никеля и фосфора (массовая доля никеля 93%, фосфора 7%). При исследованиях материала было определено, что плотность образца составляет 0,9 мг/см³, если не учитывать наличие воздуха внутри трубок. Какова на самом деле плотность этого экспериментального вещества, если все-таки учитывать воздух? При расчетах можно принять, что объем никель-фосфорного сплава равен сумме объемов входящих в его состав никеля и фосфора. Плотность воздуха 1,2 мг/см³, плотность фосфора 1,85 г/см³ и плотность никеля 8,9 г/см³.

Возможное решение:

Сначала найдем среднюю плотность сплава, из которого сделаны стенки трубок:





9 класс, 2020/2021 учебный год Длительность 3 ч 50 мин. Максимум 50 баллов.

$$\rho_{\text{Ni-P}} = \frac{m_{\text{Ni}} + m_{\text{P}}}{V_{\text{Ni}} + V_{\text{P}}} = \frac{m_{\text{Ni}} + m_{\text{P}}}{\frac{m_{\text{Ni}}}{\rho_{\text{Ni}}} + \frac{m_{\text{P}}}{\rho_{\text{P}}}}$$

Так как $m_{Ni} = 0.93 m$ и $m_p = 0.07 m$, где $m = m_{Ni} + m_p$, то:

$$\rho_{\rm Ni-P} = \frac{\rho_{\rm Ni}\rho_{\rm p}}{0.93\rho_{\rm Ni} + 0.07\rho_{\rm p}} = \frac{8.9 \cdot 1.85}{0.93 \cdot 1.85 + 0.07 \cdot 8.9} = 7.03 \; {\rm r/cm^3}.$$

Теперь запишем формулу для плотности образца без учета массы воздуха:

$$\rho_1 = \frac{m}{V_{\text{Ni-P}} + V_0} = \frac{\rho_{\text{Ni-P}} V_{\text{Ni-P}}}{V_{\text{Ni-P}} + V_0}.$$

Отсюда:

$$V_0 = \frac{\rho_{\text{Ni-P}} - \rho_1}{\rho_1} V_{\text{Ni-P}} = 7810 V_{\text{Ni-P}}$$

Таким образом, объем пустот в этом веществе в 7810 раз больше объема стенок трубок. С учетом воздуха (если в этих пустотах будет воздух):

$$\rho_2 = \frac{m + m_{\rm B}}{V_{\rm Ni-P} + V_0} = \frac{\rho_{\rm Ni-P} V_{\rm Ni-P} + \rho_{\rm B} V_0}{V_{\rm Ni-P} + V_0} = \frac{\rho_{\rm Ni-P} + 7810 \rho_{\rm B}}{7811} = \frac{7,03 + 7810 \cdot 0,0012}{7811};$$

$$\rho_2 = 0,0021 \ {\rm \Gamma/cm}^3 = 2,1 \ {\rm mr/cm}^3.$$

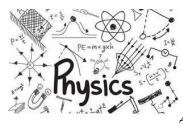
Критерии оценивания:

Найдена средняя плотность материала стенок	3 балла (2 за идею и формулы, 1 за
	численный результат)
Найдено отношение объемов пустого	3 балла (2 за идею и формулы, 1 за
пространства и стенок	численный результат)
Найдена искомая плотность	4 балла (2 за идею и формулы, 2 за
	верный численный ответ)

За каждое верно выполненное действие баллы складываются. При арифметической ошибке (в том числе ошибке при переводе единиц измерения) оценка снижается на 1-2 балла в зависимости от того, насколько отличается полученный ответ от того, который должен быть. Максимум за задание — 10 баллов.

Примечание: Выше приводится возможное решение. Допустимы альтернативные решения. В случае альтернативных решений составляются другие критерии оценивания в зависимости от степени и правильности решения задачи.

Задача 4. С термометрами что-то не так...





9 класс, 2020/2021 учебный год Длительность 3 ч 50 мин. Максимум 50 баллов.

Восьмиклассник Кирилл для домашних экспериментов самостоятельно изготовил два термометра и решил проверить их работоспособность. Оказалось, что если их поместить в смесь воды и льда, то первый термометр покажет ровно -4° C, а второй ровно $+3^{\circ}$ C. Это показалось Кириллу странным, и он решил провести второй эксперимент, поместив термометры в кипящую воду. Тогда первый показал $+108^{\circ}$ C, а второй $+96^{\circ}$ C. А вот температуру самого Кирилла оба термометра показывали одинаково. Найдите показания термометров при измерении температуры Кирилла и определите истинную температуру Кирилла. Учтите, что шкалы термометров хоть и разные, но являются линейными, то есть их показания изменяются на одинаковую величину (которая для каждого термометра своя!) при одинаковом изменении температуры.

Возможное решение:

Поскольку в условии сказано, что зависимость показаний термометра от температуры линейна, она должна описываться линейной функцией, т.е.

$$T_1 = k_1 T + b_1 \text{ if } T_2 = k_2 T + b_2,$$

где $k_1,\,k_2,\,b_1$ и b_2 – это постоянные коэффициенты, а T – истинная температура.

Воспользуемся точками, которые определены в условии.

$$-4 = k_1 \cdot 0 + b_1$$
, поэтому $b_1 = -4^0$ С. Аналогично $b_2 = 3^0$ С.

$$108 = k_1 \cdot 100 - 4$$
, тогда $k_1 = 1,12$. Аналогично $k_2 = 0,93$.

Поскольку при некоторой температуре T_0 показания термометров совпали, то можно записать: $k_1T_0 + b_1 = k_2T_0 + b_2$, откуда находится температура Кирилла:

$$T_0 = (b_2 - b_1)/(k_1 - k_2) \approx 36,84^0 C \approx 36,8^0 C.$$

Осталось найти показания термометров:

$$T_1 = T_2 \approx 37,26^{\circ}C \approx 37,3^{\circ}C.$$

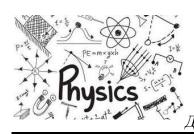
Критерии оценивания:

Записано математически, что зависимость показаний градусника	3 балла
от температуры линейна	
Найдены коэффициенты этой зависимости	3 балла
Найдено значение температуры Кирилла	2 балла
Найдены показания термометров	2 балла

Участники могут предложить **графический способ** нахождения показаний термометров. Для этого можно построить на одном графике две прямые и получить точку пересечения.

Также из графиков можно найти коэффициенты прямых.

Однако прямые идут близко друг к другу, поэтому точку пересечения и коэффициенты





9 класс, 2020/2021 учебный год Длительность 3 ч 50 мин. Максимум 50 баллов.

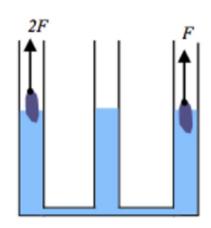
вряд ли удастся найти достаточно точно.

Если участник все-таки идет по данному пути решения, то при оценивании работы стоит обращать внимание на саму идею, точность построения, выбор масштаба графиков, точность определения точки пересечения и коэффициентов прямых.

Максимум за задание – 10 баллов.

Примечание: Выше приводится возможное решение. Допустимы альтернативные решения. В случае альтернативных решений составляются другие критерии оценивания в зависимости от степени и правильности решения задачи.

Задача 5. Сообщающиеся сосуды. Три одинаковых цилиндрических сосуда, соединенные снизу трубками, частично заполнили водой. Каждый из трех сосудов имеет площадь поперечного сечения $S=10~{\rm cm}^2$. В правый и в левый сосуды помещают льдинки, которые удерживают в равновесии за нити, прикладывая к ним вертикально направленные силы $F=1~{\rm H}$ и 2F. В результате теплообмена с водой и с окружающей средой льдинки начинают таять. В течение всего процесса таяния их продолжают удерживать в равновесии. Как и на сколько изменится уровень воды в среднем сосуде после



того, как обе льдинки растают? Плотность воды $\rho = 1000$ кг/м³, ускорение свободного падения g = 10 м/с².

Возможное решение:

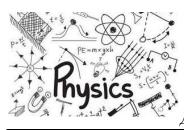
Рассмотрим внешние силы, действующие на содержимое сосудов, в которое включим воду и льдинки. Сила тяжести компенсируется тремя внешними силами F, 2F и силой реакции со стороны дна. Последняя, в свою очередь, равна по модулю силе давления на дно со стороны жидкости. Из условия равновесия в начальной ситуации следует:

$$F + 2F + 3S\rho g h_1 = m_{\text{содерж}} g.$$

После таяния льдинок масса содержимого сохраняется, но изменяется уровень и, следовательно, давление воды около дна. Кроме того, перестают действовать силы F и 2F. Новое условие равновесия примет вид:

$$3S\rho gh_2=m_{\text{содерж}}g.$$

Вычитая из первого уравнения второе, получим:





Так как эта величина положительная, то уровень повысится.

Критерии оценивания:

Записано условие равновесия содержимого в начальной	2 балла
ситуации	
Записано условие равновесия содержимого в конечной ситуал	ции 2 балла
Получено выражение для изменения уровня жидкости	2 балла
Если задача решалась через объемы погруженных частей л о объемов при таянии , то за получение верного выражения дл	
1 1	