При проверке олимпиадной работы руководствуйтесь критериями оценивания, приведёнными ниже после решения каждой из задач. Если какие-то пункты критериев в явном виде отсутствуют, но в дальнейшем решении используются, то они должны быть засчитаны. При этом проверяющий имеет право ставить неполный балл за действие, обозначенное в критериях, если оно выполнено учащимся частично.

Каждая задача (независимо от уровня сложности) оценивается из 10 баллов.

Предложенные учениками решения задач могут быть правильными, даже если эти решения кардинально отличаются от авторских! В этом случае рекомендуется придерживаться следующих критериев оценивания:

0 баллов – если ученик не приступал к решению задачи или приступил, но никаких разумных соображений не привёл;

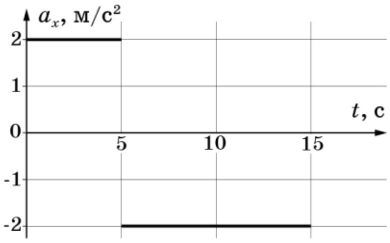
1 - 5 баллов – если ученик написал разумные соображения, уравнения и рисунки, но полную систему уравнений для решения задачи составить не смог;

6 - 8 баллов – ученик понял физику решения, составил полную систему уравнений, необходимую для решения задачи, но довести решение системы до конца не смог;

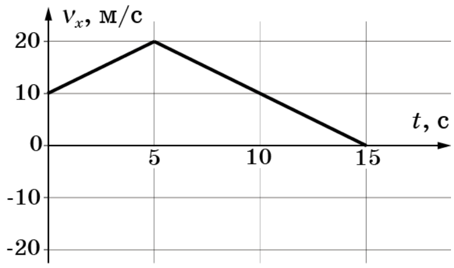
9 баллов – ученик решил правильно задачу в общем виде (получил буквенный ответ), но сделал математические ошибки в окончательных вычислениях;

10 баллов – задача решена полностью (при этом способ решения, предложенный учеником, может кардинально отличаться от авторского).

9 класс



Задача 1. Частичный график. На рисунке приведён график зависимости проекции ускорения a_x от времени t для частицы с момента начала наблюдения до момента её остановки. Определите максимальную скорость υ_{max} частицы и путь S пройденный ей за 15 с.



Возможное решение. В момент t = 15 с частица должна остановиться. К этому моменту её скорость изменится на $\Delta\upsilon$= −10 м/с (можно найти как площадь под графиком $a(t)$). Значит начальная скорость υ_0 = 10 м/с. Теперь можно построить полноценный график $\upsilon(t)$.

Максимальная скорость будет в момент t = 5 с:

υ_{max} = 20 м/с.

Путь пройденный частицей посчитаем как площадь под графиком $\upsilon(t)$: S=175 м.

Критерии оценивания

1) Найдено изменение скорости за всё время движения **(2 балла)**

2) Найдена начальная скорость **(1 балл)**

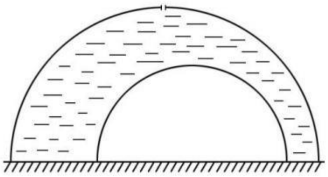
3) Построен правильный, «культурный» график $\upsilon(t)$ **(4 балла)**

   i. Вместо графика может быть использованы уравнения движения и скорости для двух участков равноускоренного движения (**по 1 баллу за** каждое правильное **уравнение**).

4) Найдена υ_{max} **(1 балл)**

5) Найден путь S **(2 балла)**

Задача 2. Купол под куполом. На гладкой горизонтальной поверхности, плотно прилегая к ней, лежат два тонкостенных полусферических колокола радиусов R_1 и R_2 ($R_1 > R_2$) (см. рис.). Известно, что масса внешнего колокола в 2 раза больше массы внутреннего. В верхней части внешнего колокола проделано небольшое отверстие, через которое наливается жидкость плотностью ρ. В момент, когда заполняется всё пространство между колоколами, начинается подтекание под один из них. Определите под какой из колоколов начнётся подтекание и найдите его массу.



Примечание: объем шара радиуса R равен $V = 4\pi R^3/3$.

Возможное решение.

Результирующая сил давления со стороны жидкости на внутренний колокол направлена вниз, а на внешний – вверх. Поэтому подтекание произойдёт под внешний колокол (жидкость его приподнимет). **(2 балла)**

Обозначим через m – массу меньшего колокола. Тогда $2m$ – масса большего колокола.

Далее решать можно двумя способами.

1 способ

Заметим, что давление на внешний колокол со стороны жидкости в каждой точке (а значит и сила давления со стороны жидкости, которая в конечном счёте его поднимает) будет таким же, как в случае, когда под ним нет второго колокола и вся полость заполнена жидкостью. **(1 балл).**

Теперь задача сводится к более простой. Колокол приподнимется, когда все его внутреннее пространство будет заполнено жидкостью плотности ρ.

Представим, что колокол вместе с его содержимым находится на чаше весов, которые показывают не массу, а вес груза. **(1 балл).**

Тогда на весах должен отображаться суммарный вес жидкости и колокола:

$$\left(2m + \frac{2}{3}\pi\rho R_1^{\,3}\right) g.$$ **(2 балла).**

С другой стороны, в момент начала подтекания, колокол отрывается от чаши, поэтому весы показывают силу давления жидкости на чашу весов. Тогда:

$$\left(2m + \frac{2}{3}\pi\rho R_1^{\,3}\right) g = (\pi R_1^{\,2})\rho g R.$$ **(2 балла)**

Откуда: $$m = \pi\rho R_1^{\,3}/6.$$

И массы колоколов, соответственно, равны:

$$m = \frac{1}{6}\pi\rho R_1^{\,3} \quad \text{и} \quad 2m = \frac{1}{3}\pi\rho R_1^{\,3}.$$ **(2 балла)**

2 способ

Представим, что вся наша конструкция находится на чаше весов, которые показывают суммарный вес жидкости и колоколов

$$\left(3m + \frac{2}{3}\pi\rho(R_1^{\,3} - R_2^{\,3})\right) g.$$ **(2 балла)**

В момент начала подтекания, внешний колокол оторвется от чаши, поэтому весы покажут вес малого колокола и силу давления жидкости на чашу весов. **(2 балл)**

Заметим, что вес малого колокола не будет равен mg, ведь жидкость оказывает на него дополнительное давление. Силу давления (F) жидкости на малый колокол можно найти, воспользовавшись таким рассуждением:

Мысленно заменим колокол на половинку шара того же радиуса. Если бы жидкость подтекала под полусфера, на него бы действовала сила Архимеда, равная с одной стороны весу жидкости в объёме полусферы, с другой – суммарной силе давления со стороны жидкости на полусферу. **(0,5 балла)**

Силу давления можно посчитать, как сумму силы давления на верхнюю часть (та самая сила F, которую мы ищем, направлена вниз) и силы давления на основание полусферы (направлена вверх). Тогда:

$$\frac{2}{3}\pi\rho {R_2}^3 g = \rho g R_1 \pi {R_2}^2 - F.$$ **(0,5 балла)**

Откуда:

$$F = \rho g R_1 \pi {R_2}^2 - \frac{2}{3}\pi\rho {R_2}^3 g.$$ **(0,5 балла)**

Теперь, зная F, запишем уравнение для показания весов:

$$\left(3m + \frac{2}{3}\pi\rho({R_1}^3 - {R_2}^3)\right) g =$$

$$= \rho g R_1 \pi({R_1}^2 - {R_2}^2) + mg + \rho g R_1 \pi {R_2}^2 - \frac{2}{3}\pi\rho {R_2}^3 g.$$ **(0,5 балла)**

Раскрывая скобки и упрощая выражение, получим:

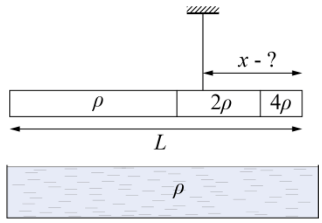
$$m = \pi\rho {R_1}^3/6.$$

Массы колоколов, соответственно, равны:

$m = \frac{1}{6}\pi\rho {R_1}^3$ *и* $2m = \frac{1}{3}\pi\rho {R_1}^3$. **(2 балла)**

3 способ

В предыдущих рассуждениях показания весов можно заменить суммарной силой реакции опоры на систему «колокола и вода» и приравнять её до и после начала подтекания. Эти рассуждения должны оцениваться по тем же шаблонам.



Задача 3. Тонкий баланс. Стержень длиной L, состоящий из трёх частей одного диаметра, висит на нити горизонтально. Каждая следующая его часть, по сравнению с предыдущей, в 2 раза короче, а её плотность в 2 раза больше. Плотность самой длиной части ρ.

Определите:

1) расстояние x от края стержня (со стороны короткой части) до точки крепления нити;

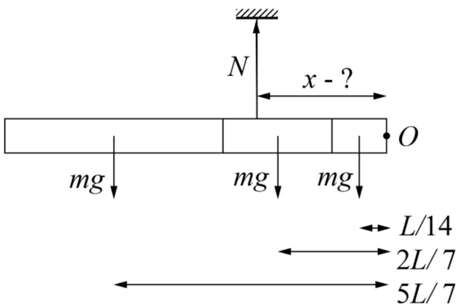
2) расстояние Δx, на которое нужно сместить точку крепления нити для достижения нового равновесия после погружения стержня в жидкость плотностью ρ.

Возможное решение.

Массы m каждой из трёх частей одинаковы ($m = 4\rho SL/7$).

Сила натяжения по модулю равна $N = 3mg$. **(1 балл)**

Расставим на рисунке все силы.



(3 балла)

(по 1 баллу за каждое верное плечо сил тяжести. Или 3 балла за нахождение центра масс системы).

Запишем правило моментов относительно оси O:

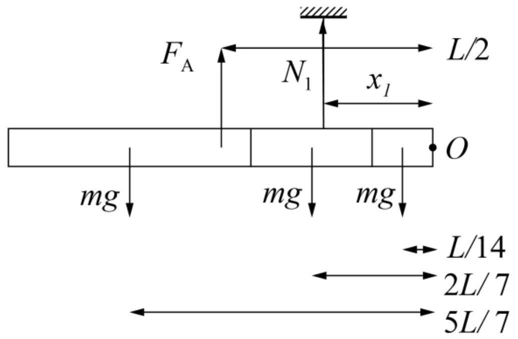
$$mg\frac{L}{14} + mg\frac{2L}{7} + mg\frac{5L}{7} = 3mgx.$$ **(1 балл)**

$$x = \frac{5}{14}L.$$ **(0,5 балла)**

При погружении стержня в воду на него станет действовать сила Архимеда. Она будет приложена к геометрическому центру **(1 балл)**

и равна по модулю $F_A = \rho g SL = \frac{7}{4}mg$. **(1 балл)**

Новое значение силы натяжения



$$N_1 = 3mg - F_A = \frac{5}{4}mg.$$ **(0,5 балла)**

Запишем применительно к этому случаю правило моментов относительно оси *O*:

$$mg\frac{L}{14} + mg\frac{2L}{7} + mg\frac{5L}{7} = \frac{5}{4}mgx_1 + \frac{7}{4}mg\frac{L}{2}.$$ **(1 балл)**

$$x_1 = \frac{11}{70}L.$$ **(0,5 балла)**

$$\Delta x = \frac{1}{5}L.$$ **(0,5 балла)**

Задача 4. Мощный нагрев. В два калориметра положили по куску льда и с одинаковой постоянной мощностью начали подводить тепло. В первом калориметре за τ_1 = 370 с удалось поднять температуру содержимого с t_{10} = –50°C до t_{11} = 30°C. Во втором через τ_2 = 580 с от начала нагрева температура достигла t_{21} = 40°C. Определите массы m_1 и m_2 кусков льда, начальную температуру второго куска (t_{20}) и мощность P нагревательного элемента. Известно, что куски льда отличались по массе на Δm = 210 г, а вода во втором калориметре появилась через τ_0 = 80 с после начала нагрева. Удельная теплоёмкость льда $c_л$ = 2100 Дж/кг°C, удельная теплоёмкость воды $c_в$ = 4200 Дж/кг°C, удельная теплота плавления льда λ = 330 кДж/кг.

Возможное решение.

В каждом из калориметров лёд сначала нагревался до 0°C, затем плавился, а потом шёл нагрев воды. Каждый из этих трёх участков занимал какое-то время. Введём обозначения:

τ_{11}, τ_{12}, τ_{13} – время нагрева льда, плавления льда и нагрева воды в первом калориметре.

τ_{21}, τ_{22}, τ_{23} – время нагрева льда, плавления льда и нагрева воды в первом калориметре.

Поскольку мощность нагрева на протяжении эксперимента была постоянной, общее время нагрева распределялось между участками пропорционально теплоте, полученной на каждом из них. То есть:

$\tau_{11}/\tau_{12}/\tau_{13} = c_л m_1(0 - t_{10})/\lambda m_1/cm_1(t_{11} - 0) = c_л(0 - t_{10})/\lambda/c(t_{11} - 0)$. **(1,5 балла)**

$\tau_{21}/\tau_{22}/\tau_{23} = c_л m_2(0 - t_{20})/\lambda m_2/cm_2(t_{21} - 0) = c_л(0 - t_{20})/\lambda/c(t_{21} - 0)$. **(1,5 балла)**

Кроме того, нам известно, что во втором калориметре вода появилась через 80 секунд, значит τ_{21} = 80 с.

Учитывая, что $\tau_{11} + \tau_{12} + \tau_{13} = \tau_{1,}$ и решая пропорцию, находим:

$\tau_{11} \approx 70$ с; $\tau_{12} \approx 217$ с; $\tau_{13} \approx 83$ с. **(1,5 балла)**

Для второго калориметра имеем:

$\tau_{22}/\tau_{23} = \lambda/c(t_{21} - 0)$

$\tau_{22} + \tau_{23} = \tau_1 - \tau_{21} = 500$ с. **(0,5 балла)**

Откуда τ_{22} = 331 с; τ_{23} = 169 с. **(1 балл)**

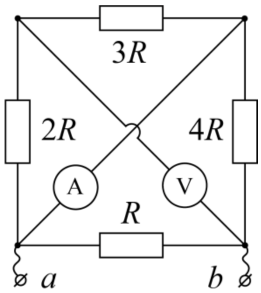
Поскольку $\tau_{22} > \tau_{12}$, $m_2 > m_1$.

Мощности нагревателей одинаковы, значит $P(\tau_{22} - \tau_{12}) = \lambda\,\Delta m$. **(1 балл)**

Отсюда находим мощность: $P = \lambda\,\Delta m / (\tau_{22} - \tau_{12}) \approx 608$ Вт. **(1 балл)**

Тогда $m_1 = P\tau_{12}/\lambda = 0{,}40$ кг, $m_2 = m_1 + \Delta m = 0{,}61$ кг. **(1 балл)**

Далее: $c_л m_2(0 - t_{20}) = P\tau_{21}$. Откуда: $t_{20} = -P\tau_{21}/c_л m_2 = -38$°C. **(1 балл)**



Задача 5. Электрический квадрат. Из четырёх резисторов с сопротивлениями R, $2R$, $3R$ и $4R$ (R = 15 Ом) спаян квадрат, в одну диагональ которого включён идеальный амперметр, а в другую – идеальный вольтметр (см. рис.). Найдите эквивалентное сопротивление R_0 цепи между узлами a и b. Какими будут показания амперметра и вольтметра если к узлам a и b подключить источник с напряжением U = 12 В?

Возможное решение

Так как внутреннее сопротивление идеального вольтметра бесконечно большое, а внутреннее сопротивление идеального амперметра равно нулю, то можно сделать вывод, что через резисторы $3R$ и $2R$ ток практически не течёт, **(1 балл)**
следовательно, падения напряжений на этих резисторах пренебрежимо мало и вольтметр будет показывать напряжение источника: $U_V = U$ = 12 В. **(2 балла)**

Учитывая также, что падение напряжения на идеальном амперметре равно нулю, приходим к выводу, что падение напряжения на резисторе $4R$ равно падению напряжения на резисторе R **(1 балл)**
и равно напряжению источника U **(1 балл)**
Ток, текущий при этом через амперметр равен току, текущему через резистор $4R$ (ток через резистор $3R$ отсутствует). **(1 балл)**
На основании закона Ома находим показания амперметра:

$$I_A = \frac{U}{4R} = 0{,}2\ \text{А}.$$ **(2 балл)**

Сопротивление цепи будет равно сопротивлению параллельно подключённых резисторов R и $4R$:

$$R_0 = \frac{4R^2}{4R+R} = \frac{4}{5}R = 12\ \text{Ом}.$$ **(2 балл)**