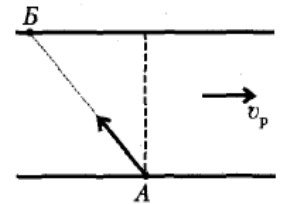


9 Класс.

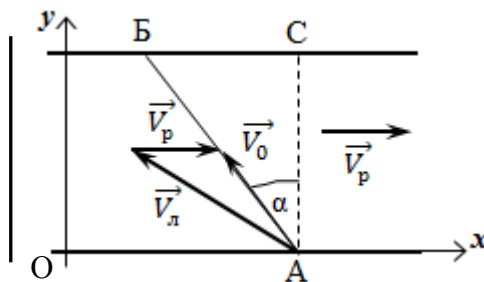
Задача №1. Переправа

При переправе через реку шириной 160 м надо попасть в точку (Б), лежащую на 120 м выше по течению, чем точка старта (А) (см. рис.). Лодочник управляет моторной лодкой так, что она движется точно к цели со скоростью 4,5 м/с относительно берега. Какова при этом скорость лодки относительно воды, если скорость течения реки 2,1 м/с? Сколько времени потребовалось на переправу ?



Возможное решение

- АС = Н = 160 м
- BC = L = 120 м
- $V_0 = 4,5$ м/с
- $V_p = 2,1$ м/с
- $V_{л} = ?$
- $t = ?$



1. Введём обозначения в соответствии с условием и изобразим схему переправы
2. Для сложного движения лодки относительно берега построим треугольник скоростей $\vec{V}_л + \vec{V}_p = \vec{V}_0$.
3. Спроецируем это уравнение на ось Ох: $V_{лx} = V_{0x} + V_p$

4. Спроецируем это уравнение на ось Оу: $V_{лу} = V_{0y}$

5. Очевидно, что $AB = \sqrt{L^2 + H^2}$ и $\sqrt{L^2 + H^2} = V_0 \cdot t$, найдём $t = \frac{\sqrt{L^2 + H^2}}{V_0} = \frac{200}{4,5} = 44,44$ (с)
6. $L = V_{0x} \cdot t$. Откуда находим $V_{0x} = \frac{L}{t} = \frac{L}{\sqrt{L^2 + H^2}} \cdot V_0 = 0,6 \cdot 4,5 = 2,7$ (м/с)
7. $H = V_{0y} \cdot t$, Откуда находим $V_{0y} = \frac{H}{t} = \frac{H}{\sqrt{L^2 + H^2}} \cdot V_0 = 0,8 \cdot 4,5 = 3,6$ (м/с)
8. Находим из (3) $V_{лx} = V_{0x} + V_p = 2,7 + 2,1 = 4,8$ (м/с), а из (4) $V_{лу} = V_{0y} = 3,6$ (м/с)
9. $V_{л} = \sqrt{V_{лx}^2 + V_{лу}^2} = \sqrt{4,8^2 + 3,6^2} = 6$ (м/с)

Критерии оценивания

- За 1-й пункт – 2 балла
- За 2-й пункт – 1 балл
- За 3-й пункт – 1 балл
- За 4-й пункт – 1 балл
- За 5-й пункт – 1 балл
- За 6-й пункт – 1 балл
- За 7-й пункт – 1 балл
- За 8-й пункт – 1 балл
- За 9-й пункт – 1 балл

В расчётной части задачи, все числа должны быть проставлены, если это не так, то снимается 1 балл в каждом таком пункте

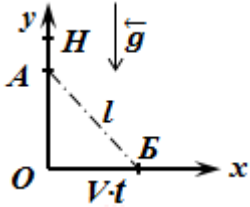
Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2-х баллов.

Задача № 2. Заяц и белка

Белка, сидящая на ветке кедра, роняет шишку. В этот же момент из точки, находящийся прямо под белкой, начинает убежать испуганный заяц. Заяц бежит по прямой с постоянной скоростью $V = 8$ м/с по горизонтальной поверхности леса, в процессе движения расстояние между зайцем и шишкой не уменьшалось. На какой высоте сидела белка?

Возможное решение

1. Введём систему координат xOy . В начальный момент шишка находилась на высоте H (по оси Oy), а заяц находился в начале координат, в точке O . Через небольшое время t шишка оказалась в точке A а заяц в точке B (см. рис.).



2. Координата шишки $y = H - \frac{gt^2}{2}$, координата зайца $x = Vt$.

Квадрат расстояния между ними $l^2 = y^2 + x^2$ или $l^2 = \left(H - \frac{gt^2}{2}\right)^2 + (Vt)^2$

3. Для того чтобы l^2 не убывало необходимо чтобы дискриминант биквадратного уравнения был не больше нуля. $l^2 = \frac{g^2t^4}{4} + (V^2 - gH) \cdot t^2 + H^2$.

4. Тогда $D = (V^2 - gH) \cdot t^2 + g^2H^2$. Требование $D \leq 0$ соответствует

$$(V^2 - gH) \cdot t^2 + g^2H^2 \leq 0, \quad V^2 - 2gH \leq 0 \quad \text{или} \quad H = \frac{V^2}{2g} \quad H = \frac{64}{20} = 3,2 \text{ (м)}$$

Критерии оценивания

За 1-й пункт – 2 балла

За 2-й пункт – 3 балла

За 3-й пункт – 3 балла

За 4-й пункт – 2 балла

В расчётной части задачи, все числа должны быть проставлены, если это не так, то снимается 1 балл в каждом таком пункте

Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2-х баллов.

Задача № 3. Фонарный зайчик

Пассажир легкового автомобиля, едущего вдоль канала с водой наблюдает за световым бликом, который отбрасывается спокойной поверхностью воды от фонаря, висящего на противоположном берегу канала. Какова скорость движения блика по поверхности воды относительно берегов канала, если высота фонаря над поверхностью воды $H = 10$ м, высота глаз пассажира над поверхностью воды $h = 4$ м, скорость автомобиля $V = 60$ км/ч ?

Возможное решение

1. Нарисуем вид канала сверху (см. рисунок 1) и обозначим на нем положения автомобиля (A), блика (B) и столба (C) буквами: A, B и C соответственно. Пусть в момент времени $t = 0$ легковой автомобиль находился в начале системы координат XOY — точке O, причем прямая OC перпендикулярна берегам канала. Тогда $OA = Vt$. Обозначим так же $OC = L$, $AC = l$, $AB = l_1$, $BC = l_2$

2. Нарисуем так же вид сбоку в плоскости ABC (рисунок 2) обозначим местонахождения глаз пассажира A_1 , а фонаря на столбе C_1

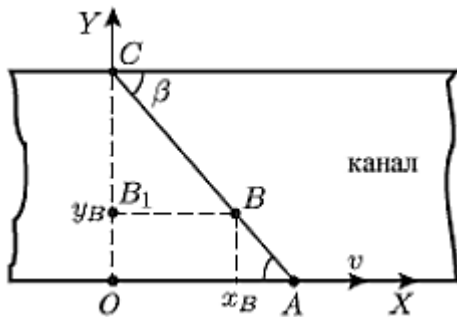


Рис. 1.

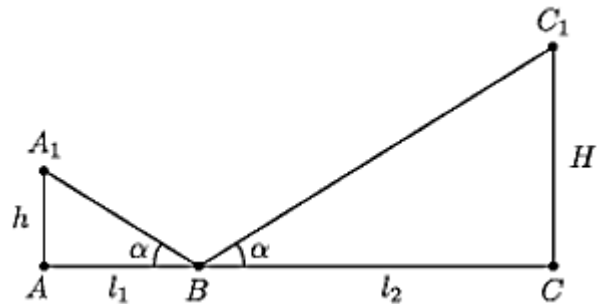


Рис. 2.

Треугольники AA_1B и CC_1B подобны. Поэтому $\frac{BC}{AB} = \frac{CC_1}{AA_1} = \frac{H}{h}$. Отсюда следует, что и

$$\frac{BC}{AC} = \frac{BC}{AB+BC} = \frac{H}{h+H}.$$

3. Проведем через точку B на рисунке 1 прямую, параллельную берегам канала. Она пересечет перпендикуляр OC в точке B_1 . Из подобия треугольников CBB_1 и CAO получаем

$$\frac{B_1C}{OC} = \frac{BC}{AC} = \frac{H}{h+H}$$

т.е. отношение $\frac{B_1C}{OC} = \frac{H}{h+H}$ есть постоянная величина. Это означает, что точка B_1 не меняет своего положения со временем. Таким образом, блик движется по прямой, проходящей через точку B_1 параллельно берегам канала.

4. Найдем его скорость блика. Длины отрезков B_1B и OA равны Vt и ut соответственно.

Из подобия треугольников CBB_1 и CAO следует отношение: $\frac{B_1B}{OA} = \frac{BC}{AC} = \frac{H}{h+H}$, но

$\frac{B_1B}{OA} = \frac{Vt}{ut}$, т.е. $\frac{H}{h+H} = \frac{Vt}{ut}$, откуда скорость блика

$$u = \frac{H+h}{H} \cdot V \quad u = \frac{14}{10} \cdot 60 = 84 \text{ (км/ч)}$$

Критерии оценивания

За 1-й пункт – 3 балла

За 2-й пункт – 3 балла

За 3-й пункт – 2 балла

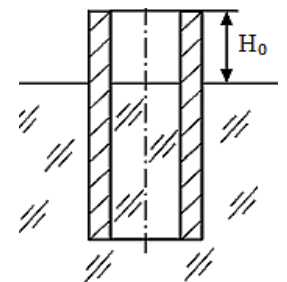
За 4-й пункт – 2 балла

В расчётной части задачи, все числа должны быть проставлены, если это не так, то снимается 1 балл в каждом таком пункте

Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2-х баллов.

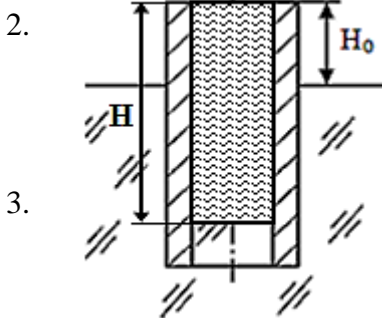
Задача № 4. Труба с керосином

Труба из легкого материала плавает в воде ($\rho_0 = 1,0 \text{ г/см}^3$) в вертикальном положении так, что верхний край трубы выступает над водой на высоту $H_0 = 10 \text{ см}$ (см. рис.). Внутри трубы заливают керосин ($\rho = 0,8 \text{ г/см}^3$). Какой высоты столб керосина удастся залить в трубу прежде, чем он начнет из нее выливаться через край? Труба длинная (т.е. керосин не будет выливаться через нижний срез трубы).



Возможное решение

1. Труба плавает благодаря действию силы по закону Паскаля, силы давления со стороны воды на нижнюю кромку стенки трубы. Следовательно, при налипании внутрь трубы керосина, внешняя сторона стенки трубы по-прежнему будет выступать над уровнем воды на высоту H_0 .



2. При залипании керосина в эту трубу керосин вытесняет воду до тех пор пока не начнёт выливаться через верхний край (см. рис.). В этом случае давление столба керосина в трубе и столба воды до границе раздела равны : $\rho_k g H = \rho_v g (H - H_0)$.

3. Из этого выражения находим $H = \frac{\rho_k}{\rho_v - \rho_k} \cdot H_0 = \frac{0,8}{1,0 - 0,8} \cdot 0,1 = 0,4$ (м)

Критерии оценивания

За 1-й пункт – 4 балла

За 2-й пункт – 4 балла

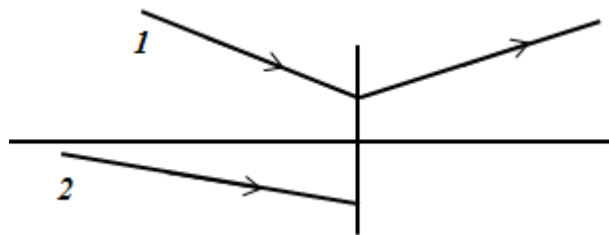
За 3-й пункт – 2 балла

В расчётной части задачи, все числа должны быть проставлены, если это не так, то снимается 1 балл в каждом таком пункте

Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2-х баллов.

Задача № 5. Загадочная линза

На рисунке приведены, главная оптическая ось тонкой линзы и плоскость преломления линзы. На рисунке показан ход луча **1** «до» и «после» прохождения линзы. Определите, какая линза даёт такое преломление оптического луча. Построением найти фокусы линзы и ход луча **2** после преломления в линзе.



Возможное решение

1. Т.к. луч **1** после преломления в линзе (это луч **1'**) отклоняется от оптической оси (рассеивается), то линза *рассеивающая*. (см. рис 1.)
2. Для определения положения фокусов линзы, проведём побочную оптическую ось (АВ), параллельную лучу **1**
3. Продолжим луч **1'** до пересечения с побочной оптической осью (АВ) в точке **С**. Точка **С** принадлежит фокальной плоскости линзы. Проведём линию фокальной плоскости и определим положение переднего фокуса линзы. Задний фокус находится справа на таком же расстоянии от плоскости линзы, как и передний.

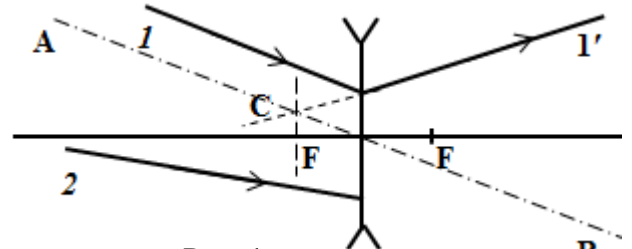


Рис. 1

4. Для построения хода луча **2** после преломления (см. рис. 2), проведём побочную ось (MN) параллельно лучу **2**. Точка пересечения побочной оси MN с фокальной плоскостью определяет её фокус.

После преломления в линзе луча **2**, луч **2'** пойдёт так, что его продолжение проходит через фокус **F'** побочной оптической оси MN

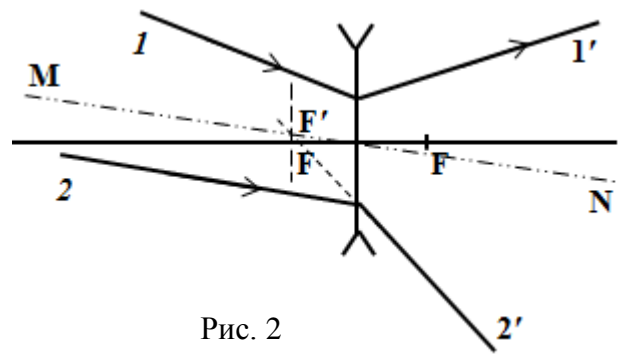


Рис. 2

Критерии оценивания

За 1-й пункт – 2 балла

За 2-й пункт – 2 балла

За 3-й пункт – 3 балла

За 4-й пункт – 3 балла

Если задача не решена, но есть мысли, направленные на решение, то можно поставить «утешительные» до 2-х баллов.