9 класс

Задача 9.1. Челночный бег.

Школьники Паша и Миша сдавали на физкультуре норматив по челночному бегу — каждому из них нужно было как можно быстрее пробежать определённую короткую дистанцию в прямом и обратном направлении в общей сложности 10 раз (5 раз туда и 5 раз обратно). Паша умеет разгоняться с ускорением a и тормозить с ускорением $3a$ (по модулю). Миша — спортсмен, он разгоняется с ускорением $2a$ и тормозит с ускорением $5a$. За какое время Паша выполнит упражнение, если Миша его выполняет за 28 с?

Ответ: $\approx 38{,}6$ с.

Решение: Пусть L — длина одного отрезка дистанции (всего надо пробежать десять таких отрезков). Вначале Паша разгоняется с ускорением a в течение времени t_1, а затем тормозит с ускорением $3a$ в течение времени t_2. Максимальная скорость Паши равна $v = at_1$, поэтому

$$0 - v = -3at_2 \quad \Rightarrow \quad at_1 = 3at_2 \quad \Rightarrow \quad t_1 = 3t_2.$$

С другой стороны,

$$L = \frac{at_1^2}{2} + vt_2 - \frac{3at_2^2}{2} = \frac{at_1^2}{2} + \frac{3at_2^2}{2} = 6at_2^2.$$

Отсюда получаем, что время, которое потратит Паша на выполнение всего упражнения, равно

$$T_\text{П} = 10(t_1 + t_2) = 40t_2 = 40\sqrt{\frac{L}{6a}}.$$

Проделаем аналогичные вычисления для случая Миши:

$$2at_1' = 5at_2' \quad \Rightarrow \quad t_1' = 2{,}5t_2'.$$

$$T_\text{М} = 28 \text{ с} \quad \Rightarrow \quad 10(t_1' + t_2') = 35t_2' = 28 \text{ с} \quad \Rightarrow \quad t_2' = 0{,}8 \text{ с}.$$

$$L = \frac{2a(t_1')^2}{2} + \frac{5a(t_2')^2}{2} = \frac{35a(t_2')^2}{4} = 5{,}6 \text{ с}^2 \cdot a.$$

Подставляя полученную формулу для L, находим, что

$$T_\text{П} = 40\sqrt{\frac{5{,}6 \text{ с}^2 \cdot a}{6a}} = 40 \text{ с} \cdot \sqrt{\frac{5{,}6}{6}} \approx 38{,}6 \text{ с}.$$

Критерии:

1) Найдено, что $t_1 = 3t_2$, или аналогичное этому соотношение (случай Паши) . . . . 1 балл
2) Записано, что $T_\text{П} = 10(t_1 + t_2)$, или аналог этого . . . . 1 балл
3) Найдена связь между L, a и t_1 (или t_2, или $T_\text{П}$) в случае Паши . . . . 2 балла
4) Найдено, что $t_1' = 2{,}5t_2$, или аналогичное этому соотношение (случай Миши) . . . . 1 балл
5) Найдено значение t_1' и/или t_2' . . . . 1 балл
6) Найдена связь между L, a и t_1' (случай Миши) . . . . 2 балла
7) Найдено значение для $T_\text{П}$ . . . . 2 балла

Указание проверяющим: Учащийся может сразу связать L, a и $T_\text{М}$ для случая Миши. Любой корректный вариант оценивается полным баллом за пункты 5 и 6.

Задача 9.2. Хитрый план.

Мальчик Паша решил измерить плотность неизвестной жидкости с помощью ареометра. Однако у мальчика этой жидкости было мало, поэтому он налил в цилиндрический сосуд воды, сверху долил слой исследуемой жидкости и поместил туда прибор. Ареометр показал значение 0,93 г/см^3 (см. рис. 9.1). Удивившись, Паша повторил опыт, заменив слой неизвестной жидкости на слой керосина той же высоты. В этом случае прибор показал 0,95 г/см^3. Помогите Паше и определите плотность неизвестной жидкости. Плотность керосина равна 800 кг/м^3, плотность воды — 1000 кг/м^3. Площадь сечения измерительной части прибора считать постоянной.

Примечание: Ареометр — прибор для измерения плотности жидкости, в верхней, узкой части которого находится шкала. Плотность, показываемая прибором, определяется как отношение массы ареометра к объёму **всей** его погруженной части.

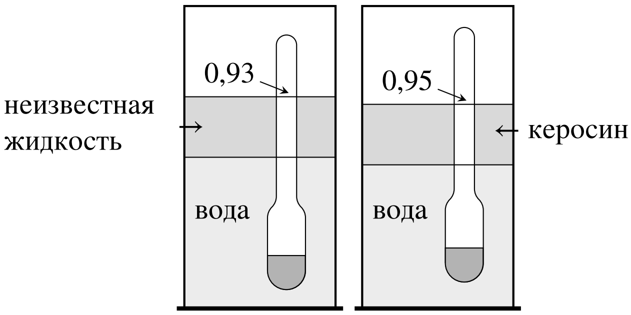

Рис. 9.1.

Ответ: 0,714 г/см^3.

Решение: Пусть m — масса ареометра, ρ_X — плотность неиззвестной жидкости, а V — объём узкой части прибора, погруженный в верхнюю жидкость. В первом случае объём всей погруженной части равен $V_1 = m/(0{,}93\ \text{г/см}^3)$, а во втором — $V_2 = m/(0{,}95\ \text{г/см}^3)$. Запишем условия плавания ареометра в каждом случае:

$$mg = \rho_X gV + \rho_{\text{в}} g\left(\frac{m}{0{,}93\ \text{г/см}^3} - V\right) \quad \Rightarrow \quad m\left(\frac{1}{0{,}93} - 1\right) = (1\ \text{г/см}^3 - \rho_X)V \qquad \text{(сверху неизвестная жидкость)},$$

$$mg = \rho_{\text{к}} gV + \rho_{\text{в}} g\left(\frac{m}{0{,}95\ \text{г/см}^3} - V\right) \quad \Rightarrow \quad m\left(\frac{1}{0{,}95} - 1\right) = (1\ \text{г/см}^3 - 0{,}8\ \text{г/см}^3)V \qquad \text{(сверху керосин)}.$$

Поделим эти полученные уравнения друг на друга:

$$\frac{1\ \text{г/см}^3 - \rho_X}{0{,}2\ \text{г/см}^3} = \frac{1/0{,}93 - 1}{1/0{,}95 - 1} \quad \Rightarrow \quad \rho_X = 1\ \text{г/см}^3 - \frac{7 \cdot 0{,}95}{5 \cdot 0{,}93} \cdot 0{,}2\ \text{г/см}^3 \approx 0{,}714\ \text{г/см}^3.$$

Критерии:

1) Записано выражение для объёма погружённой части в обоих случаях . . . . 2 балла
2) Записано условие плавания ареометра в первом случае . . . . 2 балла
3) Записано условие плавания ареометра во втором случае . . . . 2 балла
4) Записано уравнение для нахождения ρ_X . . . . 2 балла
5) Найдено значение плотности неизвестной жидкости . . . . 2 балла

Указания проверяющим: 1) Если оба выражения для объёма погруженной части написаны сразу внутри условия плавания, то пункт 1 оценивается полным баллом.

2) Уравнение в пункте 4 должно содержать только известные величины и/или числовые значения.

Задача 9.3. Ох уж это электричество!

Готовясь к экспериментальному туру олимпиады по физике, девочка Карина собрала цепь, состоящую из двух разных вольтметров, двух резисторов и идеального источника постоянного напряжения (рис. 9.2а). Уже списав показания приборов ($U_1 = 0{,}9$ В, $U_2 = 1{,}8$ В), девочка поняла, что допустила ошибку и пересобрала цепь (рис. 9.2б). В этом случае первый вольтметр показал $U_1' = 5$ В, а второй — $U_2' = 4$ В. Чему равно сопротивление R_2, если $R_1 = 3$ кОм?

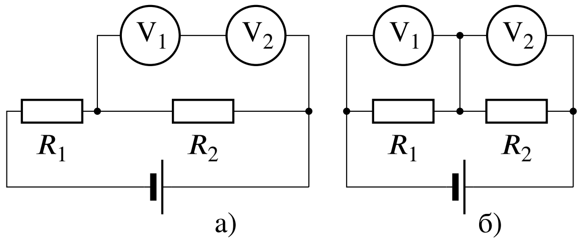

Рис. 9.2.

Ответ: 1,5 кОм.

Решение: Из показаний вольтметров в первом эксперименте следует, что сопротивление второго вдвое больше сопротивления первого: $R_{V1} = r$, $R_{V2} = 2r$. Показания приборов во втором эксперименте говорят, что напряжение на источнике равно $U_1' + U_2' = 9$ В.

Рассмотрим первую цепь. Напряжение на резисторе R_1 там равно 9 В − 2,7 В = 6,3 В. Сила тока, текущего чего него, равна суммарной силе тока, текущей через вольтметры и R_2:

$$\frac{6{,}3\text{ В}}{R_1} = 2{,}7\text{ В}\cdot\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{3r}\right) \quad\Rightarrow\quad \frac{7}{R_1} = \frac{3}{R_2} + \frac{1}{r}. \qquad (9.3.1)$$

Теперь запишем условие равенства суммарных токов через пары вольтметр-резистор во второй цепи:

$$5\text{ В}\cdot\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{r}\right) = 4\text{ В}\cdot\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{2r}\right) \quad\Rightarrow\quad \frac{5}{R_1} + \frac{5}{r} = \frac{4}{R_2} + \frac{2}{r} \quad\Rightarrow\quad \frac{5}{R_1} + \frac{3}{r} = \frac{4}{R_2}. \qquad (9.3.2)$$

Исключая из полученных уравнений сопротивление вольтметра r, получим

$$\frac{5}{R_1} + 3\cdot\left(\frac{7}{R_1} - \frac{3}{R_2}\right) = \frac{4}{R_2} \quad\Rightarrow\quad \frac{26}{R_1} = \frac{13}{R_2} \quad\Rightarrow\quad R_2 = \frac{R_1}{2} = 1{,}5\text{ кОм}.$$

Критерии:

1) Найдено соотношение между сопротивлениями вольтметров . . . . 1 балл
2) Найдено напряжение источника . . . . 1 балл
3) Записано условие равенство токов для первой цепи (9.3.1) или его аналог . . . . 3 балла
4) Записано условие равенство токов для второй цепи (9.3.2) или его аналог . . . . 3 балла
5) Найдено значение R_2 . . . . 2 балла

Задача 9.4. Больше и меньше.

Девочка Маша взяла из морозилки кусок льда при $-30\,^\circ\mathrm{C}$, положила его на дно калориметра и, чтобы лёд не всплывал, накрыла сверху тонкой сеткой. Затем она налила в калориметр 120 г воды при $+15\,^\circ\mathrm{C}$. После установления теплового равновесия оказалось, что уровень воды понизился. Девочка повторила свой опыт, взяв такой же по массе кусок льда и налив то же самое количество воды, но уже при температуре $+5\,^\circ\mathrm{C}$. Когда снова установилось равновесие, Маша обнаружила, что на этот раз уровень воды повысился. Каковы стали конечные массы льда в обоих опытах, если изменение уровня воды (по величине) в них было одинаковым, а установившаяся температура оба раза была $0\,^\circ\mathrm{C}$. Стенки калориметра считать вертикальными, вода в эксперименте полностью покрывает лёд. Тепловыми потерями, теплоёмкостью калориметра и сетки пренебречь. Удельная теплоёмкость воды равна 4200 Дж/(кг·°C), льда — 2100 Дж/(кг·°C), удельная теплота плавления льда — 330 кДж/кг.

Ответ: 72,4 г и 87,6 г.

Решение: Уровень воды изменяется из-за того, часть льда превращается в воду (или, наоборот, вода превращается в лёд). Изменение объёма связано с изменение плотности и зависит от массы вещества, испытывающего переход ($\Delta V = m/\rho_\text{л} - m/\rho_\text{в}$). Поэтому, так как уровень в обоих экспериментах меняется на одну и ту же величину, масса растаявшего льда в первом случае и масса замёрзшей воды во втором равны между собой.

Пусть эта масса равна m, а начальная масса льда — M. Запишем уравнение теплового баланса для обоих случаев:

$$c_\text{л} M \cdot 30\,^\circ\mathrm{C} + \lambda m = c_\text{в} \cdot 0{,}12\ \text{кг} \cdot 15\,^\circ\mathrm{C} \qquad \text{(первый опыт)},$$

$$c_\text{л} M \cdot 30\,^\circ\mathrm{C} = c_\text{в} \cdot 0{,}12\ \text{кг} \cdot 5\,^\circ\mathrm{C} + \lambda m \qquad \text{(второй опыт)}.$$

Складывая эти уравнения, получаем

$$2c_\text{л} M \cdot 30\,^\circ\mathrm{C} = c_\text{в} \cdot 0{,}12\ \text{кг} \cdot 20\,^\circ\mathrm{C} \quad \Rightarrow \quad M = \frac{c_\text{в} \cdot 0{,}12\ \text{кг} \cdot 20\,^\circ\mathrm{C}}{2c_\text{л} \cdot 30\,^\circ\mathrm{C}} = \frac{4200\ \text{Дж/(кг·°C)} \cdot 0{,}12\ \text{кг} \cdot 20\,^\circ\mathrm{C}}{2 \cdot 2100\ \text{Дж/(кг·°C)} \cdot 30\,^\circ\mathrm{C}} = 0{,}08\ \text{кг}.$$

Найдём теперь массу m:

$$m = \frac{c_\text{в} \cdot 0{,}12\ \text{кг} \cdot 15\,^\circ\mathrm{C} - c_\text{л} M \cdot 30\,^\circ\mathrm{C}}{\lambda} = \frac{4200\ \text{Дж/(кг·°C)} \cdot 0{,}12\ \text{кг} \cdot 15\,^\circ\mathrm{C} - 2100\ \text{Дж/(кг·°C)} \cdot 0{,}08\ \text{кг} \cdot 30\,^\circ\mathrm{C}}{330000\ \text{Дж/кг}} \approx$$

$$\approx 0{,}0076\ \text{кг} = 7{,}6\ \text{г}.$$

В результате, в первом опыте масса льда уменьшается на 7,6 г и становится равной 72,4 г, а во втором увеличивается до 87,6 г.

Критерии:

1) Корректно обосновано, что масса растаяшего льда в случае 1 и замёрзшей воды в случае 2 равны . . 3 балла
2) Записано первое уравнение теплового баланса . . . . 2 балла
3) Записано второе уравнение теплового баланса . . . . 2 балла
4) Найдена начальная масса льда . . . . 1 балл
5) Найдено изменение массы льда m . . . . 1 балл
6) Дан правильный ответ . . . . 1 балл

Указание проверяющим: В случае некорректного или отсутствующего объяснения равенства масс остальные пункты оцениваются независимо.

Задача 9.5. Разные механизмы.

С помощью системы, состоящей из трёх одинаковых блоков (рис. 9.3а), поднимают груз массой $M = 120$ кг, прикладывая к свободному концу верёвки силу, равную $F_1 = 440$ Н. Какую минимальную силу F_2 нужно прикладывать для подъёма того же груза в системе, состоящей из четырёх таких же блоков (рис. 9.3б)? Верёвки считать невесомыми и нерастяжимыми. Трением пренебречь. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с^2.

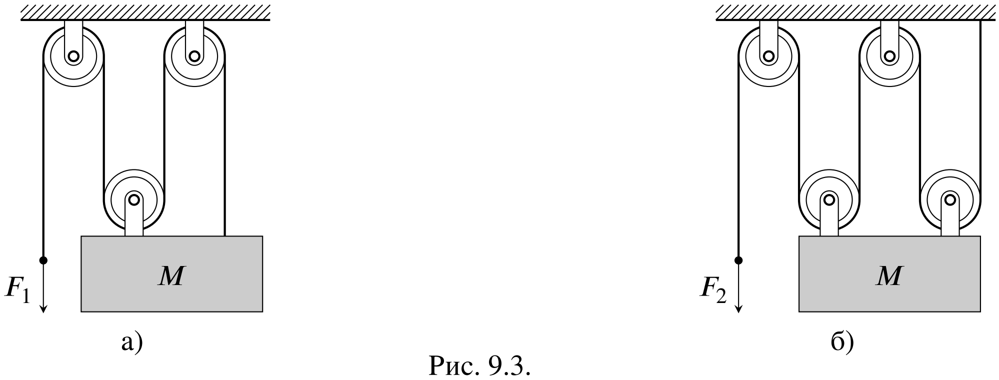

Рис. 9.3.

Ответ: 360 Н.

Решение: Так как верёвка, перекинутая через блоки, невесома, то её сила натяжения одинакова по всей длине и равна по величине силе, с которой её тянут за свободный конец (рис. 9.4). Пусть m — масса блока, тогда

$$3F_1 = mg + Mg, \qquad 4F_2 = 2mg + Mg.$$

Из первого уравнения находим массу блока: $m = 3F_1/g - M = 132$ кг $- 120$ кг $= 12$ кг. Тогда из второго уравнения получим, что $F_2 = (2mg + Mg)/4 = (240$ Н $+ 1200$ Н$)/4 = 360$ Н.

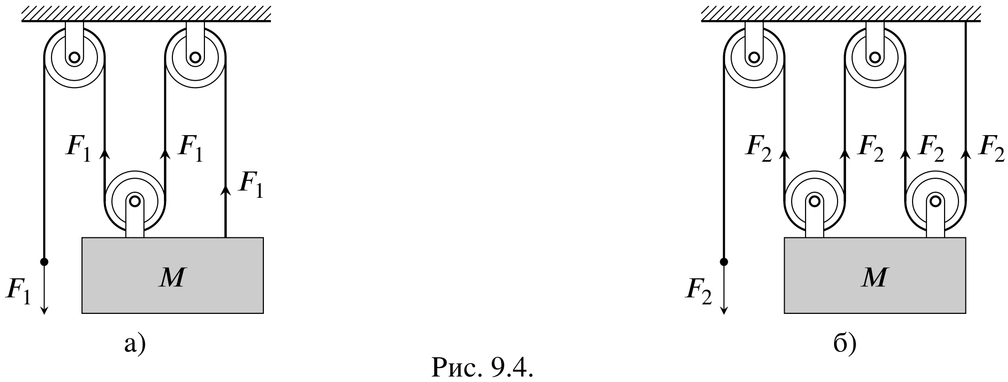

Рис. 9.4.

Критерии:

1) Найден «выигрыш в силе», который даёт механизм в первом случае . . . . 2 балла
2) Найден «выигрыш в силе», который даёт механизм во втором случае . . . . 2 балла
3) Записана формула $3F_1 = mg + Mg$ или её аналог . . . . 2 балла
4) Записана формула $4F_2 = 2mg + Mg$ или её аналог . . . . 2 балла
5) Найдено значение F_2 . . . . 2 балла

Указания проверяющим: Обоснование величины выигрыша в силе (в первом случае — в три раза, во втором — в четыре) может быть сделано просто в виде рисунка/-ов (см. рис. 9.4). В этом случае баллы за пункты 1 и/или 2 выставляются. Ученик также может использовать **альтернативный** способ обоснования — через «золотое правило механики» (метод виртуальных перемещений).

Максимально возможный балл в 9 классе 50